

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
"Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)"

На правах рукописи



Япаров Дмитрий Данилович

Методы обработки динамических измерений на основе регуляризации

2.3.1 - Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук,  
профессор А.Л. Шестаков

Челябинск – 2024

# Содержание

Введение	5
<b>Глава 1. Анализ методов обработки информации, сформированной на основе динамических измерений</b>	<b>11</b>
1.1 Особенности динамических информационно-измерительных систем в АСУ ТП . . . . .	11
1.2 Основные подходы к обработке информации в теории динамических измерений . . . . .	15
1.3 Модель информационно-измерительной системы с корректирующими обратными связями . . . . .	21
1.4 Основные результаты и выводы по первой главе . . . . .	23
<b>Глава 2. Модель информационно-измерительной системы динамического звена второго порядка и метод восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом</b>	<b>26</b>
2.1 Модель информационно-измерительной системы со стабилизирующим функционалом . . . . .	26
2.2 Метод восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом . . . . .	31
2.3 Методика вычислительного эксперимента . . . . .	31
2.4 Результаты вычислительных экспериментов . . . . .	33
2.5 Исследование точности метода восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом на основе экспериментальных данных . . . . .	39
2.6 Основные результаты и выводы по второй главе . . . . .	43

<b>Глава 3. Модель информационно-измерительной системы динамического звена второго порядка и метод восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации</b>	<b>46</b>
3.1 Модель информационно-измерительной системы с эффектом саморегуляризации . . . . .	46
3.2 Метод восстановления входного сигнала на основе модели с эффектом саморегуляризации . . . . .	50
3.3 Критерий выбора параметра регуляризации для модели с эффектом саморегуляризации и метода восстановления входного сигнала . . .	51
3.4 Методика вычислительного эксперимента . . . . .	58
3.5 Вычислительные эксперименты для метода с эффектом саморегуляризации . . . . .	60
3.6 Исследование точности метода восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации на основе экспериментальных данных . . . . .	67
3.7 Сравнительный анализ методов восстановления входного сигнала .	71
3.8 Основные результаты и выводы по третьей главе . . . . .	82
<b>Глава 4. Модель системы и метод восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации для информационно-измерительной системы произвольного порядка</b>	<b>84</b>
4.1 Модель информационно-измерительной системы произвольного порядка с эффектом саморегуляризации . . . . .	84
4.2 Метод восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации для систем произвольного порядка . . . . .	94
4.3 Вычислительные эксперименты для метода с эффектом саморегуляризации для информационно-измерительных систем высоких порядков . . . . .	101

4.4	Применение метода с эффектом саморегуляризации к реальным экспериментальным данным . . . . .	104
4.5	Основные результаты и выводы по четвертой главе . . . . .	112
	<b>Заключение</b>	<b>115</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>116</b>
	<b>Приложения</b>	<b>126</b>



# Введение

## **Актуальность темы**

Современные сложные быстропротекающие и энергоемкие процессы неразрывно связаны с совершенствованием систем автоматического управления технологическими процессами (АСУ ТП). Разработка, исследование и совершенствование новых методов проектирования и реализации высококачественных интеллектуальных АСУ ТП на промышленных объектах требует обеспечения точности и надежности получаемой информации от первичных измерительных преобразователей, проводящих измерения в динамическом режиме. Данные измерения характеризуются, в том числе и динамической погрешностью, которая зачастую оказывается существенно больше всех других составляющих погрешности.

Создание информационно-измерительных систем (ИИС), позволяющих контролировать уровень динамической погрешности, на основе теории обратных задач, является перспективным направлением в области теории динамических измерений. К одной из составляющих такого направления относят построение динамических измерительных систем с использованием регуляризирующих подходов, которые составляют основу интеллектуальных технологий управления и обработки информации. Учитывая вышесказанное, разработка методов обработки динамических измерений, основанных на базовых положениях теории обратных задач и регуляризирующих подходах, позволяющих восстанавливать входной сигнал по зашумленному выходному сигналу, является актуальной научно-технической задачей.

**Объектом исследования** являются информационно-измерительные системы, представленные передаточными функциями, в которых динамическая погрешность является основной составляющей общей погрешности.

**Предметом исследования** являются модели информационно-измерительных систем и методы обработки зашумленных динамических измерений.

**Цель исследования** заключается в разработке и исследовании методов обработки динамических измерений для восстановления входного сигнала в информационно-измерительных системах на основе регуляризации.

Основными задачами диссертационного исследования являются:

1. Разработка модели информационно-измерительной системы без обратных связей и вычислительного алгоритма валидации модели без обратных связей для информационно-измерительной системы второго порядка относительно выходного сигнала.

2. Разработка и верификация метода восстановления входного сигнала, обладающего эффектом саморегуляризации, и метода восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы второго порядка относительно выходного сигнала с фиксированным и регулируемым интервалом измерений.

3. Разработка модели без обратных связей для информационно-измерительной системы произвольного порядка относительно входного и выходного сигнала.

4. Разработка и верификация метода восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы произвольного порядка относительно входного и выходного сигнала, обладающего эффектом саморегуляризации.

**Научная новизна** результатов диссертационного исследования заключается в следующем:

1. Разработана модель без обратных связей для информационно-измерительной системы, представленной динамическим звеном произвольного порядка.

2. Разработаны вычислительные алгоритмы валидации моделей без обратных связей для информационно-измерительной системы, представленной динамическим звеном произвольного порядка, основанные на решении прямой задачи, характеризующей связь входного и выходного сигналов.

3. Разработаны методы восстановления входного сигнала для информационно-измерительных систем, представленных динамическими звеньями произвольного порядка по зашумленному выходному сигналу, основанные на решении обратных задач, характеризующих связь входного и выходного сигналов и представленных дифференциальными уравнениями высших порядков.

**Теоретическая значимость** результатов исследования заключается в создании новых моделей без обратных связей, представленных задачей Коши для дифференциальных уравнений высших порядков, служащих основой для методов обработки информации в информационно-измерительных системах произвольного порядка; в разработке методов валидации моделей без обратных связей, позволяющих обеспечивать контролируемый уровень погрешности восстановления входного сигнала выбором параметра регуляризации в стабилизирующем функционале для информационно-измерительных систем второго порядка с фиксированным интервалом измерений; в разработке методов валидации моделей без обратных связей, позволяющих обеспечивать контролируемый уровень погрешности восстановления входного сигнала регулированием интервалом измерений для систем произвольного порядка; в разработке новых методов восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу для информационно-измерительных систем второго порядка с фиксированным интервалом измерений; разработке новых методов восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу для информационно-измерительных систем произвольного порядка.

**Практическая значимость** диссертационного исследования определяется тем, что предложенные модели, методы и алгоритмы используются для обработки результатов динамических измерений в системах контроля технических систем. Полученные результаты используются при разработке рекомендаций по выбору и регулированию интервала измерений при настройке информационно-измерительных систем произвольного порядка, а также для обеспечения безопасности технологического процесса путем фиксации пикообразных сигналов.

**Реализация результатов исследования.** Полученные в работе результаты использовались при обработке данных предоставленных Локотех АО "ЖЕДОР-РЕММАШ Челябинским Компрессорным Заводом.

**Методология и методы диссертационного исследования.** Теоретической и методологической основой диссертационного исследования являются теория и методы системного анализа, решения некорректных задач и аппарат конечно-разностных уравнений.

## **Положения, выносимые на защиту**

1. Модель информационно-измерительной системы без обратных связей со стабилизирующим функционалом, представленной динамическим звеном второго порядка, и алгоритм валидации модели.

2. Метод восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу со стабилизирующим функционалом для информационно-измерительной системы второго порядка относительно выходного сигнала с фиксированным интервалом измерений.

3. Модель информационно-измерительной системы без обратных связей произвольного порядка с настраиваемым интервалом измерений и алгоритм валидации модели.

4. Метод восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу с эффектом саморегуляризации для информационно-измерительной системы произвольного порядка с настраиваемым интервалом измерений.

Положения, выносимые на защиту, соответствуют следующим пунктам специальности 2.3.1-"Системный анализ, управление и обработка информации, статистика":

П1. Теоретические основы и методы системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

П4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

П5. Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

**Степень достоверности и апробация результатов** Основные результаты диссертационного исследования обсуждались и докладывались на XXI Международном конгрессе по измерениям в исследованиях и промышленности (XXIV IMEKO World Congress Measurement in Research and Industry.), 2024, XIII Всероссийская конференция "Актуальные проблемы прикладной математики и меха-

ники посвященная памяти академика А.Ф.Сидорова, 2024, Цифровая индустрия: состояние и перспективы развития, 2023, XXVIII Байкальская Всероссийская конференция с международным участием "Информационные и математические технологии в науке и управлении 2023, Актуальные проблемы прикладной математики и механики XI Всероссийской конференции с элементами школы молодых ученых, посвященной памяти академика А.Ф. Сидорова. Екатеринбург, 2022, 13-th International Conference "Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences 2021, Цифровая индустрия: состояние и перспективы развития, 2020.

**Публикации.** Основные научные положения, выводы и результаты диссертации опубликованы в 7 работах, из них 4 в изданиях из перечня ВАК, 3 в изданиях, входящих в международные базы цитирования Scopus или Web of Science, получено 3 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ, зарегистрированных в государственном Реестре.

**Личный вклад автора.** Основные положения и результаты диссертационной работы получены автором лично. Предложены идеи подходов к построению моделей информационно-измерительных систем и методам обработки динамических измерений, с помощью эффекта самоорегуляризации и стабилизирующего функционала. Постановка и решение задач исследования, непосредственное выполнение основной части работы, выполненной в соавторстве, принадлежат автору. В [59], [60], [59] автором разработаны модели информационно-измерительных систем без обратных связей, предложены методы валидации моделей и методы восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу, основанные на регуляризирующих подходах и конечно-разностных уравнениях, получены теоретические и экспериментальные оценки точности методов.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы, содержащего 90 наименований, и 5 приложений, содержащих сведения об апробации и реализации результатов исследования. Общий объем работы составляет 130 страницы.

## Список обозначений

- $\delta$  - уровень шума выходного сигнала;
- $\Theta$  - время окончания измерений;
- $N$  - количество узлов разбиения отрезка  $[0; \Theta]$ ;
- $t$  - текущий момент времени,  $t \in [0; \Theta]$ ;
- $U(t)$  - входной сигнал информационно-измерительной системы;
- $Y(t)$  - выходной сигнал датчика;
- $\Delta(t)$  - функция шума выходного сигнала;
- $Y_\delta(t)$  - выходной сигнал датчика с шумом;
- $U_\delta(t)$  - восстановленный входной сигнал;
- $a_i, b_j$  - параметры датчика;
- $k_i, d_j$  - коэффициенты в системе корректирующими обратными связями;
- $c_i, g_j$  - приведенные параметры модели датчика с эффектом саморегуляризации;
- $W_D$  - передаточная функция датчика;
- $Y_S(t)$  - выходной сигнал модели с обратными связями;
- $Y_\alpha(t)$  - выходной сигнал модели со стабилизирующим функционалом;
- $Y_M(t)$  - входной сигнал модели с эффектом саморегуляризации;
- $\Delta t$  - шаг дискретизации в методе со стабилизирующим функционалом;
- $\alpha$  - параметр регуляризации в методе со стабилизирующим функционалом;
- $\tau$  - шаг дискретизации и параметр регуляризации в методе с эффектом саморегуляризации;
- $\Delta_{max}$  - максимальное отклонение восстановленного сигнала от исходного в процентах;
- $\Delta_U$  - максимальное отклонение восстановленного сигнала от исходного;
- $\Delta_\alpha(t)$  - функция отклонения выходного сигнала модели со стабилизирующим функционалом от выходного сигнала модели с корректирующими обратными связями;
- $\Delta_M(t)$  - функция отклонения выходного сигнала модели с эффектом саморегуляризации от выходного сигнала модели с корректирующими обратными связями.

# Глава 1. Анализ методов обработки информации, сформированной на основе динамических измерений

В данной главе проведен анализ существующих подходов к обработке информации в информационно-измерительных системах в условиях зашумленных и динамически изменяющихся исходных данных, рассмотрены особенности проведения измерений в технологическом оборудовании в системах автоматического управления технологическим процессом, а также выполнен анализ современных методов решения задач обработки результатов динамических измерений.

## 1.1 Особенности динамических информационно-измерительных систем в АСУ ТП

Современные вызовы, нацеленные на повышение эффективности производства, требуют совершенствования или разработки новых методов, позволяющих значительно повысить точность обработки результатов измерений. Отсутствие или недостоверность информации о точности измерений приводит к искажению данных о текущем состоянии и свойствах контролируемых объектов и технологических процессов. Информация о свойствах и текущем состоянии технических объектов и технологических процессов формируется на основе информации, обработанной системами контроля АСУ ТП из результатов измерений. Контроль текущего состояния объекта или технологического процесса осуществляется посредством информационно-измерительных систем, встроенных в АСУ ТП. Эти системы включают аппаратную часть, представляющую собой совокупность измерительных каналов, и систему обработки информации, представленную вычислительной подсистемой. Информационно-измерительные каналы, каждый из которых является последовательным соединением первичного и последующих преобразователей, формируют сигнал и передают его на вход вычислительной подсистемы, представляющей собой совокупность программно-технических средств. В результатах измерений присутствует погрешность, обусловленная реакцией средства измерения на скорость изменения входного сигнала. Значение этой погрешно-

сти, называемой динамической погрешностью измерений, определяется неинформативностью параметров входного сигнала относительно их нормальных значений и динамическими свойствами средства измерения и является основным источником искажения информации о текущем состоянии контролируемого технического объекта или технологического процесса. Таким образом, возникает необходимость в создании и совершенствовании методов и алгоритмов обработки информации, сформированной из результатов измерений, позволяющих нивелировать негативное влияние динамической погрешности на точность обработки информации.

Пример контура АСУ со встроенной информационно-измерительной системой приведен на рис.1. Представленной АСУ [40], ввиду особенностей технологического процесса, протекающего в первом контуре реакторов АЭС, требуется поддержание постоянного давления и объёма теплоносителя. Для выполнения указанной задачи в первом контуре реактора устанавливается компенсатор объёма, представляющий собой вертикальный цилиндрический сосуд. Измерение давления в силу инертности датчиков давления происходит искажение информации о текущих значениях давления, поскольку снижение уровня воды в компенсаторе объёма может привести к оголению и перегосу трубчатых электронагревателей, а увеличение уровня приводит к уменьшению парового объёма и снижению компенсирующей способности системы по давлению, что может привести к нарушению безопасности технологического процесса.

Пример АСУ ТП со встроенной информационно-измерительной системой приведен на рис. 2. Эта система [39] предназначена для автоматизированного учета нефтепродуктов в резервуарах и проведения автоматической диагностики утечки вещества из резервуаров. В ситуации залпового выброса нефтепродуктов происходит резкий сброс давления в резервуаре, а в силу инертности датчиков давления происходит искажение информации о текущих значениях давления и АСУ ТП не успевает своевременно среагировать на инцидент, что приводит к экологической катастрофе [7].

Приведенная информационно-измерительная система включает полевой уровень, на котором с помощью датчиков проводят измерения соответствующих фи-



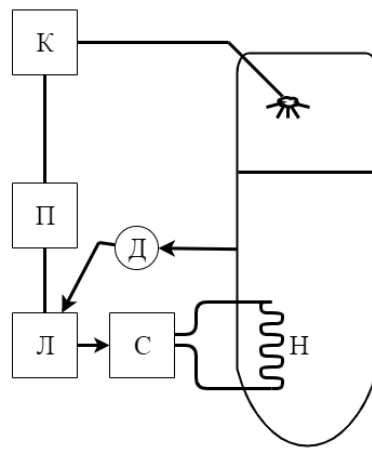


Рис. 1: Схема АСУ регулирования компенсатора объема. Д - датчик давления, Л - блок обработки информации, С - силовые устройства, Н - нагреватель, П - пусковые устройства, К - клапан впрыска теплоносителя.

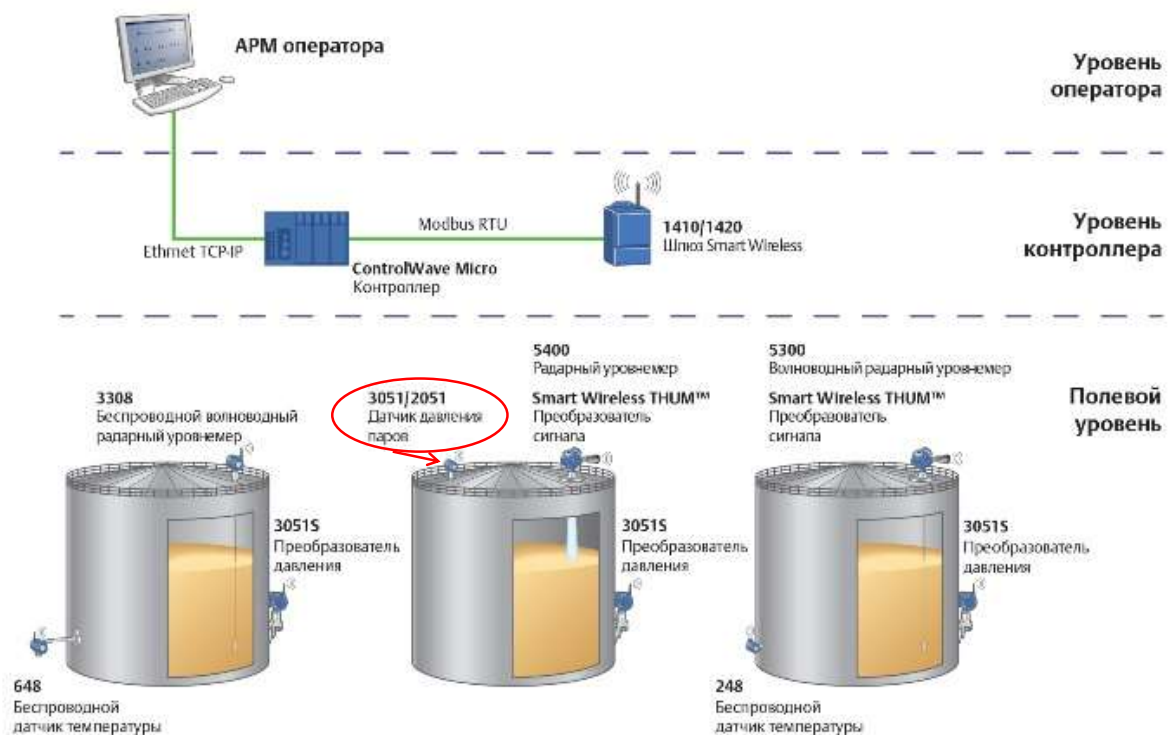


Рис. 2: Система АСУ ТП Метран ГСУР 10.

зических величин. Следующий уровень системы включает программно-логические контроллеры. Программное обеспечение ПЛК определяет значения параметров режима управления. Каждый контролируемый параметр на стадии его определения подвергается стандартной математической обработке, включающей масшта-

бирование измеренных сигналов, контроль достоверности с помощью логического анализа значений взаимосвязанных параметров, выявление ложных измерений, контроль нарушения заданного диапазона измерения. Программное обеспечение верхнего уровня, основанное на численных методах, обеспечивает регистрацию и хранение значений параметров технологического процесса относительно реального времени, а также обработку результатов измерений и диагностику достоверности текущих значений контролируемых параметров. Алгоритмы и методы, предлагаемые в данном исследовании, предназначены для обработки информации на верхнем уровне.

