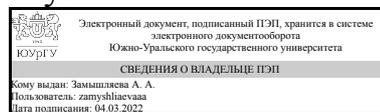


ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
Институт естественных и точных
наук



А. А. Замышляева

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины П.1.В.06.04 Дополнительные главы теории случайных процессов
для направления 01.06.01 Математика и механика

уровень аспирант тип программы

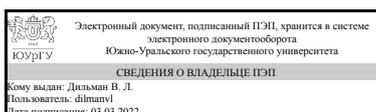
направленность программы

форма обучения очная

кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания математики

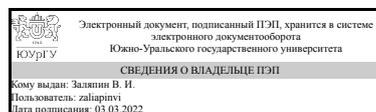
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, утверждённым приказом Минобрнауки от 29.07.2014 № 866

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

Разработчик программы,
к.физ.-мат.н., доц., профессор



В. И. Заляпин

1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины "Дополнительные главы теории случайных процессов" являются: фундаментальная подготовка в области построения и анализа сложных стохастических моделей, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в разнообразных приложениях. Задачами дисциплины является приобретение навыков исследования процессов и явлений случайной природы.

Краткое содержание дисциплины

Определение случайного процесса, конечномерные распределения; траектории; теорема Колмогорова о существовании процесса с заданным семейством конечномерных распределений (без доказательства). Классы случайных процессов: гауссовские, марковские, стационарные, точечные с независимыми приращениями; примеры; соотношения между классами. Свойства многомерных гауссовских процессов; существование гауссовского процесса с заданным средним и корреляционной матрицей; свойства симметрии и согласованности. Винеровский процесс; Теорема Пэли - Винера – Зигмунда о недифференцируемости траекторий винеровского процесса. Критерий Колмогорова непрерывности траектории; следствие для гауссовских процессов. Пуассоновский процесс; построение пуассоновского процесса по последовательности независимых показательных распределений; определение А.Я. Хинчина пуассоновского процесса. Среднеквадратическая теория: необходимые и достаточные условия непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости; стохастический интеграл; процессы с ортогональными приращениями. Примеры стационарного, гауссовского, марковского процесса; примеры стационарных в широком смысле процессов. Построение броуновского движения. Мартингалы. Субмартингалы. Задача об остановке. Задача о разорении игрока. Цепи Маркова с непрерывным временем; уравнение Колмогорова-Чепмэна; прямые и обратные дифференциальные уравнения Колмогорова; время пребывания процесса в данном состоянии. Эргодическая теорема. Интеграл Ито. Формула Ито. Стохастические дифференциальные уравнения.

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУНы)
УК-5 способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития	Знать: основные направления развития наук о случайности
	Уметь: формулировать проблематику современной теории вероятностей и её приложений, использовать полученные знания для анализа этой проблематики
	Владеть: техническими навыками получения новой научной и методической информации, с использованием современных методов поиска информации
УК-2 способностью проектировать и	Знать: Основные этапы развития теории

осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	вероятностей
	Уметь:Формулировать основные задачи стохастического описания прикладных проблем в смежных областях
	Владеть:Техникой анализа случайных структур и явлений
ОПК-2 готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знать:базовые понятия в области фундаментальной математики;
	Уметь:формулировать и доказывать теоремы, самостоятельно решать классические задачи математики;
	Владеть:навыками практического использования математических методов при анализе различных задач;
УК-1 способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знать:современное состояние науки
	Уметь:формулировать проблемы, возникающие при исследовании теоретических и прикладных задач
	Владеть:аппаратом анализа возникающих проблем в междисциплинарных областях
ОПК-1 способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знать:определения и свойства основных объектов теории случайных процессов, а также формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.
	Уметь:решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как излагавшиеся утверждения, так и родственные им новые.
	Владеть:математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов для описания и анализа сложных стохастических моделей.
УК-3 готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знать:основные направления развития современной науки,
	Уметь:формулировать проблематику научных и научно-образовательных задач
	Владеть:техникой исследования прикладных научных и научно-образовательных задач в смежных областях

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Нет	П.1.В.04 Математическое моделирование, П.1.В.07.03 Методы энтропийного моделирования многомерных стохастических систем

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Нет

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч.

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		2	
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108	
<i>Аудиторные занятия:</i>	40	40	
Лекции (Л)	40	40	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	0	0	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	68	68	
Выполнение заданий	28	28	
Работа с учебником, подготовка к экзамену	40	40	
Вид итогового контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	экзамен	

5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Основные понятия	4	4	0	0
2	Элементы стохастического анализа (среднеквадратическая теория)	8	8	0	0
3	Стационарные процессы	8	8	0	0
4	Стохастический интеграл	6	6	0	0
5	Марковские процессы	6	6	0	0
6	Стохастические уравнения	8	8	0	0

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1 - 2	1	Основные понятия. Примеры случайных процессов. Основные классы процессов: процессы с независимыми приращениями, стационарные, марковские (в том числе диффузионные) гауссовские. Сечения и траектории процесса Конечномерные распределения. Теорема Колмогорова. Корреляционные функции и их свойства.	4
3 - 4	2	Элементы анализа случайных процессов, стохастический анализ и анализ в среднем. Предел, непрерывность, производная и интеграл от случайного	4

		процесса.	
5 - 6	2	Линейные преобразования стационарных случайных процессов. Корреляционная теория.	4
7 - 8	3	Стационарные (в широком и в узком смысле) случайные процессы. Дифференцирование и интегрирование стационарных случайных процессов. Корреляционные функции. Характеризация корреляционной функции. Теорема Бохнера-Хинчина. Спектральные функции и плотности. Спектральное представление стационарного случайного процесса.	4
9 - 10	3	Среднеквадратический анализ случайных процессов. Дифференцирование и интегрирование. Процессы, удовлетворяющие закону больших чисел. Эргодичность. Разложение случайного процесса в ортогональный ряд. Пример: разложение броуновского движения.	4
11 - 12 - 13	4	Винеровский процесс и его свойства. Непрерывность траекторий винеровского процесса. Недифференцируемость винеровского процесса и его траекторий. Стохастический интеграл Ито. Его свойства. Стохастический дифференциал Ито. Ф-ла Ито. Модель диффузии. Диффузионные процессы.	6
14 - 15 -16	5	Марковские процессы. Переходные вероятности. Уравнение Колмогорова-Чепмена. Прямое и обратное уравнения Колмогорова. Марковские цепи. Стохастические матрицы. Стационарные режимы. Процессы с не более чем счетным числом состояний. Прямая и обратная система уравнений Колмогорова. Стационарные режимы. Предельные вероятности состояний.	6
17 - 18	6	Стохастические дифференциальные уравнения. Общие сведения.	4
19 - 20	6	Разрешимость стохастических дифференциальных уравнений. Примеры	4

5.2. Практические занятия, семинары

Не предусмотрены

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС		
Вид работы и содержание задания	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц)	Кол-во часов
Изучение материала в учебнике, выполнение задания №4	Вентцель, гл.2, с.43-47, гл.12, с.219-230, Розанов, Ч.II, §8, с. 158-159	13
Изучение материала в учебнике, выполнение задания №2	Розанов, Ч.II, §2, §3, с.90-110, §9, §10, с.169-180,	20
Изучение материала в учебнике, выполнение задания №3	Вентцель, гл.1, с.13-33, Вентцель, Гл.2, с.33-47	15
Изучение материала в учебнике, выполнение задания №1	Вентцель, Гл.3, с.48-57, гл.4, с.66-71	20

6. Инновационные образовательные технологии, используемые в учебном процессе

Не предусмотрены

Собственные инновационные способы и методы, используемые в образовательном процессе

Не предусмотрены

Использование результатов научных исследований, проводимых университетом, в рамках данной дисциплины: нет

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

Наименование разделов дисциплины	Контролируемая компетенция ЗУНы	Вид контроля (включая текущий)	№№ заданий
Все разделы	ОПК-1 способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	текущий	1 - 4
Все разделы	ОПК-2 готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	текущий	1 - 4
Все разделы	УК-1 способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	текущий	1 - 4
Все разделы	УК-2 способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	текущий	1 - 4
Все разделы	УК-3 готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	текущий	1 - 4
Все разделы	УК-5 способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития	текущий	1 - 4
Все разделы	УК-2 способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	промежуточный	1 - 25

7.2. Виды контроля, процедуры проведения, критерии оценивания

Вид контроля	Процедуры проведения и оценивания	Критерии оценивания
текущий	Каждое из заданий (№№ 1,2 и 3) содержит 10 задач. Задание выполняется обучающимися	Отлично: по результатам выполнения и защиты заданий