Задачи динамики измерений возникают также в системах контроля быстропротекающих энергоемких процессах. На рис. 3 представлена схема измерения температуры в двигателе.

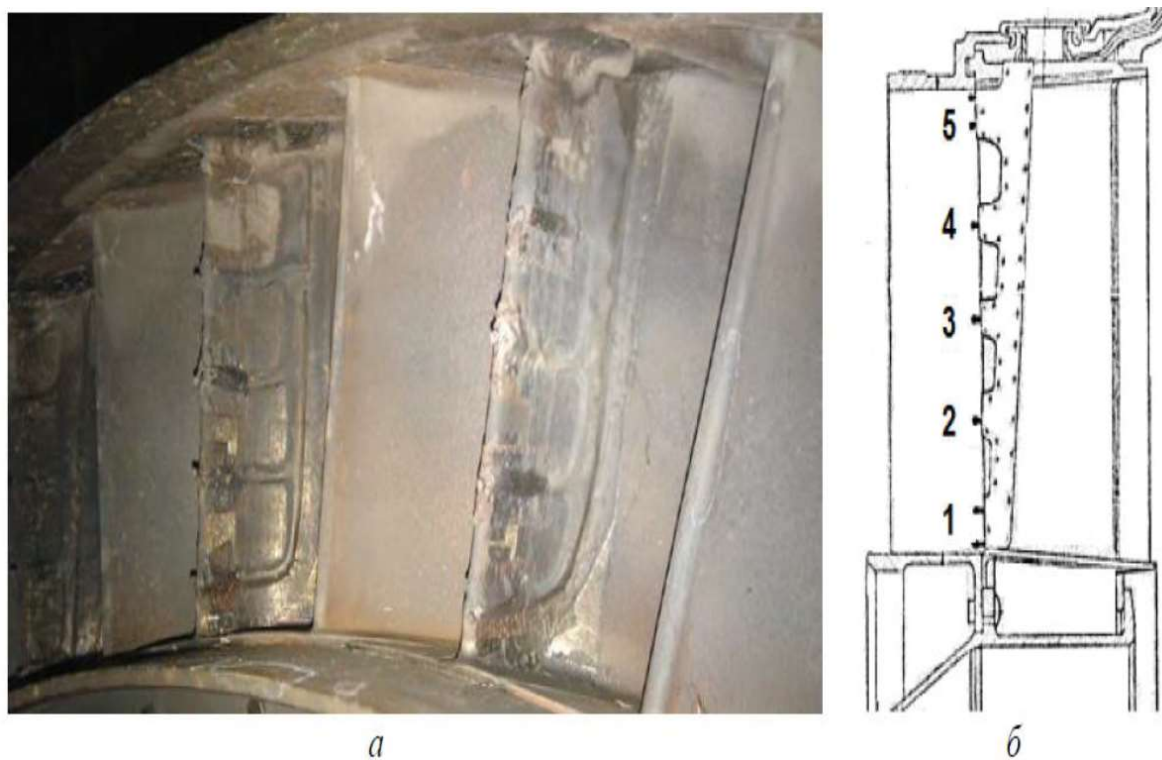


Рис. 3: Стендовая база газотурбинного двигателя НК-16СТ. а – препарированный сопловый аппарат ГТД НК-16СТ, б – схема расположения термопар, 1 – 5 – термопары.

При запуске и работе двигателя происходит нагревание его рабочих поверхностей, система управления, ориентируясь на данные о тепловом состоянии двигателя, корректирует параметры режим нагрева и охлаждения. Если поступающая

информация неточно отражает действительное тепловое состояние, то система выберет неверные параметры режима теплового воздействия, что приведет к перегреву двигателя, а это, в свою очередь, снизит его эксплуатационные характеристики или приведет к потере работоспособности. Учитывая инерционность датчиков температуры при скачках температур, в данных о тепловом состоянии двигателя, поступающей в систему управления, неизбежно возникают динамическая погрешность.

Таким образом, возникает необходимость в создании и совершенствовании методов и алгоритмов обработки информации, сформированной из результатов измерений, позволяющих нивелировать негативное влияние динамической погрешности на точность обработки информации.

## **1.2 Основные подходы к обработке информации в теории динамических измерений**

Основой для идентификации текущего состояния технологического процесса служат результаты обработки информации, в том числе, сформированной из результатов динамических измерений. Основой теории динамических измерений является идентификация входного сигнала по зашумленному выходному сигналу, содержащему динамическую погрешность. Основы современной теории динамических измерений заложены в трудах С.М. Мандельштам, Г.И. Солопченко, В.В. Леонов, В.А. Грановский, Г.И. Кавалеров, В.М. Хрумало, Г.И. Василенко, А.Л. Шестакова.

Выделяют следующие основные направления в области исследований динамических измерений. Первое направление связано с созданием и совершенствованием моделей ИИС и методов, корректирующих динамическую погрешность, за счет подключения к информационно-измерительной системе аналоговых корректирующих устройств. Так, в работе Е.Г. Вашны [13] рассмотрены возможности коррекции динамической погрешности последовательным включением аналоговых корректирующих устройств. В этой же работе предложен компенсационный

метод коррекции погрешности путем введения дополнительного канала с усилением по мощности. Входным сигналом этого канала является доступный сигнал прямого канала измерения, который сравнивается с сигналом, прошедшим основной канал. Наличие усиления позволяет быстрее преодолевать инерционность первичного измерительного преобразователя и является причиной повышения динамической точности.

К метрологическим аспектам динамических измерений относятся исследования, связанные с созданием и совершенствованием методов анализа динамической погрешности. В работе В.А. Грановского [16] предложен метод анализа динамической погрешности, используемый для идентификации динамических характеристик датчика. Работа [17] посвящена рассмотрению метрологических аспектов динамических измерений, существенно влияющих на их точность. В данном исследовании предложена классификация динамических характеристик средств измерений, отмечена эквивалентность переходной функции, импульсной переходной функции, частотной характеристики, передаточной функции, дифференциального уравнения с точки зрения полноты описания динамических свойств, а также предложены методы оценки динамической погрешности и обсуждены вопросы обеспечения единства динамических измерений. Проблеме определения коэффициентов передаточных функций средства измерения по экспериментальным данным и понижению порядка передаточной функции посвящены работы В.В. Леонова [34, 35].

Привлечение к теории динамических измерений результатов, полученных в области фундаментальных и прикладных математических исследований, привело к развитию второго направления. Основная линия развития этого направления связана с теорией обратных задач и использованием регуляризирующих подходов.

Основная идея, позволившая привлечь регуляризацию к теории динамических измерений заключалась в переходе от дифференциальных уравнений, характеризующих связь входного и выходного сигналов, к интегральным. Впервые этот подход для динамических измерений предложен Г.Н. Солопченко в работе [45], сведя задачу восстановления входного сигнала к интегральному уравнению Фредголь-

ма I рода. В этой работе также впервые отмечена неустойчивость решений задач динамических измерений относительно погрешности исходных данных, когда малый шум выходного сигнала приводит к существенному искажению конечного результата. Переход к интегральным уравнениям, для которых к тому моменту уже были разработаны первые регуляризующие алгоритмы, нивелирующие негативное влияние шумов, позволили создать первые численные методы восстановления сигналов для систем с импульсной или инвариантной к сдвигу переходными функциями.

Для динамических систем переход к интегральным уравнениям Вольтерра I рода и разработанные на основе регуляризации численные методы решения полученных уравнений предложены А.Ф.Верланем в работе [14] для задачи анализа переходных процессов в электрических цепях.

Основы теории обратных задач и базовые принципы регуляризации заложены в работах А.Н. Тихонова [52]-[55], М.М. Лаврентьева [29]-[31], В.К. Иванова [23, 24] и развиты в работе их учеников А.Г. Ягола, А.М. Денисов, С.И. Кабанихин, В.В. Васин, В.П. Танана и других исследователей.

Для получения решения, устойчивого к возмущениям и шумам средств измерения, введено понятие регуляризующего оператора. На его основе предложены методы приближенного решения линейных интегральных уравнений 1-го рода.

В книге [52] также предложено применить к интегральному уравнению преобразование Фурье. Тогда решение данного уравнения может быть получено посредством обратного преобразования Фурье. Для получения же решений малочувствительных к наличию шумов измерения, предложено использовать регуляризующий оператор в виде стабилизирующего множителя, зависящего от частоты. Получено оптимальное значение стабилизирующего множителя и оптимальное решение для обратного преобразования Фурье по критерию среднеквадратической погрешности. Однако это требует знаний спектральных плотностей измеряемого сигнала и шумов измерения. В работе Василенко Г.И. [11] предложен метод реализации преобразования Фурье комплексных функций одной и двух переменных оптическими средствами. На этой основе предложены методы обработки из-

мерительной информации в оптических системах посредством голографических фильтров. Данная задача непосредственно не является задачей динамических измерений. Однако методы решения этих задач позволяют применить их при обработке и восстановлении спектров, искаженных средствами измерений при регистрации. В работах Солопченко Г.Н. [47, 48, 49] показана возможность построения устройства оптимальной обработки выходного сигнала линейного измерителя на базе элементов аналоговой вычислительной техники. Задача решалась в терминах преобразования Лапласа и передаточных функций. Был получен физически реализуемый корректирующий фильтр. Однако метод определения оптимальной переходной функции опирается на предположение об искомой импульсной передаточной функции как элементе стационарного случайного процесса, что вызвало проблему не единственности решения. Гулинский О.В. [18] предложил методы восстановления на основе численного решения интегрального уравнения свертки. Наиболее полно этот метод решения рассмотрен в работах Верлань А.В., Сизикова В.С. [14]. Однако, эти методы не позволяют получить требуемую точность измерений в испытательно-измерительных системах, в частности, из-за трудности обработки длинных реализаций и проблем с получением импульсной переходной функции информационно-измерительной системы, соответственно. Кроме того, эти методы не позволяют вести синтез информационно-измерительных каналов по требуемым передаточным функциям и частотным характеристикам. При этом во всех работах присутствует одно предельное значение динамической погрешности для всей функции времени, что является слишком грубой оценкой. Для измерения быстроизменяющихся сигналов необходима оценка динамической погрешности восстановления измеряемой величины как функции времени. Это ограничивает точность информационно-измерительных систем характеристиками аппаратуры и не позволяет использовать вычислительный потенциал этих систем для существенного улучшения их метрологических характеристик.

В работах ряда зарубежных авторов также уделяется значительное внимание вопросам динамических измерений. Статья [79] в качестве метода получения результатов базируется на решении интегрального уравнения 1-го рода. Работа [72]

посвящена использованию обратного преобразования Лапласа к ряду инженерных задач, в том числе к задачам динамических измерений. Автор отмечает удобство преобразований Лапласа и передаточных функций для исследования динамических измерительных систем. В статье [76] представлен обзор теории автоматического управления и отмечается перспективность ее применения в измерительной технике. Однако конкретных методов динамических измерений на этой основе не приводится. В работе S. Eichstadt [73] были предложены цифровые фильтры оценки неопределенности для регуляризованной обратной свертки и структура для определения распространения неопределенности непрерывной функции. Также в работах [74, 75], рассматривалось использование семантической информации получаемой при работе с «умными» датчиками. Данные методы рассматривались для систем измерения, которые можно представить в виде моделей линейного или колебательного звена, поскольку такие модели охватывают широкий спектр измерительных систем. Работы K. Ruhn [80, 81], посвященные новому подходу к сбору данных, который основывается на использовании процесса измерений с комбинированием различных концепций метрологических наблюдений, такие как процесс наблюдения с разомкнутым контуром, процесс наблюдения с обратной связью и другие.

Однако, все приведенные оценки определяются лишь одним значением максимальной погрешности, что на практике не всегда достаточно. Результаты анализа динамической погрешности имеются для передаточных функций 1-го и 2-го порядков. Практически отсутствуют результаты по оценке погрешности измерения по имеющемуся выходному сигналу средства измерения и информации о его динамических характеристиках. Не проводились оценки эффективности коррекции динамической погрешности с пониженной чувствительностью к наличию шумов первичного информационно-измерительного преобразователя.

Третье направление связано с методами коррекции динамической погрешности на основе структурной теории автоматического управления. Основная идея использования теории автоматического управления для обработки динамических измерений заключалась в следующем. Корректируя коэффициенты в матрице си-

стемы, являющиеся динамическими характеристиками системы, получают определенное состояние системы. Для синтеза модального управления, формирующего значения динамических характеристик, необходимо знать вектор состояния системы. В системах автоматического управления для идентификации вектора состояния используют обратные связи. Этот подход послужил основой для идеи, предложенной А.Л. Шестаковым в работе [82] для информационно-измерительных систем. В результате была создана информационно-измерительная система, содержащая модель датчика с обратными связями, которая реализует управление динамическими характеристиками. Полученные результаты стали основой нового направления в динамике измерений.

Исследования в этом направлении позволяют получить эффективные методы восстановления измеряемого сигнала, анализа и уменьшения динамической погрешности, временные оценки динамической погрешности измерения. В рамках этого направления созданы адаптивные информационно-измерительные системы с модальным управлением динамическими характеристиками, учитывающие специфику погрешности измерений. Использование структуры с обратными связями приводят к созданию адаптивных информационно-измерительных систем, которые предполагают изменение своих динамических параметров на основе получаемой информационно-измерительной информации. Предложенный подход получил развитие в области оптимального управления. Так, в работах [58] предложен подход в восстановлении динамически искаженного сигнала как решения задачи оптимального измерения.

На основе предложенной структуры самонастраивающейся динамической измерительной системы, Е.В. Юрасовой получены алгоритмы настройки параметров системы по критериям минимума оценки динамической погрешности [46]. М.Н. Бизяевым для восстановления динамически искаженного сигнала был разработан метод скользящих режимов [9].

При решении задачи уменьшения погрешности динамических измерений, Д.Ю. Иосифовым были разработаны алгоритмы на основе динамических моделей измерительных систем с измеряемым вектором координат состояния первичного



измерительного преобразователя [26]. А.С. Волосниковым были разработаны нейросетевые модели и алгоритмы восстановления сигналов динамических измерительных систем [15].

Полученные результаты успешно находят применение в других предметных областях. Под руководством А.Л. Шестакова решены задачи динамического взвешивания, создан алгоритм обработки сигнала с весоизмерительной системы с адаптацией к параметрам возмущений [43], повышения точности измерения влажности твердых веществ при функционировании термогравиметрических средств влагометрии с применением алгоритмов обработки информации и принятия решения [36]. Для решения задач повышения точности современных измерительных преобразователей давления для АСУ ТП учениками А.Л. Шестакова разработаны различные алгоритмы обработки информации [32, 40].

Данное диссертационное исследование посвящено разработке методов, основанных на структурном моделировании и теории регуляризации, служащих основой для обработки информации в информационно-измерительных системах позволяющих обеспечить контролируемый уровень погрешности восстановления входного сигнала.

### **1.3 Модель информационно-измерительной системы с корректирующими обратными связями**

Модель информационно-измерительной системы с обратными связями включает два блока и дополнительные фильтры [57]. Структурная модель информационно-измерительной системы, представлена на рис.4. Первый блок  $W_D$  соответствует датчику. Второй блок предназначен для коррекции динамической погрешности и восстановления входного сигнала и имитирует принцип работы датчика с заданными параметрами  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  и  $b_0, b_1, \dots, b_{m-1}$ . Блок коррекции охватывается обратными связями с коэффициентами  $k_0, k_1, \dots, k_{n-1}$ . К нему подключены дополнительные фильтры с коэффициентами  $d_0, d_1, \dots, d_{m-1}$ . Коррекция динамической погрешности осуществляется следующим образом. Коэффициенты передаточной функции регулируют путем изменения коэффициентов  $k_i$  и  $d_j$ . Кри-

терием настройки коэффициентов  $k_i$  и  $d_j$  служит близость выходных сигналов датчика  $Y(t)$  и его модели  $Y_S(t)$ . Физически регулировка коэффициентов  $d_j$  эквивалентна добавлению дополнительных фильтров, а изменение коэффициентов передаточной функции эквивалентно изменению динамических характеристик и конфигурации информационно-измерительной системы.

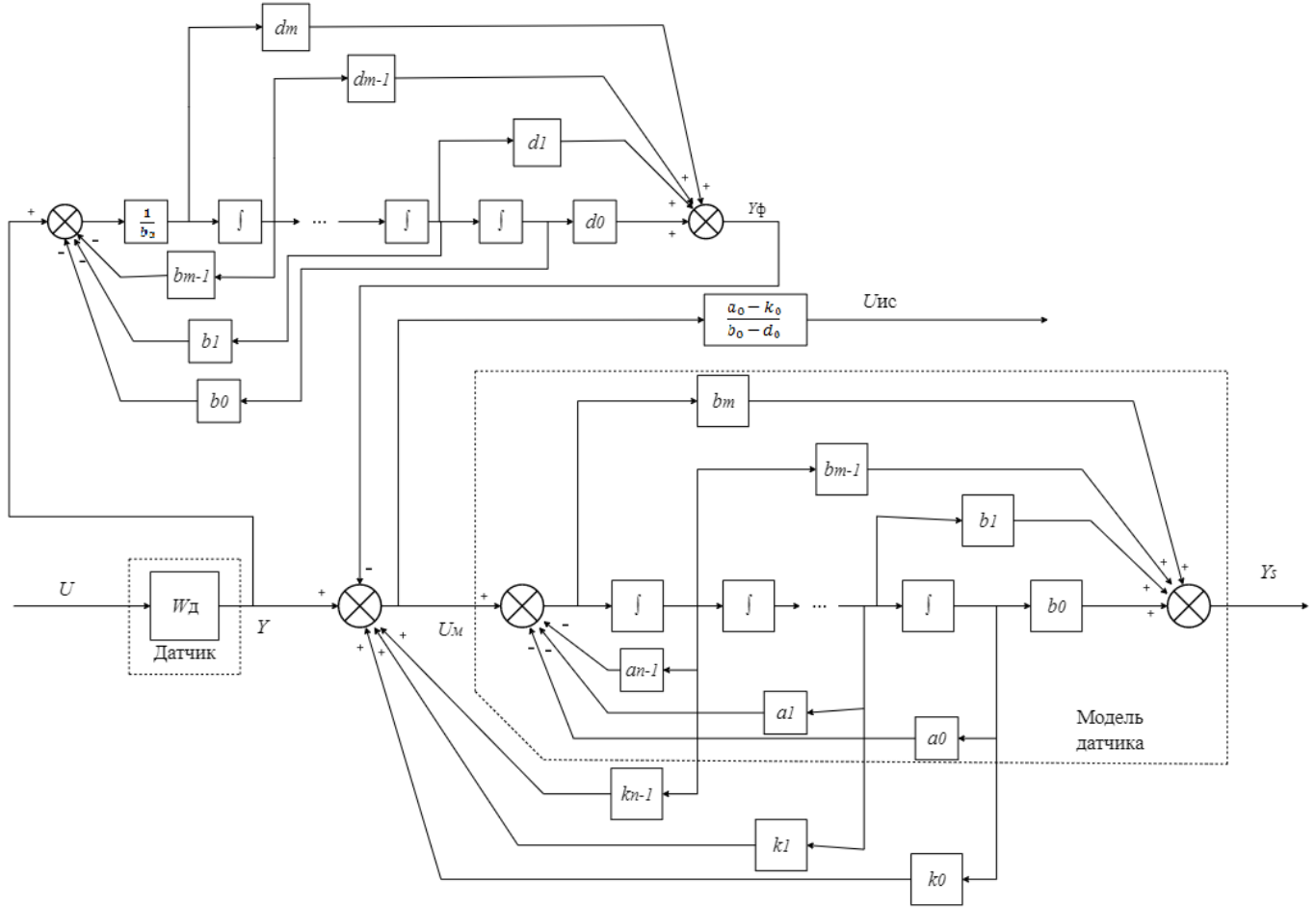


Рис. 4: Структурная модель информационно-измерительной системы.  $U$  - входной сигнал ИС,  $W_{\text{д}}$  - передаточная функция датчика,  $Y$  - выходной сигнал датчика,  $a_i$  и  $b_j$  - технические параметры ИС, где  $i \in [0; n]$  и  $j \in [0; m]$ ,  $k_i$  - коэффициента обратных связей,  $d_j$  - коэффициенты блока дополнительных фильтров,  $Y_s$  - выходной сигнал модели датчика,  $Y_{\text{ф}}$  - выходной сигнал датчика после фильтрации,  $U_{\text{ис}}$  - восстановленный входной сигнал (выход ИС).

Восстановление входного сигнала осуществляется с помощью передаточной функции датчика, имеющей следующий вид:

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{y(p)}{u(p)} \quad (1.1)$$

Соответствие модели информационно-измерительной системе подтверждается экспериментальными исследованиями, результаты которых представлены в работе [82]. В существующих подходах уменьшения величины погрешности заключается в регулировании по значениям коэффициентов обратной связи  $k_i$  и коэффициентов  $d_j$ , значений коэффициентов  $a_i$  и  $b_j$ . Физически регулировка эквивалентна добавлению дополнительных фильтров и изменению конфигурации информационно-измерительной системы. Введение обратных связей позволяет корректировать динамическую погрешности методами теории автоматического управления [57] и восстанавливать входной сигнал с достаточным уровнем точности. С другой стороны, такой подход приводит к усложнению системы, к необходимости изменять систему в зависимости от изменения уровня зашумленности данных, при этом каждый раз возникает проблема выбора характеристик фильтра.

Указанные достоинства модели послужили основанием для ее использования в диссертационном исследовании в качестве базовой модели при валидации моделей без обратных связей, разработанных в рамках данного исследования.

Учитывая вышесказанное, разработка динамических моделей информационно-измерительных систем и алгоритмов обработки результатов динамических измерений, позволяющих восстанавливать входной сигнал по зашумленному выходному сигналу и сводящих к минимуму трудоемкость процедуры коррекции динамической погрешности в системах произвольного порядка является актуальной научно-технической задачей. Для решения этой задачи необходимо создать модель информационно-измерительной системы и разработать метод восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу, устойчивому относительно погрешности исходных данных и позволяющий учитывать динамику скачкообразных или пикообразных сигналов.

#### **1.4 Основные результаты и выводы по первой главе**

Проведенный анализ существующих методов обработки динамических измерений показывает, что аналоговые корректирующие устройства в силу ограниченности аппаратного ресурса допускают коррекцию динамической погрешности толь-

ко до определенного уровня точности, и в ситуации, требующей повышения этого уровня корректирующие устройства оказываются неэффективными. Применение регуляризирующих подходов в методах коррекции динамической погрешности в основном связано с редукцией исходной задачи восстановления входного сигнала к численному решению интегральных уравнений либо к получению частотной характеристики фильтра с использованием параметра регуляризации и последующим применением обратного преобразования Фурье. Это позволяет эффективно уменьшать негативное влияние шумов на точность восстановления входного сигнала, но в ситуации кратковременного пикового или скачкообразного изменений входного сигнала использование такого подхода приводит к потере существенного объема информации о динамике измерений. Использование методов структурной теории автоматического управления нашло широкое применения. Однако, этот подход приводит к усложнению системы, к необходимости изменять систему в зависимости от изменения уровня зашумленности данных, при этом каждый раз возникает проблема выбора характеристик фильтра.

В этой связи перспективным направлением в области теории динамических измерений является разработка динамических моделей информационно-измерительных систем и алгоритмов обработки результатов динамических измерений, сводящих к минимуму трудоемкость процедуры коррекции динамической погрешности. Таким образом, разработка методов анализа и коррекции динамической погрешности на основе регуляризации с привлечением математического аппарата теории обратных задач в сочетании со структурным моделированием относится к актуальной области исследований.

На основе проведенного анализа работ была сформулирована цель исследования, заключающаяся в разработке и исследовании методов обработки динамических измерений для восстановления входного сигнала в информационно-измерительных системах произвольного порядка по зашумленному выходному сигналу на основе регуляризации с помощью стабилизирующего функционала или обладающего эффектом саморегуляризации.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи исследования:

1. Разработка модели без обратных связей для информационно-измерительной системы, представленной динамическим колебательным звеном второго порядка относительно выходного сигнала.

2. Разработка вычислительного алгоритма валидации модели без обратных связей для информационно-измерительной системы, представленной динамическим звеном второго порядка, основанна на решении прямой задачи, характеризующей связь входного и выходного сигналов.

3. Разработка и верификация метода восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы, представленной динамическим колебательным звеном второго порядка относительно выходного сигнала с фиксированным интервалом измерений со стабилизирующим функционалом.

4. Разработка и верификация метода восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы, представленной динамическим колебательным звеном второго порядка относительно выходного сигнала, обладающего эффектом саморегуляризации.

5. Разработка модели без обратных связей для информационно-измерительной системы, представленной динамическим звеном произвольного порядка относительно выходного сигнала.

6. Разработка и верификация метода восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы, представленной динамическим звеном произвольного порядка относительно выходного сигнала, обладающего эффектом саморегуляризации.

## **Глава 2. Модель информационно-измерительной системы динамического звена второго порядка и метод восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом**

В разделе рассмотрена задача восстановления входного сигнала для измерительной системы, в виде динамического звена второго порядка. В работе предлагается подход к построению модели информационно-измерительной системы и метода восстановления входного сигнала. Подход базируется на переходе к дискретной модели информационно-измерительной системы со стабилизирующим функционалом для регуляризации и коррекции динамической погрешности.

В данном разделе предложены алгоритм валидации рассматриваемой модели и метода восстановления входного сигнала на основе конечно-разностной вычислительной схемы, включающей в себя стабилизирующие функционалы, которые обеспечивают устойчивость алгоритмов относительно погрешности исходных данных при фиксированном интервале измерений. В разделе также представлены результаты вычислительных экспериментов с имитационным моделированием и с экспериментальными данными, выполненных с целью исследования точности и устойчивости предложенного подхода.

### **2.1 Модель информационно-измерительной системы со стабилизирующим функционалом**

В рамках данного исследования предложена модель позволяющая, не задействовав обратные связи, восстанавливать сигналы по зашумленным исходным данным с требуемым уровнем точности.

В данной работе предлагается построить динамическую модель системы со стабилизирующим функционалом, в которой улучшение динамических характеристик системы решается введением стабилизирующего функционала с параметром  $\alpha$ . Для системы второго порядка относительно выходного сигнала предлагаемая модель без обратных связей, представлена на рис. 5.

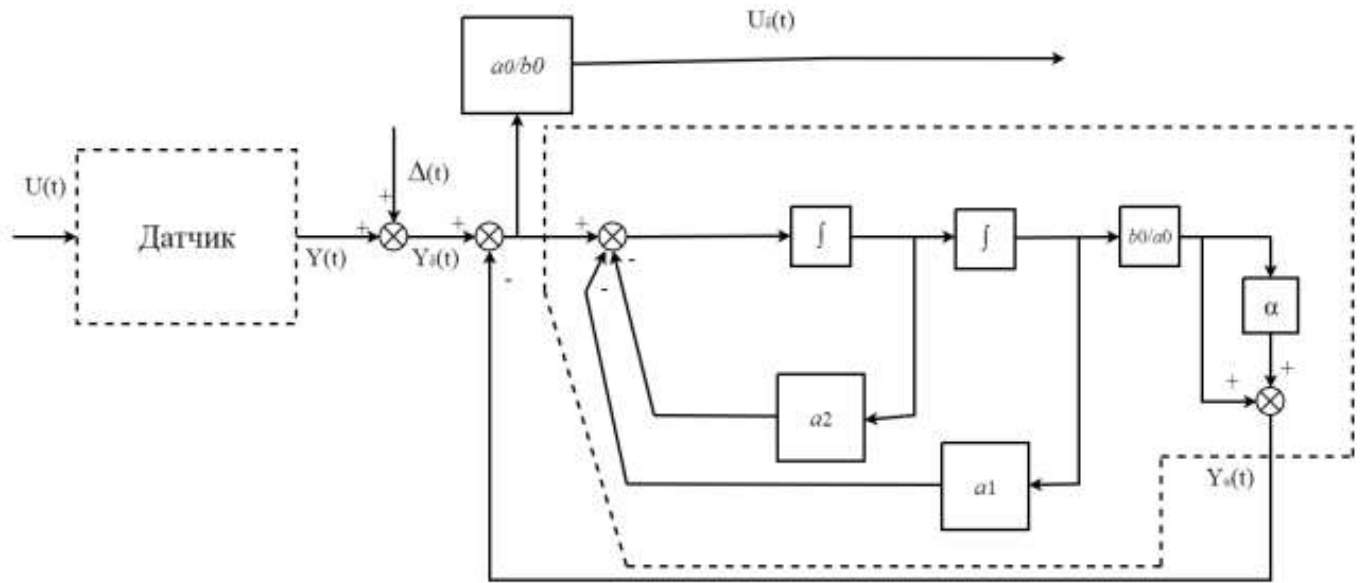


Рис. 5: Структурная модель информационно-измерительной системы.  $U(t)$  - входной сигнал ИИС,  $a_0, a_1, a_2$  и  $b_0$  - технические параметры ИИС,  $Y(t)$  - выходной сигнал датчика,  $Y_\delta$  - выходной сигнал датчика с шумом,  $\Delta$  - шум,  $Y_\alpha$  - выходной сигнал модели датчика,  $\alpha$  - блок регуляризации со стабилизирующим функционалом,  $U_\delta(t)$  - восстановленный входной сигнал (выход ИИС).

Для этой модели был разработан метод валидации, проверяющий ее работоспособность, а сама модель послужила основой для создания метода восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу. Основы построения модели заключаются в следующем. Измерения проводятся дискретно до момента времени  $\Theta$  включительно. Временной интервал между двумя измерениями соответствует  $\Delta t$ . При построении модели используем следующие обозначения:  $t$  - текущий момент времени,  $t \in [0; \Theta]$ ,  $U(t)$  - входной сигнал датчика,  $Y_\alpha(t)$  - выходной сигнал модели со стабилизирующим функционалом.

Основная идея построения методов заключается в переходе от передаточной функции

$$W(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (2.1)$$

где  $Y(p)$  - изображение выходного сигнала датчика,  $U(p)$  - изображение входного сигнала датчика, к дифференциальному уравнению, дальнейшему переходу от непрерывной модели к дискретной и последующему построению регуляризирующих алгоритмов метода валидации и метода восстановления входного сигнала.

Метод валидации предусматривает разработку численного метода решения полученного дифференциального уравнения относительно функции выходного сигнала  $Y_\alpha(t)$ , в которой регуляризация осуществляется путем введения стабилизирующего функционала с параметром регуляризации  $\alpha$ , и последующему сравнению  $Y_\alpha(t)$  с сигналом  $Y_S(t)$ , полученного от базовой модели.

Метод восстановления входного сигнала предусматривает получение значений  $U_\delta$  по значениям выходного сигнала датчика  $Y_\delta$  с помощью конечно-разностного аналога дифференциального уравнения со стабилизирующим функционалом.

Основные этапы построения вычислительной схемы метода валидации предложенной модели заключались в следующем. На первом этапе осуществляют переход от передаточной функции (2.1) к дифференциальному уравнению:

$$a_2 Y''(t) + a_1 Y'(t) + a_0 Y(t) = b_0 U(t), \quad t \in [0; \Theta] \quad (2.2)$$

где  $[0; \Theta]$  - временной интервал, в течение которого проводились измерения. Учитывая состояние датчика в начальный момент времени, получаем следующие начальные условия:

$$Y(0) = q_0, \quad Y'(0) = q_1. \quad (2.3)$$

Для построения численного метода решения задачи (2.2)-(2.3) введем на отрезке  $[0; \Theta]$  сетку  $G$  из  $(N + 1)$  узлов с шагом дискретизации  $\Delta t$ :

$$G = \left\{ t_i : t_i = (i - 1)\Delta t, \Delta t = \frac{\Theta - 0}{N}, i = \overline{1, N + 1} \right\}$$

Текущему моменту времени соответствует узел  $t_i = (i - 1)\Delta t, i = \overline{1, N + 1}$ . Тогда значениям  $y_i$  соответствуют значениям функции  $Y(t_i)$  в момент времени  $t_i$ ,  $Y = y(t_i) = y_i$ ,  $v_i$  соответствуют значениям функции  $Y_\alpha(t_i)$  в момент времени  $t_i$ ,  $Y_\alpha(t_i) = v_i$ , а  $u_i$  соответствуют значениям функции  $U(t_i)$  в момент времени  $t_i$ ,  $U(t_i) = u_i$ . Для построения вычислительной схемы метода валидации модели используем конечно-разностные представления производных [44]:



$$\hat{y}'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t}, \hat{y}''_i = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{(\Delta t)^2}. \quad (2.4)$$

Тогда конечно-разностный аналог уравнения (2.2) в узле  $t_i$  примет вид:

$$a_2 \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{(\Delta t)^2} + a_1 \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} + a_0 y_i = b_0 u_i, \quad (2.5)$$

Выразим значения  $y_{i+2}$ . Получаем:

$$y_{i+2} = \left( 2y_{i+1} - y_i + \left( b_0 u_i - a_1 \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} - a_0 y_{i+1} \right) \frac{(\Delta t)^2}{a_2} \right). \quad (2.6)$$

В уравнении (2.6) значение  $\Delta t$ , определяемое временным промежутком между двумя измерениями, фиксировано. Учитывая, что при численном дифференцировании происходит накопление погрешности и принимая во внимание что согласно результатам, представленным в [27], накопленная погрешность неограниченно возрастает при фиксированной величине шага  $\Delta t$ , получаем, что численное решение задачи (2.2)-(2.3) относится к классу неустойчивых задач и для решения проблемы контролируемости накопленной погрешности необходимо использовать регуляризацию.

Идея метода валидации модели заключается в том, что при одинаковых входных сигналах  $U(t)$  получить максимально приближенный выходной сигнал модели  $Y_\alpha(t)$  к выходному сигналу базовой модели  $Y_S(t)$ , то есть эффект от предложенной модели со стабилизирующим функционалом  $W_\alpha$ , должен быть аналогичен эффекту от базовой модели  $W_S$ . Для решения проблемы роста накопленной погрешности в схему (2.6) вводят аддитивный стабилизирующий функционал с параметром  $\alpha$ . Таким образом, вычислительная схема метода валидации модели с выходным сигналом  $Y_\alpha(t_i) = v_i$  имеет вид:

$$v_{i+2} = \left( 2v_{i+1} - v_i + \left( b_0 u_i - a_1 \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t} - a_0 v_{i+1} \right) \frac{(\Delta t)^2}{a_2} \right) + \alpha v_i, \quad (2.7)$$

Из (2.7) получают регуляризованное решение  $Y_\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_{N+1}\}$ , зависящее от  $\alpha$ . Специфика Использования уравнения (2.7) для вычисления  $Y_\alpha$  заключается в том, что при малых значениях  $\alpha$  уравнение (2.7) близко к (2.6), но при этом

остается проблема неограниченного роста накопленной погрешности, а при больших  $\alpha$  проблема накопленной погрешности решена, за счет эффекта усреднения малых нелинейных колебаний, но построенное регуляризованное решение  $Y_\alpha$  далеко от точного решения исходного уравнения (2.6). Таким образом, возникает необходимость в построении критерия выбора значений  $\alpha$ , который обеспечивает, с одной стороны, близость регуляризованного решения  $Y_\alpha(t)$  к  $Y(t)$ , а с другой стороны сохраняет контролируемый уровень накопленной погрешности.

В предлагаемой вычислительной схеме для выбора параметра  $\alpha$  используем функцию невязки  $H(\alpha)$ , определяемую формулой:

$$H(\alpha) = |a_2 Y_\alpha'' + a_1 Y_\alpha' + a_0 Y_\alpha - b_0 u|. \quad (2.8)$$

Функция  $H(\alpha)$  характеризует близость выражения, полученного при подстановке регуляризованного решения  $Y_\alpha$  в левую часть уравнения (2.6), к правой части этого уравнения. Выбор значений параметра  $\alpha$  необходимо осуществлять так, чтобы обеспечить наибольшую близость. Таким образом, критерий выбора  $\alpha$  имеет вид:

$$H(\alpha) \rightarrow \min. \quad (2.9)$$

При численной реализации предложенного метода валидации, изначально рассматриваются  $\alpha_k$  разных порядков величины, то есть  $10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-n}$  и для каждого из них вычисляют значение  $H(\alpha_k)$ . Далее среди полученных значений  $H(\alpha_k)$  выбирают наименьшее. Порядок значения  $\alpha_k$ , на котором функция  $H(\alpha)$  достигла минимума, определяет новый диапазон выбора новых значений параметра  $\alpha_k$ . В ситуации, когда минимальное значение невязки, полученное на очередном этапе подбора, несущественно отличается от минимальных значений, полученных на предыдущем этапе, процесс выбора параметра регуляризации  $\alpha$  останавливается. Значения  $\alpha$ , полученные на последнем этапе определяют параметр регуляризации при обработке сигнала на основе вычислительной схемы (2.7).

Особенность предложенного подхода, заключается в том, что данный подход эффективен лишь для систем второго порядка относительно выходного сигнала, и нулевого относительно входного, так как при повышении порядка относительно

входного сигнала необходимо вводить дополнительный стабилизирующий функционал для входного сигнала, что сводит поставленную задачу к задаче многокритериального поиска минимума и усложняет вычислительную процедуру. С увеличением порядка системы относительно выходного сигнала, параметр  $\alpha$  неизбежно возрастает, что приведет к росту отклонений построенного регуляризованного решения  $Y_\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_{N+1}\}$  от сигнала  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_{N+1}\}$ .

## 2.2 Метод восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом

Основой метода восстановления сигнала служит уравнение:

$$b_0 u = a_2 (y_\delta)'' + a_1 (y_\delta)' + a_0 y_\delta. \quad (2.10)$$

где  $y_\delta = Y_\delta(t)$  – выходной сигнал датчика с наличием шума, сформированный на основе результатов измерений, а величина  $\delta$  соответствует уровню шума выходного сигнала.