	самостоятельно и подлежит публичной защите в течение месяца, после выдачи задания преподавателем. Каждая из задач, по результатам защиты, оценивается 1 баллом, в случае, если она решена и объяснена верно, и 0 баллов, если она не решена, решена неверно и/или ход её решения не объяснен. Задание №4 содержит 5 задач, каждая из которых оценивается 2 баллами, в случае если она решена и объяснена верно, 1 баллом, если в ходе решения/объяснения обучающимся допущены незначительные погрешности, не влияющие на , в целом, верный результат, и 0 баллов, если решение задачи неверно, или объяснение хода её решения использует принципиально неверные аргументы.	обучающийся набрал не менее 34 баллов из 40 возможных Хорошо: по результатам выполнения и защиты заданий обучающийся набрал не менее 30 но не более 34 баллов Удовлетворительно: по результатам выполнения и защиты заданий обучающийся набрал не менее 24 но не более 30 баллов Неудовлетворительно: по результатам выполнения и защиты заданий обучающийся набрал менее 24 баллов
промежуточный	<p>Если уровень оценки знаний обучающегося, определенный в результате текущего контроля в течение семестра, по каким-то причинам обучающегося не удовлетворяет, ему предоставляется возможность пройти процедуру промежуточного контроля по правилам и в соответствии с балльно-рейтинговой системой, принятой в ЮУрГУ. Процедура промежуточного контроля проходит в форме традиционного устного экзамена (собеседования).</p> <p>Экзаменуемому предлагается экзаменационный билет, содержащий теоретический вопрос и задачу. На подготовку к ответу отводится 1 акад. час. Каждая позиция экзаменационного билета приносит экзаменуемому от 0 до 50 баллов, в зависимости от полноты, правильности и аргументированности ответа экзаменуемого.</p> <p>Итоговая оценка за курс выставляется в соответствии с индивидуальным рейтингом обучающегося, который подсчитывается по формуле $I=1,5 S1+0,4 S2$, где $S1$ - баллы, набранные обучающимся в результате текущих аттестаций (всего от 0 до 40), $S2$ - баллы, набранные обучающимся в результате прохождения экзаменационной процедуры (всего от 0 до 100).</p>	<p>Отлично: $S1$ не менее 85 баллов или I не менее 34 баллов Хорошо: $S1$ не менее 75 баллов но не более 85 или I не менее 30 баллов но не более 34 Удовлетворительно: $S1$ не менее 60 баллов но не более 75 или I не менее 24 баллов но не более 30 Неудовлетворительно: $S1$ менее 60 баллов и I менее 24 баллов</p>

7.3. Типовые контрольные задания

Вид контроля	Типовые контрольные задания
текущий	<p>Вопросы для самоконтроля</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Дайте определение случайного процесса. Что такое сечение и траектория случайного процесса? 2. Опишите числовые характеристики случайного процесса. 3. Опишите конструкцию и свойства следующих классов случайных процессов: <ul style="list-style-type: none"> - с независимыми приращениями, - стационарного, - гауссовского, - винеровского,

	- марковского, - диффузионного, - феллеровского. 4. Основные положения стохастического анализа - непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайного процесса. 5. Спектральная теория стационарных случайных процессов. Теорема Бохнера-Хинчина. 6. Мартингалы, субмартингалы, супермартингалы. 7. Стохастический интеграл Ито. Стохастический интеграл Стратоновича. Формула Ито. 8. Стохастические дифференциальные уравнения. Основные понятия. 9. Оценивание, прогнозирование и фильтрация случайных процессов. 10. Фильтр Калмана-Бьюси. Stokh_1.pdf; Stokh_4.pdf; Stokh_2.pdf; Stokh_3.pdf
промежуточный	exam_stokh_22_2 sem.pdf

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

1. Вентцель, А. Д. Курс теории случайных процессов Учеб. пособие для мех.-мат. ф-тов ун-тов. - М.: Наука, 1975. - 319 с.
2. Булинский, А. В. Теория случайных процессов А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. - М.: Физматлит и др., 2003. - 399 с. ил.
3. Розанов, Ю. А. Случайные процессы Краткий курс: Учеб. пособие для физ.-мат. и физ.-техн. специальностей вузов Ю. А. Розанов. - М.: Наука, 1971. - 286 с. ил.
4. Гихман, И. И. Введение в теорию случайных процессов Учеб. пособие для физ.-мат. спец-тей вузов. - 2-е изд., перераб. - М.: Наука, 1977. - 567 с. ил.

б) дополнительная литература:

1. Вентцель, А. Д. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений. - М.: Наука, 1979. - 424 с. ил.
2. Гихман, И. И. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения АН УССР, Ин-т математики. - Киев: Наукова думка, 1982. - 611 с. ил.
3. Ито Киеси Диффузионные процессы и их траектории [Текст] Ито Киеси, Г. П. Маккин ; под ред. Е. Б. Дынкина ; пер. с англ. А. Д. Вентцеля. - М.: Мир, 1968. - 394 с. черт.; 1 л. ил.

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Лифшиц, М. А. Случайные процессы — от теории к практике : учебное пособие для вузов / М. А. Лифшиц. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 308 с

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Лифшиц, М. А. Случайные процессы — от теории к практике : учебное пособие для вузов / М. А. Лифшиц. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 308 с

Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Бородин, А. Н. Случайные процессы : учебное пособие / А. Н. Бородин. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 640 с. https://e.lanbook.com/book/168542
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Лифшиц, М. А. Лекции по гауссовским процессам : учебное пособие для вузов / М. А. Лифшиц. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с https://e.lanbook.com/book/183102
3	Дополнительная литература	Образовательная платформа Юрайт	Круглов, В. М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 2. Основы стохастического анализа : учебник для вузов / В. М. Круглов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 280 с. https://urait.ru/bcode/490917 (дата обращения: 08.01.2022).

9. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых информационных справочных систем:

Нет

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	708а (1)	Мультимедийное оборудование