Используя сетку  $G$ , представление производных (2.4) и значение параметра  $\alpha$ , полученное на этапе валидации модели, имеем следующий конечно-разностный аналог уравнения (2.10):

$$b_0 u_i = \frac{a_2}{(\Delta t)^2} (y_{\delta i+2} - 2y_{\delta i+1} + y_{\delta i}) + \frac{a_1}{\Delta t} (y_{\delta i+1} - y_{\delta i}) + a_0 y_{\delta i} + y_{\delta i} \alpha. \quad (2.11)$$

Выразив из (2.11)  $u_i$ , имеем:

$$u_i = \left( \frac{a_2}{(\Delta t)^2} y_{\delta i+2} + \left( \frac{a_1}{\Delta t} - \frac{2a_2}{(\Delta t)^2} \right) y_{\delta i+1} + \left( \frac{a_2}{\Delta t^2} - \frac{a_1}{\Delta t} + a_0 + \alpha \right) y_{\delta i} \right) \frac{1}{b_0}. \quad (2.12)$$

Из уравнения (2.12) находим все  $u_i$ , соответствующие восстановленному выходному сигналу  $U_\delta(t)$ .

## 2.3 Методика вычислительного эксперимента

Вычислительный эксперимент включал два этапа. Цель первого этапа заключалась в численной валидации модели со стабилизирующим функционалом. На

этом этапе осуществлялся подбор параметра регуляризации  $\alpha$ . Цель второго состояла в численной верификации метода восстановления входного сигнала. Схема эксперимента представлена на рис. 6.

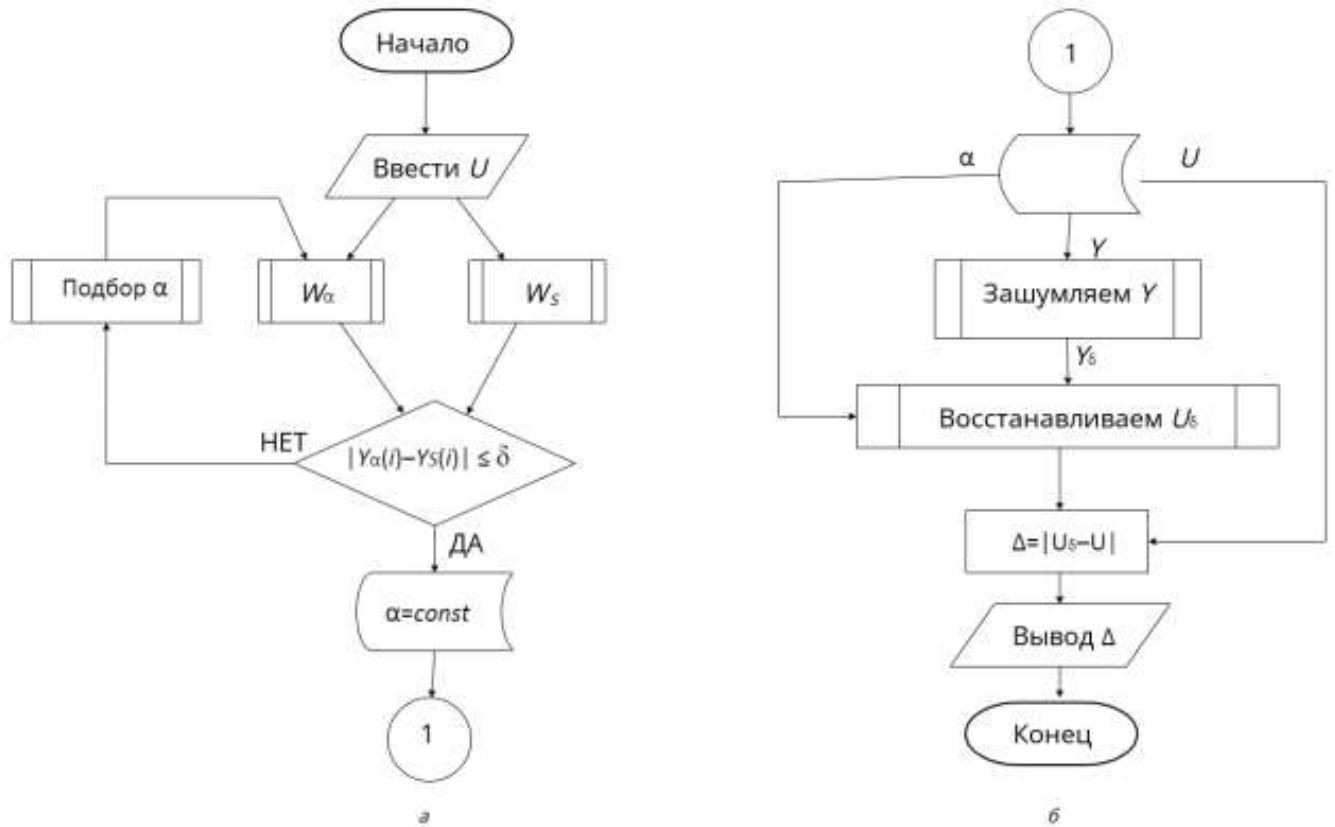


Рис. 6: Структурная схема вычислительного эксперимента: а этап настройки модели; б этап восстановления сигнала.  $W_S$  – модель с корректирующими обратными связями,  $W_\alpha$  – модель со стабилизирующим функционалом.

Этап I. Валидация модели. Сначала в модель с корректирующими обратными связями и в модель со стабилизирующим функционалом независимо друг от друга подавался сигнал  $U(t)$ . Далее формировали выходные сигналы  $Y_\alpha$  и  $Y_S$ . Затем вычисляли

$$\Delta Y_\alpha = \max_{t \in [0; \Theta]} |Y_\alpha(t) - Y_S(t)|.$$

Если  $\Delta Y_\alpha > \delta$ , то выбирались новые значения  $\alpha$  в соответствии с условиями (2.9) и формировался новый выходной сигнал  $Y_\alpha$ , затем пересчитывали  $\Delta Y_\alpha$ . По достижении условия  $\Delta Y_\alpha \leq \delta$  значение  $\alpha$  фиксировалось, и переходили ко второму этапу вычислительного эксперимента.

Этап II. Восстановление сигнала. На этом этапе в модель со стабилизирующим функционалом подавался зашумленный сигнал  $Y_\delta$ . Далее, используя полученные на первом этапе значения  $\alpha$  и применяя вычислительную схему (2.12), находили значения  $U_\delta$ , соответствующие восстановленному входному сигналу. В завершении оценивали отклонение значений  $U_\delta$  от  $U$  с помощью функции  $\Delta_U(t)$ , определяемой формулой:

$$\Delta_U(t) = |U_\delta(t) - U(t)|.$$

Значение  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$  является оценкой точности метода восстановления входного сигнала.

Численная валидация предложенной модели без обратных связей и разработанного метода восстановления входного сигнала осуществлялась посредством проведения вычислительных экспериментов.

## 2.4 Результаты вычислительных экспериментов

Для верификации предложенного метода восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом и получения экспериментальных оценок точности метода, проводили исследования по следующим направлениям:

- исследование зависимости точности восстановления входного сигнала от его характеристик и уровня шума выходного сигнала;
- исследование влияния задержки поступления информации о сигнале на динамику измерений и точность восстановления.

Исследование точности проводилось посредством сравнительного анализа полученных значений входного сигнала  $U_\delta(t)$  с тестовыми значениями  $U(t)$ . Тестовые значения формировали с помощью следующих функций:

1. Тестовая функция  $U(t) = e^t \sin(t)$ , соответствующая входному сигналу реактивного процесса;
2. Тестовая функция  $U(t) = \sin(\pi t)$ , соответствующая входному сигналу волнового процесса;

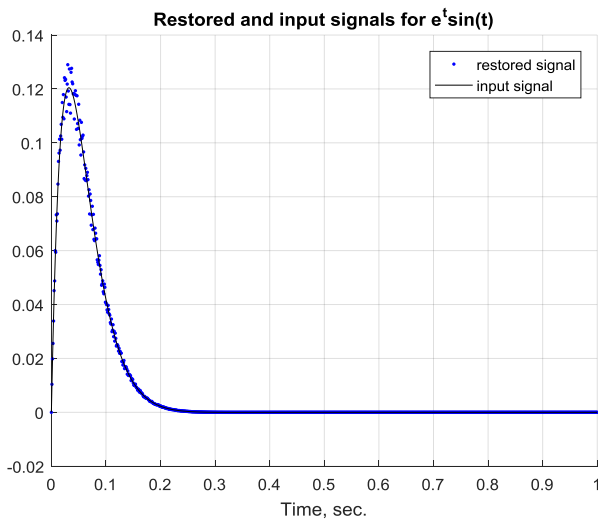
3. Тестовая функция  $U(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$ , соответствующая входному сигналу переходного процесса.

В эксперименте использовали модель информационно-измерительной системы с передаточной функцией второго порядка относительно выходного сигнала и нулевого относительно входного, имеющую следующие параметры:  $a_0 = 1, a_1 = 0.006, a_2 = 0.0001, b_0 = 1$ .

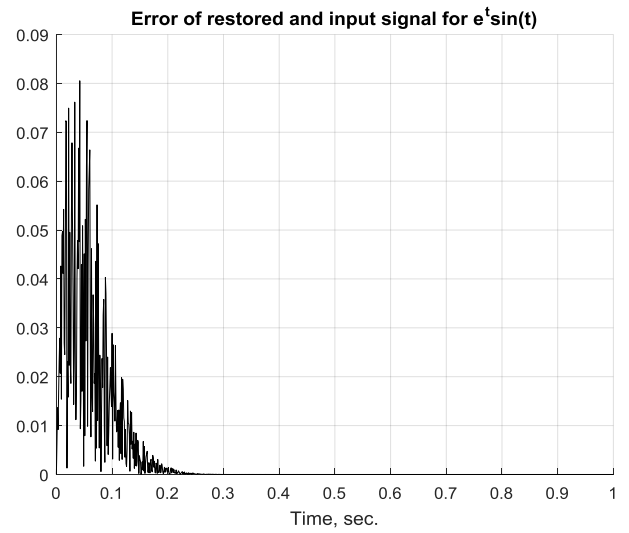
Методика проведения экспериментов заключалась в следующем. Сначала по тестовым значениям с помощью базовой модели с обратными связями формировали выходные сигналы. Далее к найденным значениям добавляли аддитивный шум. Таким образом получали значения  $Y_S(t)$ . Затем, используя предложенную модель информационно-измерительной системы и метод валидации, получали значения  $Y_\alpha(t)$ , сравнивали его со значениями  $Y_S(t)$  и, по результатам сравнения, определяли значения параметра регуляризации  $\alpha$ . Метод валидации эквивалентен процессу настройки модели. Далее к значениям выходного сигнала добавляли аддитивный шум и получали значения  $Y_\delta(t)$ . Далее по зашумленному сигналу  $Y_\delta(t)$  восстанавливали входной сигнал с помощью предложенного численного метода восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом и проводили сравнительный анализ полученных входных сигналов с тестовыми значениями.

Результаты экспериментов по исследованию зависимости точности восстановления входного сигнала от его характеристик, когда уровень шума выходного сигнала составлял 5% представлены на рис. 7 – 9. На всех рисунках используются одинаковые обозначения. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

Значения  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$ , являющиеся оценкой точности метода восстановления входного сигнала приведены в табл. 1.

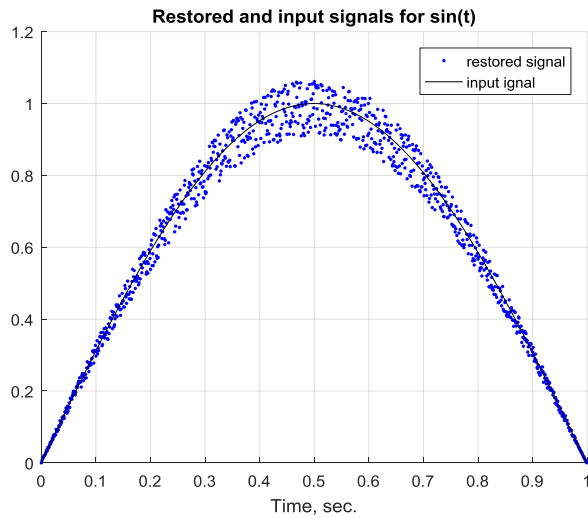


a)

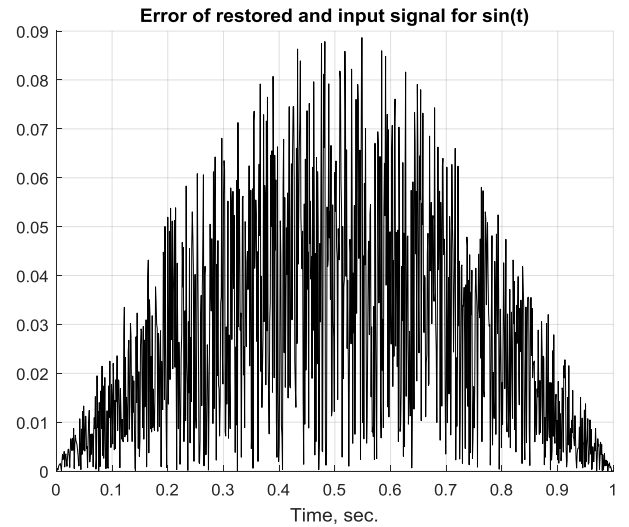


б)

Рис. 7: Результаты вычислительного эксперимента для реактивного процесса, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .



a)

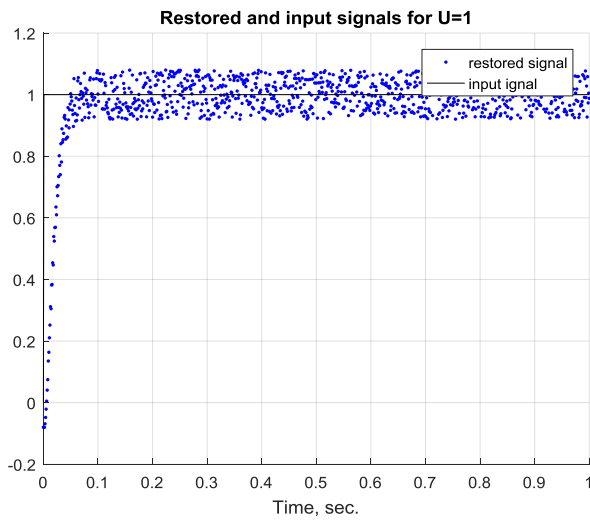


б)

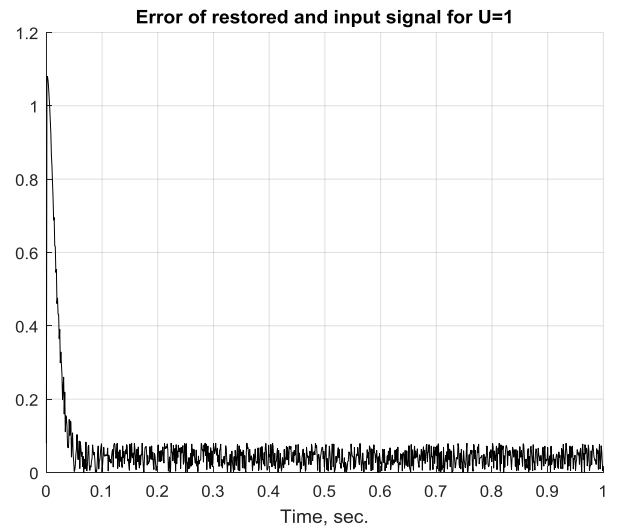
Рис. 8: Результаты вычислительного эксперимента для волнового процесса, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Следующая серия вычислительных экспериментов связана с исследованием влияния задержки поступления информации о сигнале на динамику измерений и точность восстановления входного сигнала.

Исследование точности проводилось посредством сравнительного анализа значений входного сигнала  $U_\delta(t)$ , полученных с помощью предложенного метода с тестовыми значениями  $U(t) = \sin(3\pi t)$ . Выбор тестовой функции обусловлен тем, что подобного рода сигналы широко распространены в практических измерениях.



a)



б)

Рис. 9: Результаты вычислительного эксперимента для переходного процесса, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Таблица 1: Оценка отклонений  $U_\delta$  от тестовых  $U(t)$

Тестовая функция $U(t)$	$\delta(\%)$	$\Delta_U$
$U(t) = e^t \sin(t)$	3	0,045
	5	0,092
	10	0,141
$U(t) = \sin(\pi t)$	3	0,042
	5	0,089
	10	0,138
$U(t) = \begin{cases} 0, & t = 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases}$	3	0,039
	5	0,081
	10	0,136

Они, например, возникают в измерениях расхода сыпучих веществ, в измерениях импульсного давления и т.д. Величина задержки в эксперименте варьировалась от 0 % до 50 % от одного периода сигнала.

Модель информационно-измерительной системы, методика проведения эксперимента, формирование  $Y_\delta(t)$ , процесс восстановления входного сигнала и оценки точности его восстановления идентичны численным процедурам, используемым при исследовании зависимости точности восстановления входного сигнала от его характеристик и уровня шума выходного сигнала.



Результаты экспериментов представлены на рис. 10 – 12 и приведены в табл. 2. На всех рисунках используются одинаковые обозначения. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

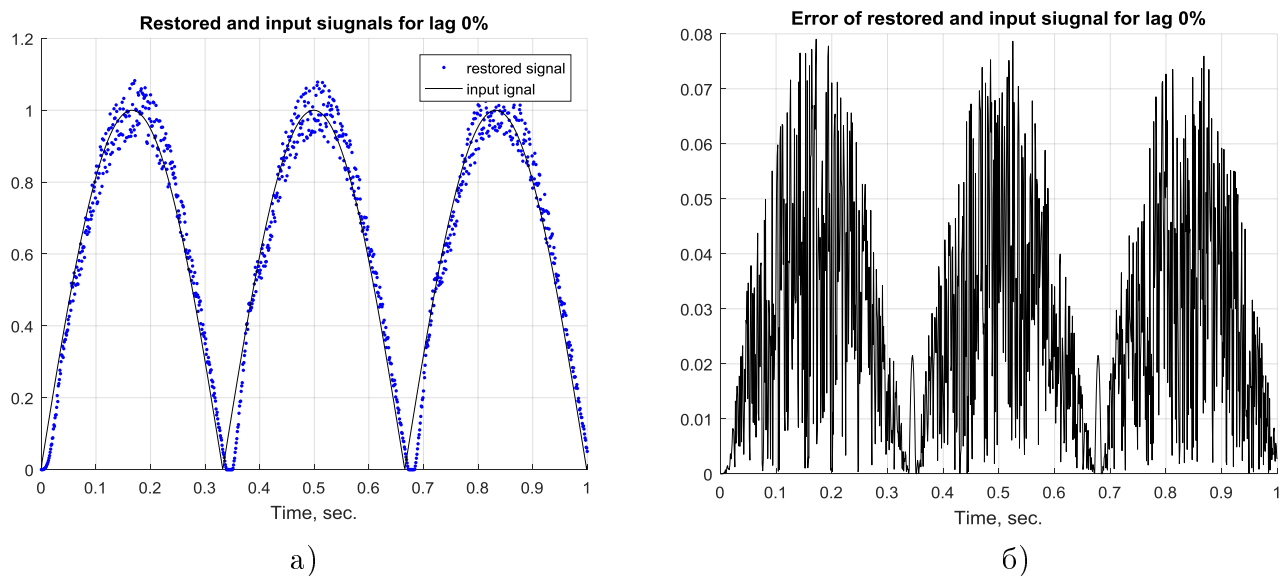


Рис. 10: Результаты вычислительного эксперимента без задержки, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

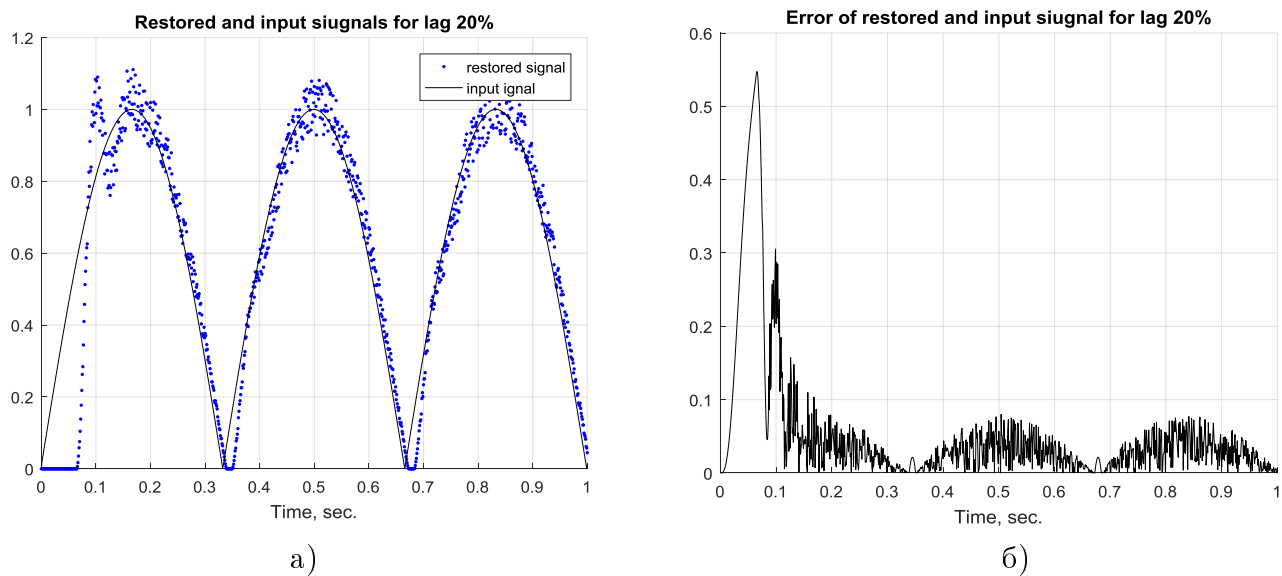


Рис. 11: Результаты вычислительного эксперимента с задержка 20% от периода сигнала, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

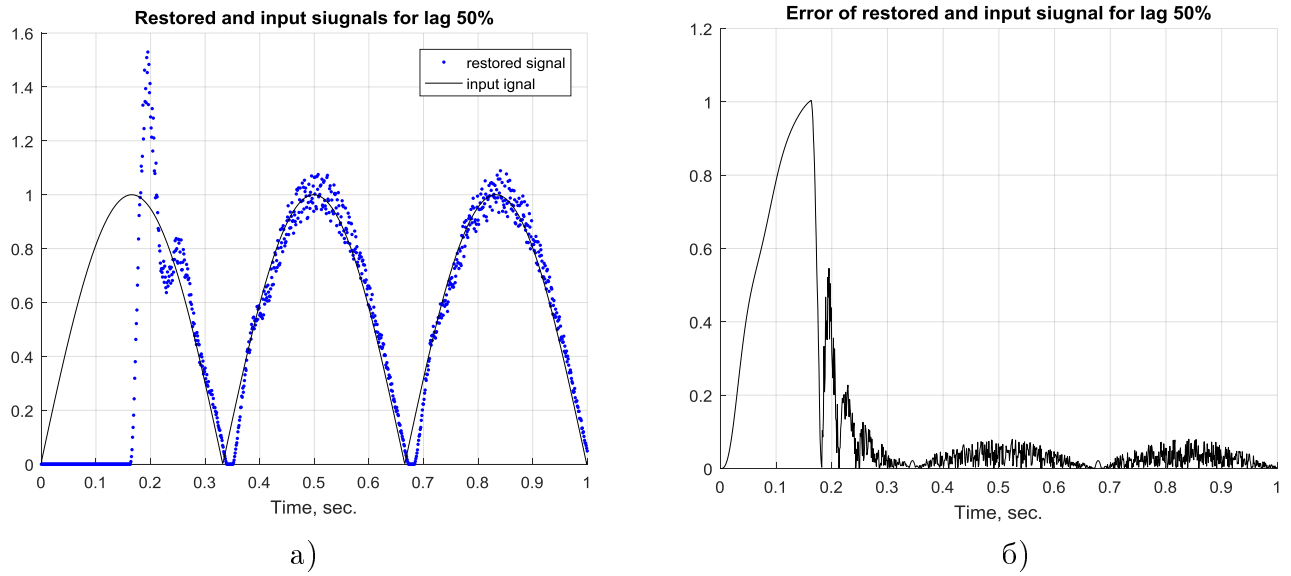


Рис. 12: Результаты вычислительного эксперимента с задержкой 50% от периода сигнала, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Для оценки величины отклонений найденных значений  $U_\delta$  от  $U$  использовали функцию погрешности  $\Delta_U(t)$ , определяемую формулой:

$$\Delta_U(t) = |U_\delta(t) - U(t)|.$$

Значения  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$ , являющиеся оценкой точности метода восстановления входного сигнала приведены в табл. 2.

Таблица 2: Оценка отклонений  $U_\delta$  от тестовых  $U(t)$  в условиях задержки

Длительность задержки от периода сигнала (%)	$\Delta_U$
0%	0.08
20%	0.08
50%	0.09

Результаты эксперимента приводят к следующим выводам. Характеристики сигнала не влияют на точность восстановления входного сигнала, получаемого с помощью предложенного метода. Регуляризация, используемая в методе восстановления позволяет удерживать величину накапливаемой погрешности на контролируемом уровне. Метод со стабилизирующим функционалом адаптируется к задержке исходных данных и по истечению переходного периода сохраняет величину погрешности на контролируемом уровне.

## 2.5 Исследование точности метода восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом на основе экспериментальных данных

С целью апробации предложенного метода восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом для обработки реальных данных и получения оценок точности результатов обработки проводились экспериментальные исследования, в которых исходные данные формировались динамическим звеном второго порядка.

В эксперименте использовались данные, полученные от программного прототипа датчика, измеряющего электрическое напряжение. Принципиальная электрическая схема датчика приведена на рис. 28.

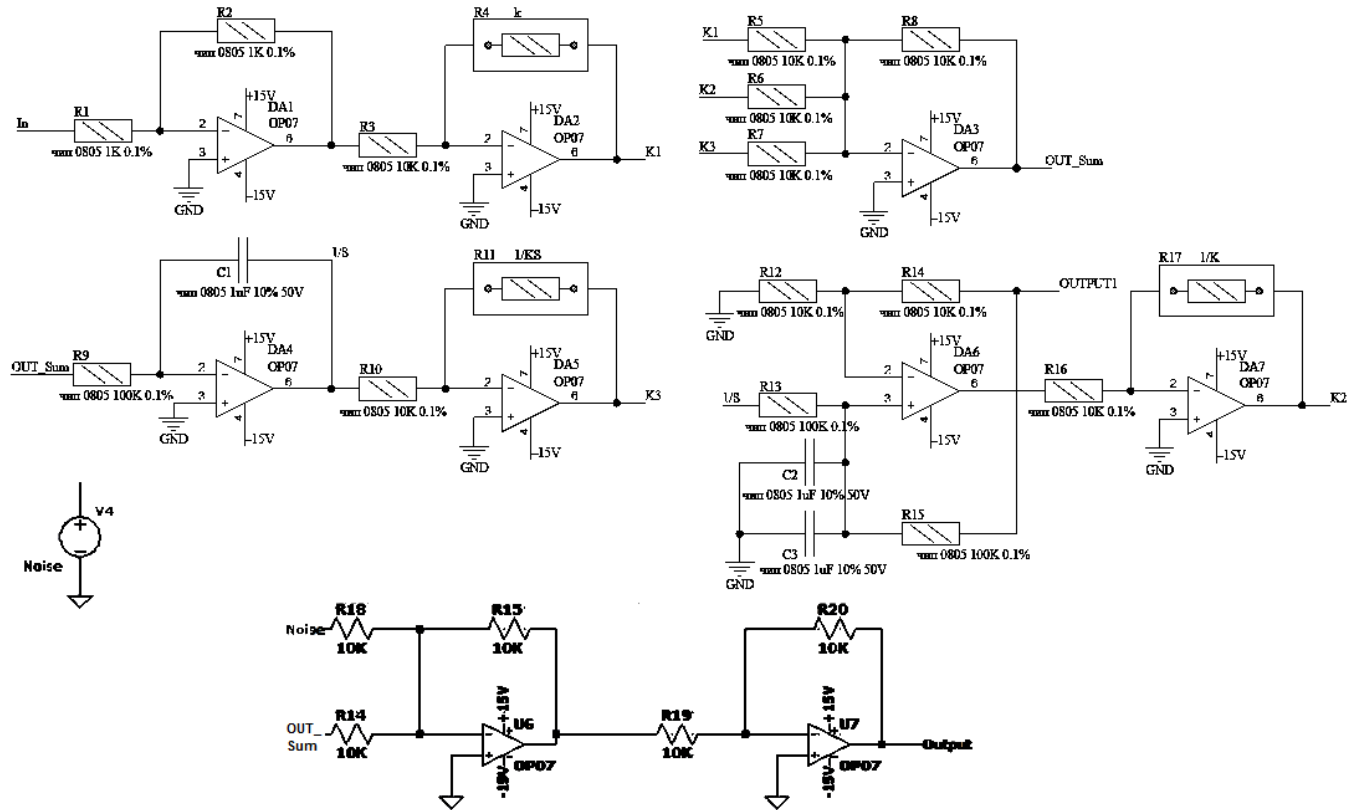


Рис. 13: Принципиальная электрическая схема датчика.

Передаточная функция датчика, используемого в эксперименте имеет вид :

$$W_{\text{Д}} = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

где  $T = [0.1, 0.2]$  – постоянная времени,  $\xi = [0.3, 0.5, 0.7]$  – коэффициент затухания. В эксперименте коэффициенту  $a_2$  соответствуют значения параметра датчика  $T^2$ , коэффициенту  $a_1$  – значения  $2\xi T$ , коэффициент  $a_0$  имеет единичное значение.

Функциональная схема информационно-измерительной системы, включающей датчик и блок обработки информации, созданный на основе предложенной модели без обратных связей, метода валидации и метода восстановления входного сигнала представлена на рис. 14. В данной системе  $U(t)$  – это входной сигнал,  $Y(t)$  – выходной сигнал всей системы. Коэффициенты сенсора  $a_2, a_1, a_0, b_0$  и коэффициенты блока обработки информации  $a_2, a_1, a_0, b_0$  одинаковы.

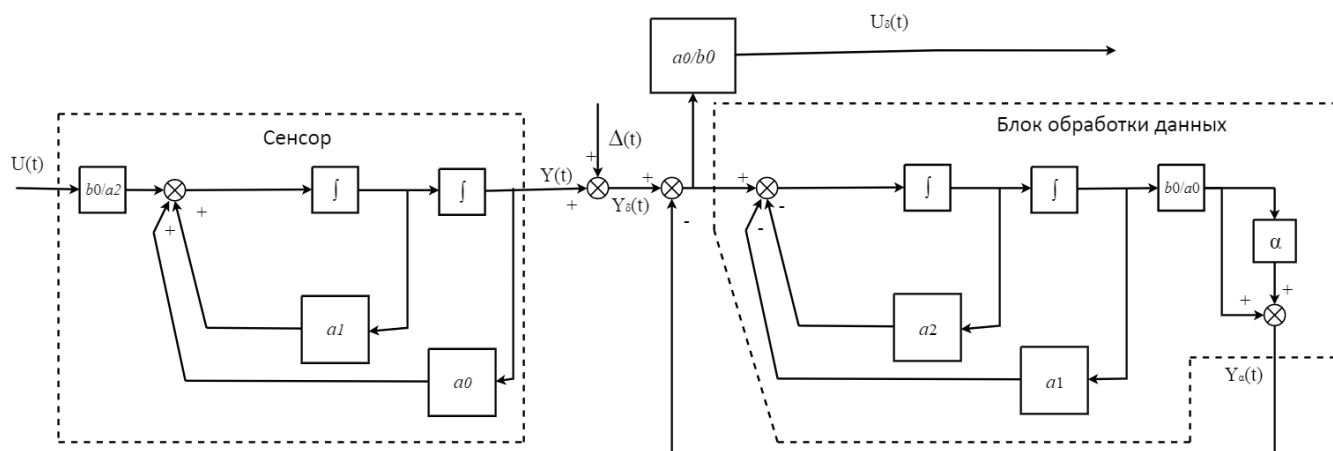


Рис. 14: Функциональная схема измерительной системы.

Методика эксперимента заключалась в следующем. Сначала задавали значения параметров датчика  $T$  и  $\xi$  из соответствующих диапазонов и уровень шума  $\delta = [2\%, 5\%]$  для выходного сигнала. Затем, в программный прототип датчика, содержащий блок обработки информации, созданный на основе базовой модели информационно-измерительной системы, подается входной сигнал. В результате формируется выходной сигнал  $Y_S(t)$ , содержащий шум. Далее, тот же входной сигнал подается в программный прототип датчика, содержащий блок обработки информации, созданный на основе предложенной модели информационно-измерительной системы. Затем, с помощью предложенного метода валидации по-

лучают параметры регуляризации  $\alpha$  для каждого набора параметров и каждого уровня шума. На этом завершается этап настройки модели.

Далее, верификация метода валидации и метода восстановления сигнала осуществлялась на «слепых данных», когда информация о входном сигнале недоступна исследователю. Верификация проводилась следующим образом. В датчик поступал входной сигнал, заранее неизвестный исследователю. Датчик формирует выходной сигнал  $Y_\delta(t)$  который затем обрабатывается с помощью предложенного метода восстановления входного сигнала с параметром регуляризации  $\alpha$ , найденном на этапе валидации для соответствующих параметров датчика  $T$  и  $\xi$ . При обработке сигнала  $Y_\delta(t)$  уровень шума выходного сигнала  $\delta$  определяется шумовыми характеристиками системы. В результате формируются значения  $U_\delta$ . В завершении, раскрываются «слепые данные», и входной сигнал, полученный с помощью предложенного метода, сравнивают с этими данными.

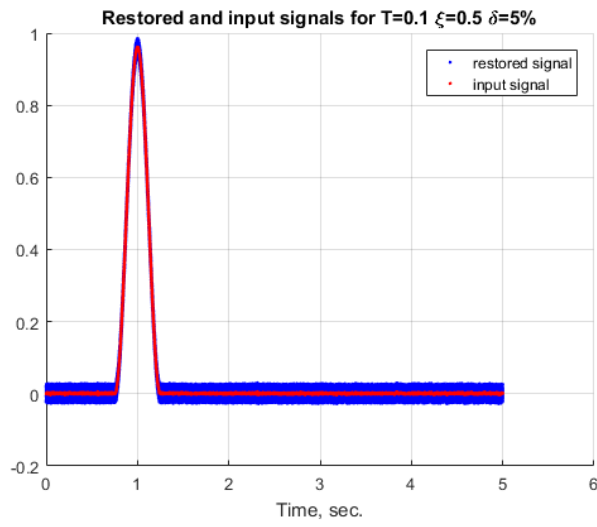
В эксперименте входной сигнал, используемый для настройки модели задавался функцией  $U(t) = \begin{cases} 0, & t = 0, \\ 1, & t > 0, \end{cases}$  а в качестве «слепых данных» использовался входной сигнал, соответствующий одному периоду синусоиды амплитудой 0,48 В, с частотой 2 Гц, с фазовым сдвигом на 270 градусов и смещением на постоянную составляющую 0,48. В программном прототипе датчика этот сигнал формируется функцией  $U(t) = (0.48\sin(4\pi t + 3\frac{\pi}{2}) + 0.48; t = [0; 2\pi])$ .

Результаты экспериментов представлены на рис. 15 – 17 и приведены в табл. 3. На всех рисунках используются одинаковые обозначения. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

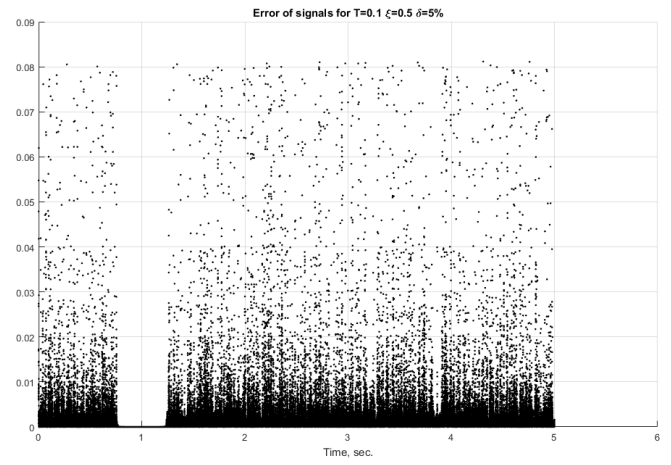
Для оценки величины отклонений найденных значений  $U_\delta$  от  $U$  использовали функцию погрешности  $\Delta_U(t)$ , определяемую формулой:

$$\Delta_U(t) = |U_\delta(t) - U(t)|.$$

Значения  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$ , являющиеся оценкой точности метода восстановления входного сигнала приведены в табл. 3.

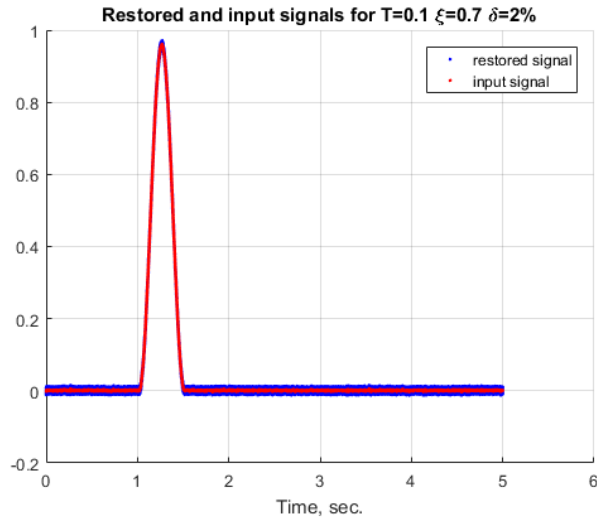


a)

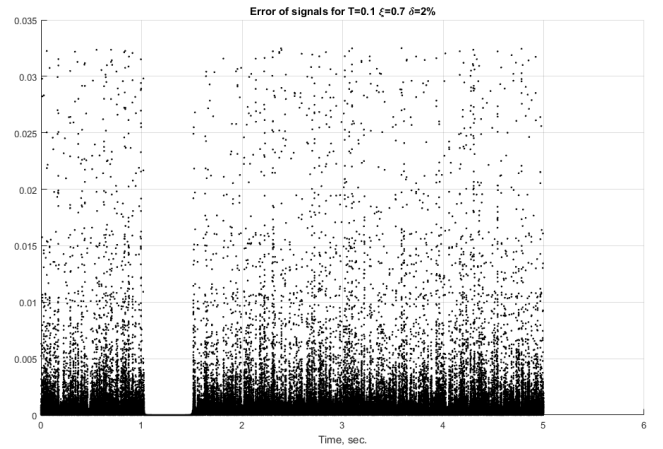


б)

Рис. 15: Результаты эксперимента для  $T = 0.1$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $\delta = 5\%$ , (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .



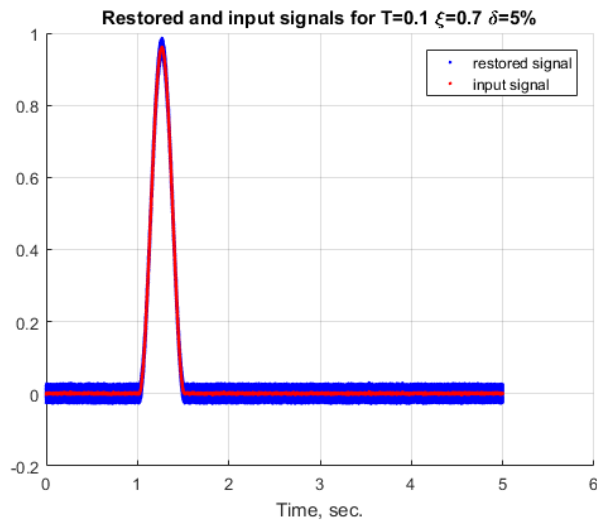
a)



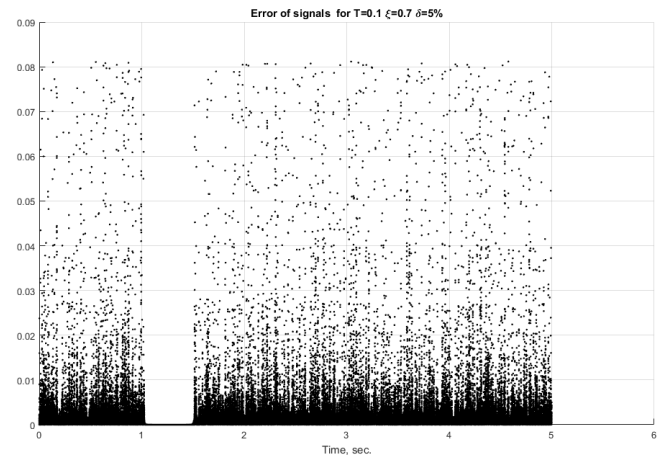
б)

Рис. 16: Результаты эксперимента для  $T = 0.1$ ,  $\xi = 0.7$ ,  $\delta = 2\%$ , (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Результаты эксперимента приводят к следующим выводам. Предложенный подход со стабилизирующим функционалом позволяет восстанавливать входной сигнал с достаточным уровнем точности. Тип входного сигнала и величина задержки не оказывают существенного влияния на точность восстановленного сигнала, но величина задержки влияет на динамику измерений.



а)



б)

Рис. 17: Результаты эксперимента для  $T = 0.1$ ,  $\xi = 0.7$ ,  $\delta = 5\%$ , (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Таблица 3: Оценка  $\Delta_U$  отклонений восстановленного входного сигнала  $U_\delta$  от тестовых  $U(t)$

$(T, \xi)$	$\delta$	$\Delta_U$
(0,01; 0,3)	2%	0,0327
	5%	0,0855
(0,01; 0,5)	2%	0,0329
	5%	0,0812%
(0,01; 0,7)	2%	0,0334
	5%	0,0821%
(0,02; 0,3)	2%	0,0323
	5%	0,0824%
(0,02; 0,5)	2%	0,0331
	5%	0,0808%
(0,02; 0,7)	2%	0,0337
	5%	0,0824

## 2.6 Основные результаты и выводы по второй главе

В данной главе рассмотрена задача динамических измерений и предложен метод обработки результатов динамических измерений со стабилизирующим функционалом, когда требуется по выходному сигналу датчика восстановить входной сигнал.

В главе предложен подход к построению математической модели информационно-измерительной системы второго порядка и метод восстановления входного сигнала, приводящий к конечно-разностным аналогам передаточной функции информационно-измерительной системы. Предложенная вычислительная схема метода включает использование стабилизирующего функционала, что обеспечивает стабильность работы метода относительно погрешности исходных данных при фиксированном интервале измерений по времени. Достаточная точность метода восстановления входного сигнала подтверждается результатами вычислительных и натуральных экспериментов.

Полученные результаты приводят к следующим выводам:

- Для задачи восстановления входного сигнала выявлена принципиальная возможность разработки подхода к построению математических моделей информационно-измерительной системы, заключающегося в переходе от передаточной функции датчика к конечно-разностным уравнениям со стабилизирующим функционалом.

- Существенное преимущество предлагаемого подхода заключается в том, что получаемые конечно-разностные уравнения, служащие основой для вычислительных схем, характеризуются явной зависимостью восстановленного сигнала от выходного сигнала датчика и его параметров, а стабилизирующий функционал позволяет корректировать динамическую погрешность без введения дополнительных обратных связей.

- Разработанные методы обработки результатов измерений показали стабильность работы относительно погрешности исходных данных и позволяют восстанавливать входной сигнал с достаточной точностью.

- При различных характеристиках информационно-измерительной системы, сохраняется порядок величины погрешности восстановленного входного сигнала, получаемого предложенным методом.

- Результаты вычислительного эксперимента свидетельствуют о стабильности работы метода восстановления входного сигнала относительно уровня погрешности исходных данных.



- Оценки отклонений функции восстановленного сигнала от тестовых значений входного, полученные при проведении вычислительного эксперимента, свидетельствуют о достаточной точности предложенного метода.

Предложенный подход к решению задачи восстановления входного сигнала позволяет повысить точность измерений на этапе компьютерного моделирования технологического процесса, что, в свою очередь приводит к снижению затрат.

**Научная новизна** результатов исследования, представленных в данном разделе, заключается в создании нового подхода к решению задач измерения, связанных с восстановлением входного сигнала в динамических системах, основанным на модели без обратных связей, а также в разработке вычислительных алгоритмов с использованием регуляризации на основе добавления стабилизирующего функционала, стабильных относительно погрешности исходных данных и позволяющих восстанавливать входной сигнал непосредственно из результатов измерений.

**Практическая значимость** полученных результатов состоит в разработке алгоритмов коррекции динамической погрешности при восстановлении входного сигнала, позволяющих повысить точность быстро протекающих процессов.

Данный подход позволяет восстанавливать входной сигнал с достаточным уровнем точности в информационно-измерительных системах с фиксированным интервалом измерений. Существенная особенность предложенной модели и методов заключается в том, что данный подход эффективен лишь для информационно-измерительных систем второго порядка относительно выходного сигнала, и нулевого относительно входного, так как при повышении порядка относительно входного сигнала необходимо вводить дополнительный стабилизирующий функционал для входного сигнала, что сводит поставленную задачу к задаче многокритериального поиска минимума, а с увеличением порядка системы относительно выходного сигнала, параметр регуляризации неизбежно возрастает, что приводит к росту величины отклонений восстановленного сигнала от действительных значений.

## **Глава 3. Модель информационно-измерительной системы динамического звена второго порядка и метод восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации**

В разделе рассмотрена задача восстановления входного сигнала для измерительной системы с динамическим звеном второго порядка. В работе предложен новый подход к построению модели информационно-измерительной системы и методу восстановления входного сигнала, в которых корректировка динамической погрешности осуществляется путем регулирования длины интервала измерений. В результате построенная модель и методы обладают эффектом саморегуляризации.

В данном разделе предложены алгоритм валидации рассматриваемой модели и метод восстановления входного сигнала, созданные на основе конечно-разностных вычислительных схем с регулируемым шагом дискретизации, порождающим в них эффект саморегуляризации. В работе получены теоретические и экспериментальные оценки точности предлагаемого метода восстановления входного сигнала, представлены результаты экспериментальных исследований, а также результаты сравнительного анализа метода восстановления со стабилизирующим функционалом и метода восстановления входного сигнала, обладающего эффектом саморегуляризации.

### **3.1 Модель информационно-измерительной системы с эффектом саморегуляризации**

В рамках данного исследования предложена модель информационно - измерительной системы, позволяющая исключить обратные связи и восстанавливать входной сигнал по зашумленным исходным данным с требуемым уровнем точности за счет эффекта саморегуляризации. Предлагаемая структурная модель информационно-измерительной системы представлена на рис. 18. Отметим, что блок датчика предлагаемой модели и блок датчика модели без обратных связей, построенной во второй главе, одинаковы.

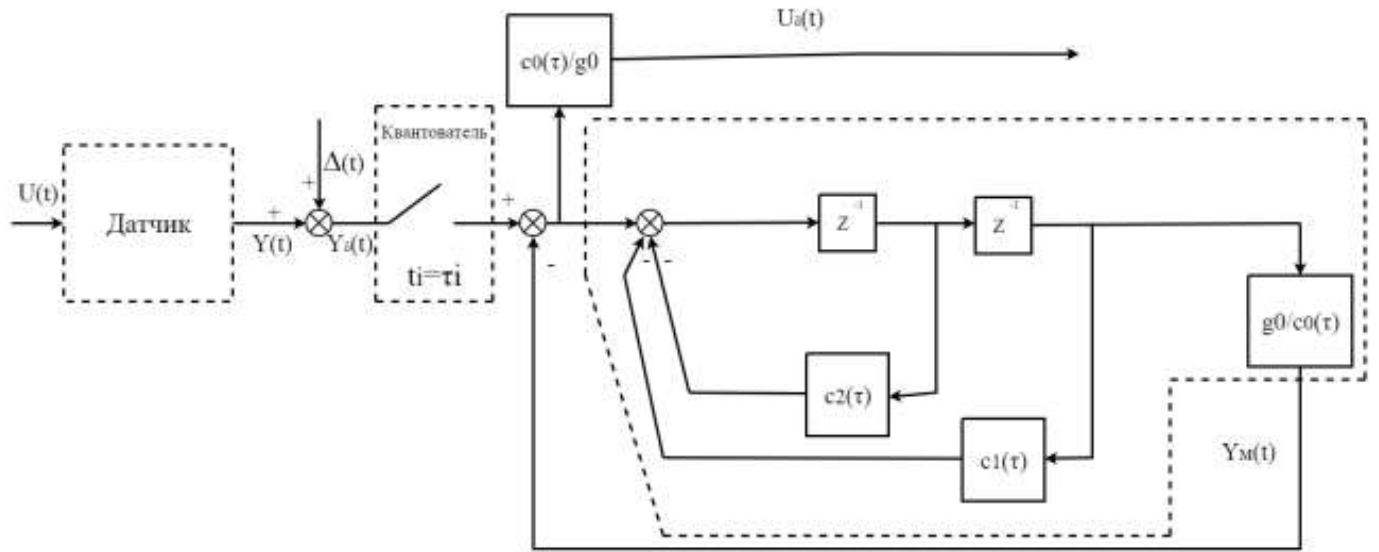


Рис. 18: Структурная модель информационно-измерительной системы с эффектом саморегуляризации.  $U$  - входной сигнал,  $Y_M$  - выходной сигнал модели,  $U_\delta$  - восстановленный входной сигнал,  $Y(t)$  - выходной сигнал датчика,  $Y_\delta$  - выходной сигнал датчика с шумом,  $\Delta$  - шум,  $c_i$  и  $g_0$  - приведенные параметры ИС.

При построении модели используем следующие обозначения:  $t$  - текущий момент времени,  $t \in [0; \Theta]$ ,  $U(t)$  - входной сигнал датчика,  $Y_M(t)$  - выходной сигнал модели с эффектом саморегуляризации. Измерения проводятся дискретно до момента времени  $\Theta$  включительно. Временной интервал между двумя измерениями составляет  $\tau$ . В этой модели корректировка динамической погрешности и улучшение динамических характеристик системы осуществляется путем регулирования значений параметра  $\tau$ .

Передаточная функция предлагаемой модели имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (3.1)$$

где  $Y(p)$  - изображение выходного сигнала датчика,  $U(p)$  - изображение входного сигнала датчика.

Ключевая идея построения методов валидации и метода восстановления входного сигнала заключается в переходе от передаточной функции к дифференциальному уравнению, дальнейшему переходу от непрерывной модели к дискретной

и последующему построению регуляризирующих алгоритмов, в которых параметром регуляризации является шаг дискретизации  $\tau$ .

При построении метода валидации требуется по известной правой части построенного дифференциального уравнения, сформированной из информации о входном сигнале, найти значения выходного сигнала  $Y_M(t)$ . Эта задача относится к классу обратных задач, специфика которых заключается в том, что малые отклонения в исходных данных приводят к существенному искажению конечного результата и для обеспечения устойчивости вычислительной схемы решения обратной задачи необходимо использовать регуляризирующие алгоритмы.

В задаче восстановления входного сигнала требуется по зашумленному выходному сигналу, формирующему левую часть дифференциального уравнения, найти входной сигнал  $U_\delta(t)$ , стоящий в правой части. Несмотря на то, что эта задача относится к классу прямых задач, его специфическая особенность заключается в том, что для восстановления входного сигнала необходимо выполнить процедуру численного дифференцирования, а эта процедура относится к классу неустойчивых задач и для сохранения контролируемости уровня накапливаемой вычислительной погрешности также необходимо использовать регуляризацию.

Во второй главе данной работы регуляризация осуществлялась введением стабилизирующего функционала. Однако, использование такой регуляризации для задач динамики измерений в информационно-измерительных системах более высокого порядка, чем второй приводит к существенному усложнению вычислительной процедуры. Отметим, что в теории обратных и неустойчивых задач существует иной подход к регуляризации. Основная идея этого подхода заключается в том, что устойчивость вычислительных схем обеспечивается регулированием шага дискретизации. Этот подход эффективно использовался для построения регуляризованных решений интегральных уравнения Вольтерра I рода и уравнений Фредгольма [3], [4], [10], [56] [68]. Метод, в котором регуляризация осуществляется регулированием шага дискретизации, согласно [10], относится к классу методов, обладающих эффектом саморегуляризации.

При проведении данного исследования возникла идея о распространении саморегуляризации на класс задач динамики измерений и построении новых численных алгоритмов метода валидации модели и метода восстановления входного сигнала, обладающих эффектом саморегуляризации. Такой подход к решению задач динамики измерений применяется впервые.

Основные этапы построения вычислительной схемы метода валидации предложенной модели заключались в следующем. На первом этапе осуществляют переход от передаточной функции (3.1) к дифференциальному уравнению:

$$a_2 Y''(t) + a_1 Y'(t) + a_0 Y(t) = b_0 U(t), t \in [0; \Theta] \quad (3.2)$$

где  $[0; \Theta]$  - временной интервал в течении которого проводились измерения. Учитывая состояние информационно-измерительной системы в начальный момент времени, получаем следующие начальные условия:

$$Y(0) = q_0, Y'(0) = q_1. \quad (3.3)$$

Для построения численного метода решения задачи (3.2)-(3.3) введем на отрезке  $[0; \Theta]$  сетку  $G$  из  $(N + 1)$  узлов с шагом дискретизации  $\tau$ :

$$G = \left\{ t_i : t_i = (i - 1)\tau, \tau = \frac{\Theta - 0}{N}, i = \overline{1, N + 1} \right\}$$

Текущему моменту времени соответствует узел  $t_i = (i - 1)\tau, i = \overline{1, N + 1}$ . Тогда значениям  $y_i$  соответствуют значениям функции  $Y(t_i)$  в момент времени  $t_i$ ,  $Y = y(t_i) = y_i$ ,  $v_i$  соответствуют значениям функции  $Y_M(t_i)$  в момент времени  $t_i$ ,  $Y_M(t_i) = v_i$ , а  $u_i$  соответствуют значениям функции  $U(t_i)$  в момент времени  $t_i$ ,  $U(t_i) = u_i$ . Для построения вычислительной схемы метода валидации модели используем конечно-разностные представления производных в  $i$ -ом узле, имеющих вид:

$$\hat{y}'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{\tau}, \hat{y}''_i = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{\tau^2}.$$

Тогда конечно-разностный аналог уравнения (3.2) в момент времени  $t_i$  имеет следующий вид:

$$a_2 \frac{v_{i+2} - 2v_{i+1} + v_i}{\tau^2} + a_1 \frac{v_{i+1} - v_i}{\tau} + a_0 v_i = U_i, i = \overline{0, N-2}, \quad (3.4)$$

Выразим значения  $v_{i+2}$ . Получаем:

$$v_{i+2} = \left( U_i - \left( \frac{a_1}{\tau} - \frac{2a_2}{\tau^2} \right) v_{i+1} - \left( a_0 - \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2} \right) v_i \right) \frac{\tau^2}{a_2}, \quad (3.5)$$

Для построения явной схемы используем приведенные коэффициенты  $c_2, c_1, c_0$ , определяемые формулами :

$$c_2 = \frac{a_2}{\tau^2}, c_1 = \frac{a_1}{\tau} - \frac{2a_2}{\tau^2}, c_0 = a_0 - \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2}.$$

Таким образом, основой для определения выходного сигнала  $v_{i+2}$  в момент времени  $t_{i+2}$  в информационно-измерительной системе, представленной на рис.18, служит следующее соотношение:

$$v_{i+2} = \frac{1}{c_2} (U_i - c_1 \cdot v_{i+1} - c_0 \cdot v_i), \quad (3.6)$$

Анализируя соотношение (3.6), получаем, что приведенные коэффициенты  $c_2, c_1, c_0$ , позволяют корректировать уровень динамической погрешности посредством изменения значения шага дискретизации  $\tau$ . Таким образом,  $\tau$ , будучи параметром вычислительной схемы является параметром регуляризации, что, согласно [10], свидетельствует о эффекте саморегуляризации.

### 3.2 Метод восстановления входного сигнала на основе модели с эффектом саморегуляризации

Основой метода восстановления сигнала служит уравнение:

$$b_0 u = a_2 y_\delta'' + a_1 y_\delta' + a_0 y_\delta. \quad (3.7)$$

где  $y_\delta = Y_\delta(t)$  – выходной сигнал датчика с наличием шума, сформированный на основе результатов измерений, а величина  $\delta$  соответствует уровню шума выходного сигнала.

Используя сетку  $G$  с шагом дискретизации  $\tau$ , найденным на этапе настройки модели для задачи (3.2), (3.3), получим следующий конечно-разностный аналог уравнения (3.7) относительно  $u_i$ , при  $g_0 = \frac{1}{b_0}$ :

$$a_2 \frac{y_{\delta i+2} - 2y_{\delta i+1} + y_{\delta i}}{\tau^2} + a_1 \frac{y_{\delta i+1} - y_{\delta i}}{\tau} + a_0 y_{\delta i} = \frac{u_i}{g_0},$$

$$\frac{u_i}{g_0} = \frac{a_2}{\tau^2} y_{\delta i+2} + \left( \frac{a_1}{\tau} - \frac{2a_2}{\tau^2} \right) y_{\delta i+1} + \left( a_0 - \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2} \right) y_{\delta i},$$

Выразив  $u_i$ , имеем:

$$u_i = (c_2 y_{i+2} + c_1 y_{i+1} + c_0 y_i) g_0, \quad (3.8)$$

Из уравнения (3.8) находим все  $u_i$ , соответствующие восстановленному выходному сигналу  $U_\delta(t)$ .

### 3.3 Критерий выбора параметра регуляризации для модели с эффектом саморегуляризации и метода восстановления входного сигнала

Пусть  $y_i$  - действительные значения выходного сигнала в момент времени  $t_i$ , а  $v_i$  - значения функции  $Y_M(t_i)$  в момент времени  $t_i$ . Для построения вычислительной схемы используются конечно-разностные приближения. Тогда найдем значения производных в момент времени  $t_i$  из ряда разложения в ряд Тейлора нашей функции в точке  $t_{i+1}$ :

$$y_{i+1} = y_i + y'_i(t_{i+1} - t_i) + \frac{y''_i}{2}(t_{i+1} - t_i)^2 + \dots + \frac{y_i^{(n)}}{n!}(t_{i+1} - t_i)^n, \quad (3.9)$$

исходя из того, то  $t_{i+1} - t_i = \tau$  следовательно уравнение (3.9) будет иметь вид:

$$y_{i+1} = y_i + y'_i \tau + \frac{y''_i}{2} \tau^2 + \dots + \frac{y_i^{(n)}}{n!} \tau^n, \quad (3.10)$$

Согласно [22], значение  $O(\tau^2)$  имеет вид:  $O(\tau^2) = \frac{y''_i}{2} \tau^2 + \dots + \frac{y_i^{(n)}}{n!} \tau^n$ , и уравнение (3.10) примет вид:

$$y_{i+1} = y_i + y'_i \tau + O(\tau^2), \quad (3.11)$$

Выразим  $y'_i \tau$  и поделим все на  $\tau$ , тогда  $\frac{O(\tau^2)}{\tau} = \frac{y''_i \tau^2}{2\tau} + \dots + \frac{y_i^{(n)} \tau^n}{n! \tau} = \frac{y''_i}{2} \tau + \dots + \frac{y_i^{(n)}}{n!} \tau^{n-1} = O(\tau)$  и уравнение (3.11) примет вид:

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{\tau} + O(\tau), \quad (3.12)$$

затем линейно аппроксимируем  $O(\tau)$ , то есть  $O(\tau) \approx C\tau$  с некоторой константой  $C$ , тогда уравнение (3.12) имеет следующий вид:

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{\tau} + C\tau, \quad (3.13)$$

Соотношение (3.13) определяет значение производной от выходного сигнала в момент времени  $t_i$ . Для отыскания численных значений производной в момент времени  $t_i$  используют дискретную функцию  $v'_i$ , тогда конечно-разностный аналог соотношения (3.12), согласно [44], имеет следующий вид:

$$v'_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\tau}. \quad (3.14)$$

где значения  $v_{i+1}$  и  $v_i$  соответствуют вычисленным значениям выходного сигнала  $Y_M(t)$  в моменты времени  $t_{i+1}$  и  $t_i$  соответственно.

Оценим наибольшее отклонение значений  $v_i$ , соответствующих выходному сигналу, полученному с помощью предложенного метода, от действительных значений  $y_i$ , соответствующих выходному сигналу базовой системы. Для этого используем величину:

$$\omega_i = |v_i - y_i|,$$

Учитывая, что выходной сигнал известен с погрешностью, получаем:

$$\omega_1 = |v_1 - y_1| \leq |q_0 + \delta - q_0| \leq \delta,$$

$$\omega_2 = |v_2 - y_2| = |(v_1 + v'_1 \tau) - (y_1 + y'_1 \tau)| \leq |v_1 - y_1| + |v'_1 \tau - y'_1 \tau| \leq \delta + |v'_1 \tau - y'_1 \tau|$$



Учитывая, что

$$v'_1 = \frac{v_2 - v_1}{\tau},$$

получаем

$$\begin{aligned} |v'_1 - y'_1| &= \left| \frac{v_2 - v_1}{\tau} - \left( \frac{y_2 - y_1}{\tau} + C\tau \right) \right| \leq \\ &\leq \left| \frac{(v_2 - y_2) - (v_1 - y_1)}{\tau} \right| + C\tau \leq \\ &\leq \left| \frac{(v_2 - y_2)}{\tau} \right| + \left| \frac{(v_1 - y_1)}{\tau} \right| + C\tau \leq \frac{2\delta}{\tau} + C\tau. \end{aligned}$$

Тогда

$$\omega_2 \leq \delta + |(v'_1 - y'_1)\tau| \leq \delta + 2\delta + C\tau^2. \quad (3.15)$$

Оценим остальные  $\omega_i$ . Основываясь на уравнении (3.6) получаем:

$$\begin{aligned} \omega_3 = |v_3 - y_3| &\leq \left| \frac{1}{c_2} (U_1 - c_1v_2 - c_0v_1 - U_1 + c_1y_2 + c_0y_2) \right| \leq \\ &\leq \frac{1}{c_2} |c_1(y_2 - v_2) + c_0(y_1 - v_1)| \leq \frac{1}{c_2} (c_1\omega_2 + c_0\omega_1) \end{aligned}$$

Аналогично, исходя из уравнения (3.6) получаем:

$$\begin{aligned} \omega_{i+2} = |v_{i+2} - y_{i+2}| &= \left| \frac{1}{c_2} (U_i - c_1v_{i+1} - c_0v_iU_i + c_1y_{i+1} + c_0y_i) \right| \leq \\ &\leq \frac{1}{c_2} |c_1(y_{i+1} - v_{i+1}) + c_0(y_i - v_i)|, \end{aligned}$$

тогда

$$\omega_{i+2} \leq \frac{1}{c_2} (c_1\omega_{i+1} + c_0\omega_i) \quad (3.16)$$

Учитывая, что  $\omega_i \leq \omega_{i+1}$ , из (3.16) получаем:

$$\omega_{i+2} \leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right) \omega_{i+1}$$

тогда

$$\begin{aligned} \omega_3 &\leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right) \omega_2 \\ \omega_4 &\leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right) \omega_3 \leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right)^2 \omega_2 \end{aligned}$$

$$\omega_5 \leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right) \omega_4 \leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right)^3 \omega_2$$

На последнем  $N + 1$  шаге получаем:

$$\omega_{N+1} \leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right)^{N-1} \omega_2.$$

Учитывая (3.15), получаем, что для погрешности, накопленной к моменту окончания процесса измерений, имеет место следующая оценка:

$$\omega_{N+1} \leq \left( \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2} \right)^{N-1} (3\delta + C\tau^2). \quad (3.17)$$

Для обеспечения устойчивости метода и сохранения контроля уровня погрешности необходимо выполнение следующего условия:

$$0 < \frac{c_1}{c_2} + \frac{c_0}{c_2} < 1 \quad (3.18)$$

Учитывая, что

$$c_2 = \frac{a_2}{\tau^2}, c_1 = \frac{a_1}{\tau} - \frac{2a_2}{\tau^2}, c_0 = a_0 - \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2}.$$

Получаем

$$\frac{c_1}{c_2} + \frac{c_0}{c_2} = \frac{a_0\tau^2 - a_2}{a_2} = \frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1. \quad (3.19)$$

Тогда условие (3.18) примет вид:

$$1 < \frac{a_0}{a_2}\tau^2 \leq 2. \quad (3.20)$$

Учитывая последнее соотношение и (3.20) получаем следующее необходимое условие устойчивости метода:

$$\sqrt{\frac{a_2}{a_0}} < \tau \leq \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}} \quad (3.21)$$

Принимая во внимание численные значения коэффициентов  $a_2$  и  $a_0$ , имеем, что  $\tau < 1$

Основываясь на технических требованиях к точности информационно-измерительной системы, получаем, что при численном моделировании выходного сигнала

$Y_M(t) = (v_1, v_2, \dots, v_{N+1})$ , необходимо соблюдать условие

$$\omega_{N+1} \leq K\delta, \quad K \in (1; 10).$$

Соблюдение этого условия гарантирует, что уровень шума выходного сигнала  $Y_M(t)$  имеет тот же числовой порядок, что и значение  $\delta$ , и, следовательно, отклонение выходного сигнала  $Y_M(t)$ , полученного с помощью предложенной модели, от выходного сигнала базовой информационно-измерительной системы  $Y_S(t)$  гарантированно находится в допустимых пределах, а метод валидации модели обладает эффектом саморегуляризации. Иными словами, при соблюдении данного условия процесс валидации предложенной модели является успешным. Отметим, что наибольшее значение отклонения выходного сигнала  $Y_M(t)$  от  $Y_S(t)$  накапливается к моменту завершения процесса валидации и характеризуется значением  $\omega_{N+1}$ .

Таким образом, к моменту завершения процесса валидации для значения величины  $\omega_{N+1}$ , характеризующего максимально возможное отклонение выходного сигнала  $Y_M(t)$  от  $Y_S(t)$  и определяющего уровень шума выходного сигнала  $Y_M(t)$  должны выполняться следующие условия:

$$\begin{cases} \omega_{N+1} \leq K\delta, \\ \omega_{N+1} \leq \left(\frac{c_1}{c_2} + \frac{c_1}{c_2}\right)^{N-1} (3\delta + C\tau^2). \end{cases}$$

Отсюда и (3.17) получаем:

$$\omega_{N+1} \leq \left(\frac{c_1}{c_2} + \frac{c_0}{c_2}\right)^{N-1} (3\delta + C\tau^2) \leq K\delta, \quad (3.22)$$

Переходя от приведенных коэффициентов  $c_2, c_1, c_0$  к коэффициентам системы  $a_2, a_1, a_0$ , получаем, что соотношение (3.22) примет вид:

$$\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)^{N-1} (3\delta + C\tau^2) \leq K\delta.$$

Учитывая, что  $\tau = \Theta/N$  и  $N = \Theta/\tau$ , где  $\Theta$  – интервал наблюдений, получаем, что последнее неравенство преобразуется к виду:

$$\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)^{\Theta/\tau-1} (3\delta + C\tau^2) \leq K\delta. \quad (3.23)$$

Существование хотя бы одного значения  $\tau$ , удовлетворяющее этому неравенству, гарантирует что отклонения выходного сигнала  $Y_M(t)$  от  $Y_S(t)$  находятся в допустимых пределах, а информационно-измерительная система, основанная на предлагаемой модели обладает требуемым уровнем точности.

Для обоснования существования требуемого значения  $\tau$  решим неравенство (3.23). Имеем

$$\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)^{\Theta/\tau-1} \leq \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2}, \quad (3.24)$$

Используя правило:  $a = b^{\log_b a}$ , получим:

$$\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)^{\Theta/\tau-1} \leq \left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)^{\log\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right) \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2}},$$

учитывая что  $\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1 \leq 1$ , получаем

$$\Theta/\tau - 1 \leq \log\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right) \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2}.$$

Тогда

$$\Theta/\tau \leq 1 + \log\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right) \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2}.$$

Отсюда получаем, что искомое значение  $\tau$  определяется условием:

$$\tau \leq \frac{\Theta}{1 + \log\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right) \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2}}. \quad (3.25)$$

При обосновании существования требуемого значения параметра  $\tau$ , необходимо обеспечить отсутствие противоречия между необходимым условием его существования (3.21) и полученным условием (3.25). Соблюдение этого требования приводит к следующему неравенству:

$$\frac{\Theta}{1 + \log\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right) \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2}} \leq \tau \leq \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}}.$$

Проверим непротиворечивость последнего соотношения, исследовав связь характеристик системы  $a_2, a_1, a_0$  и значения  $\Theta$ . Преобразовав последнее неравенство, получаем

$$\Theta \leq \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}} \left( 1 + \log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2} \right). \quad (3.26)$$

Оценим значение  $\log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2}$ . Учитывая, что  $\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1 < 1$ , имеем

$$\log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K\delta}{3\delta + C\tau^2} < \log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K\delta}{3\delta} \leq \log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K}{3}.$$

Тогда (3.26) примет вид:

$$\Theta \leq \left( 1 + \log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K}{3} \right) \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}}.$$

Отсюда получаем:

$$\Theta \sqrt{\frac{a_0}{2a_2}} - 1 \leq \log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K}{3}. \quad (3.27)$$

Рассмотрим ситуацию, когда  $K > 3$ . Учитывая, что  $\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right) \leq 1$  из (3.27), получаем, что  $\log_{\left(\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1\right)} \frac{K}{3} < 0$ . Тогда  $\sqrt{\frac{a_0}{2a_2}}\Theta - 1 < 0$ . Отсюда получаем, что  $\Theta < \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}}$ .

Учитывая значения коэффициентов  $a_2$  и  $a_0$ , используемые на практике [57], получаем, что общая продолжительность измерений  $\Theta$  крайне мала, что противоречит физическому смыслу процесса измерений.

Рассмотрим ситуацию, когда  $K < 3$ , тогда  $\sqrt{\frac{a_0}{2a_2}}\Theta - 1 > 0$ . Решим неравенство (3.27). Учитывая, что  $\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1 < 1$ , имеем

$$\left( \frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1 \right)^{\sqrt{\frac{a_0}{2a_2}}\Theta - 1} > \frac{K}{3},$$

тогда

$$\frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1 > \left( \frac{K}{3} \right)^{\frac{1}{\sqrt{\frac{a_0}{2a_2}}\Theta - 1}},$$

В этой ситуации принимая во внимание необходимое условие (3.21), получаем

$$1 + \left( \frac{K}{3} \right)^{\frac{1}{\sqrt{\frac{a_0}{2a_2}}\Theta - 1}} < \frac{a_0}{a_2}\tau^2 \leq \frac{a_0}{a_2} \left( \frac{2a_2}{a_0} \right)^2 \leq 2.$$

Так как последнее неравенство верно, то для ситуации  $\sqrt{\frac{a_0}{2a_2}}\Theta - 1 > 0$  неравенство (3.27) выполнено, и, следовательно, выполнено (3.26), что свидетельствует об отсутствии противоречия между необходимым условием (3.21) и достаточным условием (3.23).

Ситуация, когда  $\sqrt{\frac{a_0}{2a_2}}\Theta - 1 = 0$  не имеет места, так как иначе  $\Theta = \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}}$ , а из необходимых условий (3.21) получаем, что  $\Theta/\sqrt{(2)} < \tau \leq \Theta$  тогда то  $0,71\Theta < \tau \leq \Theta$  и, таким образом, возможно, провести единственное измерение выходного сигнала, а это противоречит физическому смыслу задачи.

Таким образом, обоснована непротиворечивость необходимого условия (3.21) и достаточного условия (3.23) и доказано существование хотя бы одного значения  $\tau$ , при котором уровень шума выходного сигнала  $Y_M(t)$ , полученного с помощью предложенного метода, не превысит значение  $\delta$ , что приводит к выводу о том, что процесс валидации предложенной модели и верификация метода саморегуляризации являются успешными, а условие (3.21) служит критерием выбора параметра регуляризации.

Преимущество предложенного метода формирования  $Y_M(t)$ , основанного на модели с эффектом саморегуляризации, и метода восстановления входного сигнала заключается в том, что не возникает необходимость в выборе новых значений  $k_i$  и  $d_0$  и как следствие не требуется перенастройка коэффициентов динамических характеристик  $a_i$  и  $b_0$ , так же данный метод был реализован без введения дополнительного регуляризирующего функционала, обеспечивая устойчивость вычислительной схемы за счет регулирования шага дискретизации  $\tau$ . Это позволяет значительно упростить вычислительную схему.

### 3.4 Методика вычислительного эксперимента

Вычислительный эксперимент включал два этапа. Цель первого этапа заключалась в численной валидации модели с эффектом саморегуляризации. На этом этапе осуществлялся подбор шага дискретизации  $\tau$ . Цель второго состояла в численной верификации метода восстановления входного сигнала. Схема эксперимента представлена на рис. 19.

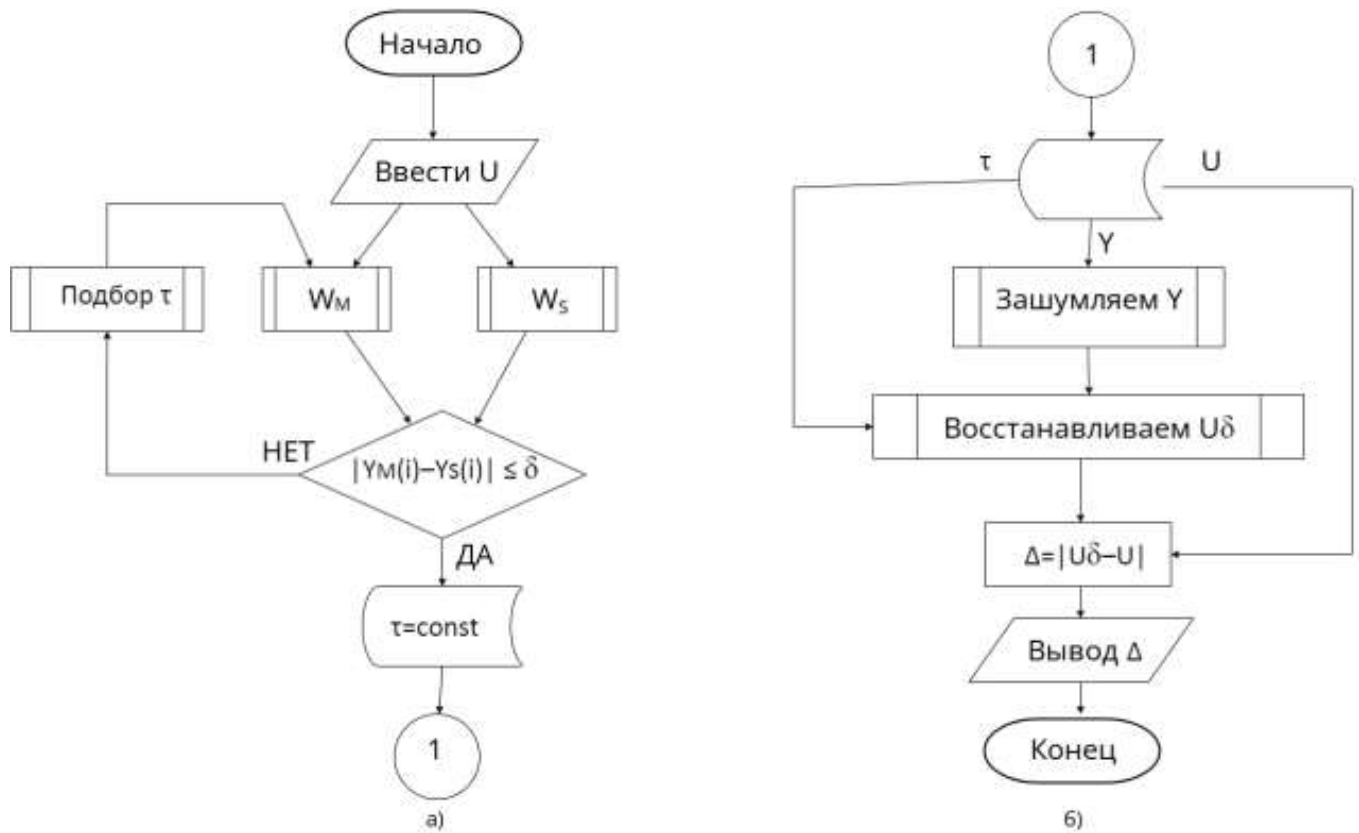


Рис. 19: Структурная схема вычислительного эксперимента: а) этап настройки модели; б) этап восстановления сигнала.  $W_S$  – модель с корректирующими обратными связями,  $W_M$  – модель с эффектом саморегуляризации.

Этап I. Валидация модели. Сначала в модель с корректирующими обратными связями и в модель с эффектом саморегуляризации независимо друг от друга подавался сигнал  $U(t)$ . Далее формировали выходные сигналы  $Y_M$  и  $Y_S$ . Затем вычисляли

$$\Delta Y_M = \max_{t \in [0; \Theta]} |Y_M(t) - Y_S(t)|.$$

. Если  $\Delta Y_M > \delta$ , то выбиралось новое значение  $\tau$  в соответствии с условиями (3.21), формировался новый выходной сигнал  $Y_M$  и пересчитывали  $\Delta Y_M$ . По достижении условия  $\Delta Y_M \leq \delta$  значение  $\tau$  фиксировалось, и переходили ко второму этапу эксперимента.

Этап II. Восстановление сигнала. На этом этапе в модель с эффектом саморегуляризации подавался зашумленный сигнал  $Y_\delta$ . Далее, используя полученный на первом этапе параметр  $\tau$ , применяя вычислительную схему (3.8) находили значения  $U_\delta$ , соответствующие восстановленному входному сигналу. В завершении

оценивалось отклонение  $U_\delta$  от  $U$  с помощью функции  $\Delta_U(t)$ , определяемой формулой:

$$\Delta_U(t) = |U_\delta(t) - U(t)|.$$

Значение  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$  является оценкой точности метода восстановления входного сигнала.

Численная валидация предложенной модели без обратных связей и разработанного метода восстановления входного сигнала осуществлялась посредством проведения вычислительных экспериментов.

### 3.5 Вычислительные эксперименты для метода с эффектом саморегуляризации

Первая серия экспериментов, связанная с валидацией модели и выявлении эффекта саморегуляризации, включала моделирование выходного сигнала  $Y_M(t)$  для различных значений параметра  $\tau$ . В данном разделе представлены результаты вычислительных экспериментов для входного сигнала  $U(t) = \sin(\pi t)$ . Входной сигнал поступал в информационно-измерительную систему с передаточной функцией второго порядка относительно выходного сигнала и нулевого порядка относительно входного, с параметрами  $a_0 = 1, a_1 = 0.006, a_2 = 0.0001, b_0 = 1$ . Входной сигнал поступал как в базовую модель информационно-измерительной системы с корректирующими обратными связями, формирующую выходной сигнал  $Y_S(t)$ , так и в предлагаемую модель, формирующую выходной сигнал  $Y_M(t)$ . Критерий выбора параметра  $\tau$ , определяемый соотношением (3.21), при рассматриваемых параметрах системы имеет вид  $0.0100 < \tau \leq 0.0141$ . На рис. 20 представлены результаты восстановления входного сигнала с помощью предлагаемой модели, полученные при значении  $\tau$ , нарушающем критерий выбора. Рис. 21 иллюстрирует результаты восстановления входного сигнала, полученные в соответствии с критерием.

Полученные результаты эксперимента подтверждают необходимость соблюдения критерия выбора значений шага дискретизации  $\tau$ , что свидетельствует о наличии эффекта саморегуляризации в разработанном методе восстановления входного сигнала.



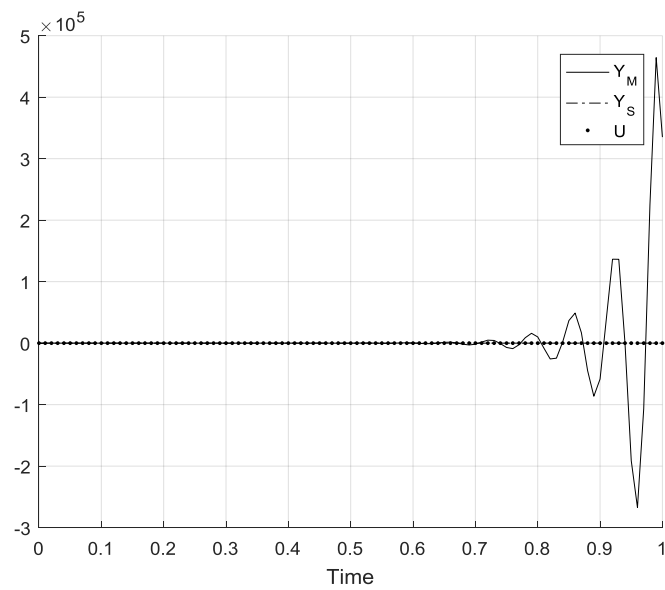


Рис. 20: Результаты вычислительного эксперимента для  $\tau$  не удовлетворяющего критерию (3.21).  $Y_M$  - выходной сигнал модели с эффектом саморегуляризации,  $Y_S$  - выходной сигнал модели с корректирующими обратными связями.

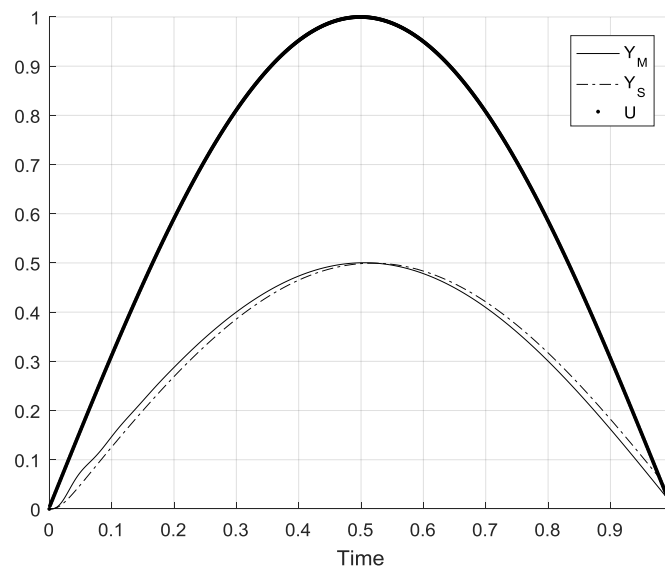


Рис. 21: Результаты вычислительного эксперимента для  $\tau$  удовлетворяющего критерию (3.21).  $Y_M$  - выходной сигнал модели с эффектом саморегуляризации,  $Y_S$  - выходной сигнал модели с корректирующими обратными связями.

Для верификации предложенного метода восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации и получения экспериментальных оценок точности метода, проводили исследования по следующим направлениям:

- исследование зависимости точности восстановления входного сигнала от его характеристик и уровня шума выходного сигнала;

- исследование влияния задержки поступления информации о сигнале на динамику измерений и точность восстановления.

Исследование точности проводилось посредством сравнительного анализа полученных значений входного сигнала  $U_\delta(t)$  с тестовыми значениями  $U(t)$ . Тестовые значения формировали с помощью следующих функций:

1. Тестовая функция  $U(t) = e^t \sin(t)$ , соответствующая входному сигналу реактивного процесса;

2. Тестовая функция  $U(t) = \sin(\pi t)$ , соответствующая входному сигналу волнового процесса;

3. Тестовая функция  $U(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$ , соответствующая входному сигналу переходного процесса.

В эксперименте использовали модель информационно-измерительной системы с передаточной функцией 2-го порядка относительно выходного сигнала и нулевого относительно входного, имеющую следующие параметры:  $a_0 = 1, a_1 = 0.006, a_2 = 0.0001, b_0 = 1$ .

Методика проведения экспериментов заключалась в следующем. Сначала по тестовым значениям с помощью базовой модели с обратными связями формировали выходные сигналы. Далее к найденным значениям добавляли аддитивный шум. Таким образом получали значения  $Y_S(t)$ . Затем, используя предложенную модель информационно-измерительной системы и метод валидации, получали значения  $Y_M(t)$ , сравнивали его со значениями  $Y_S(t)$  и, по результатам сравнения, определяли значения параметра регуляризации  $\tau$ . Метод валидации эквивалентен процессу настройки модели. Далее к значениям выходного сигнала добавляли аддитивный шум и получали значения  $Y_\delta(t)$ . Далее по зашумленному сигналу  $Y_\delta(t)$  восстанавливали входной сигнал с помощью предложенного

численного метода восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом и проводили сравнительный анализ полученных входных сигналов с тестовыми значениями.

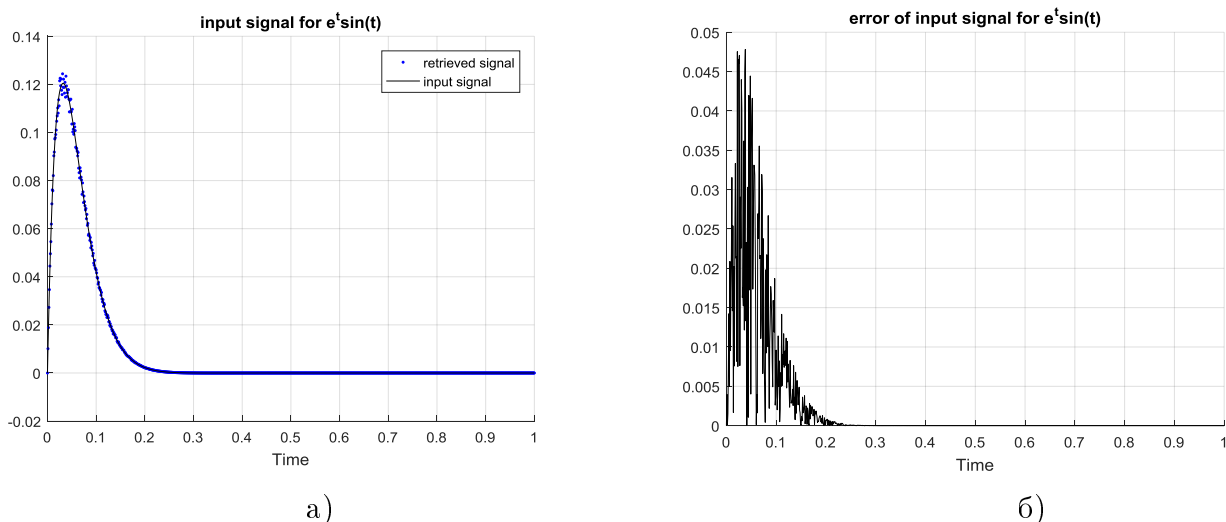


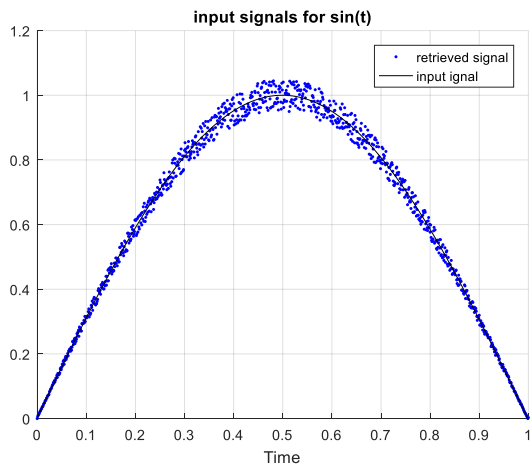
Рис. 22: Результаты вычислительного эксперимента для реактивного процесса, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Результаты экспериментов по исследованию зависимости точности восстановления входного сигнала от его характеристик, когда уровень шума выходного сигнала составлял 5% представлены на рис. 22 – 24. На всех рисунках используются одинаковые обозначения. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

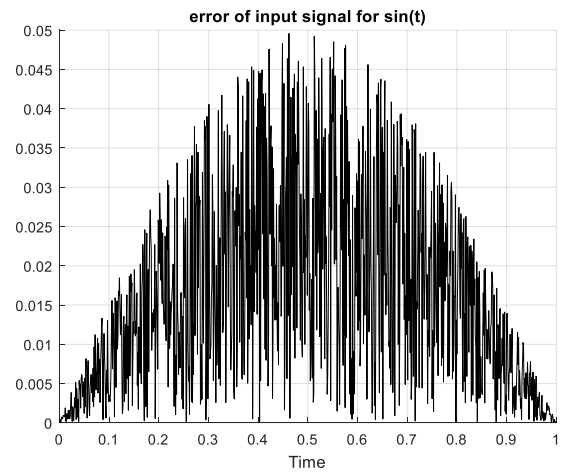
Значения  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$ , являющиеся оценкой точности метода восстановления входного сигнала приведены в табл. 4.

Следующая серия вычислительных экспериментов связана с исследованием влияния задержки поступления информации о сигнале на динамику измерений и точность восстановления входного сигнала.

Исследование точности проводилось посредством сравнительного анализа значений входного сигнала  $U_\delta(t)$ , полученных с помощью предложенного метода с тестовыми значениями  $U(t) = \sin(3\pi t)$ . Выбор такой функции в качестве тестовой обусловлен тем, что подобные сигналы широко распространены в практических измерениях. Они, например, возникают в измерениях расхода сыпучих веществ,

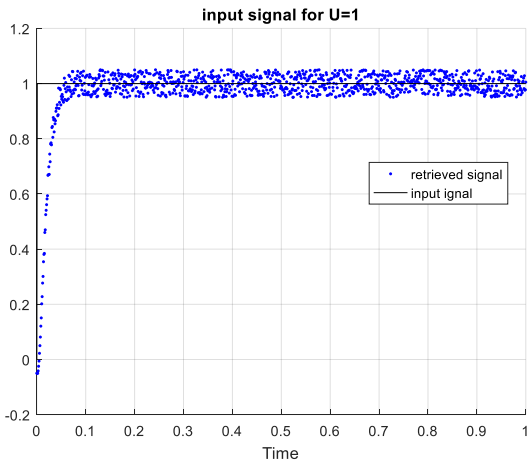


a)

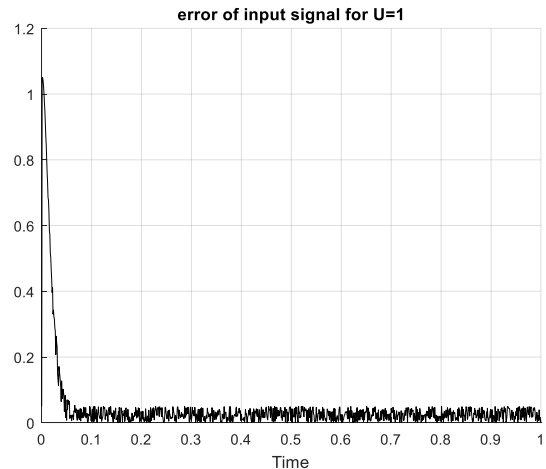


б)

Рис. 23: Результаты вычислительного эксперимента для волнового процесса, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .



a)



б)

Рис. 24: Результаты вычислительного эксперимента для переходного процесса, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

в измерениях импульсного давления и т.д. Величина задержки в эксперименте варьировалась от 0 % до 50 % от одного периода сигнала.

Модель информационно-измерительной системы, методика проведения эксперимента, формирование  $Y_\delta(t)$ , процесс восстановления входного сигнала и оценки точности его восстановления идентичны численным процедурам, используемым при исследовании зависимости точности восстановления входного сигнала от его характеристик и уровня шума выходного сигнала.

Результаты экспериментов представлены на рис. 25 – 27 и приведены в табл. 5. На всех рисунках используются одинаковые обозначения. Обозначение „restored

Таблица 4: Оценка  $\Delta_U$  отклонений восстановленного входного сигнала  $U_\delta$  от тестовых  $U(t)$

Тестовая функция $U(t)$	$\delta(\%)$	$\Delta_U$
$U(t) = e^t \sin(t)$	3	0,029
	5	0,048
	10	0,096
$U(t) = \sin(\pi t)$	3	0,027
	5	0,049
	10	0,098
$U(t) = \begin{cases} 0, & t = 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases}$	3	0,028
	5	0,041
	10	0,096

signal“соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“- тестовому входному сигналу.

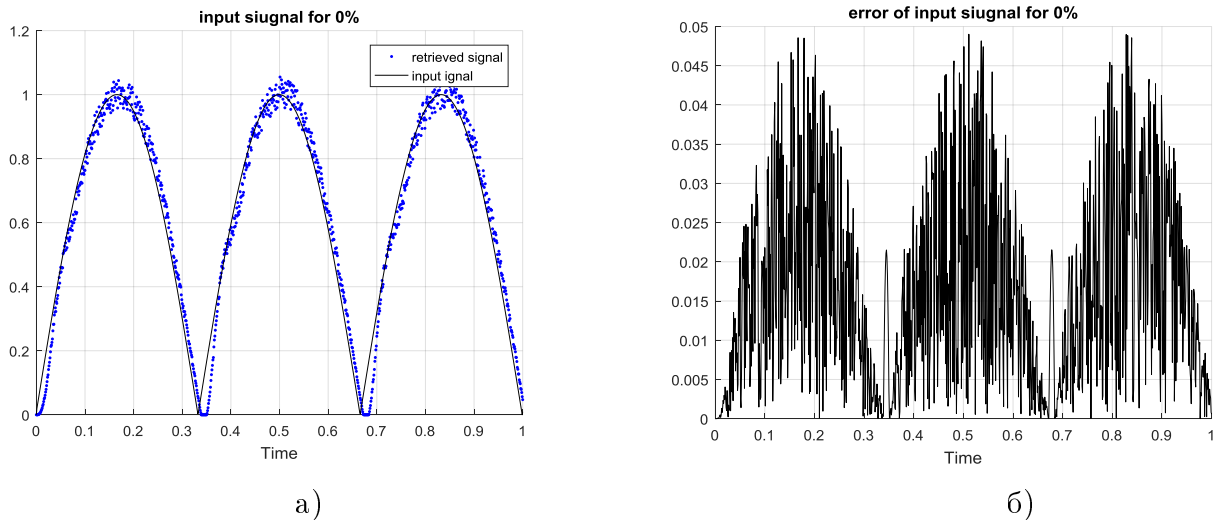


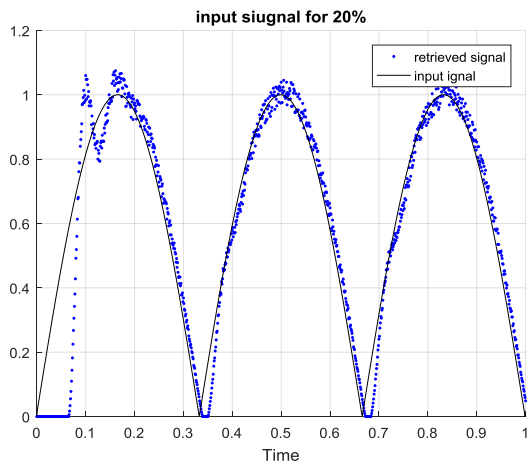
Рис. 25: Результаты вычислительного эксперимента без задержки, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Для оценки величины отклонений найденных значений  $U_\delta$  от  $U$  использовали функцию погрешности  $\Delta_U(t)$ , определяемую формулой:

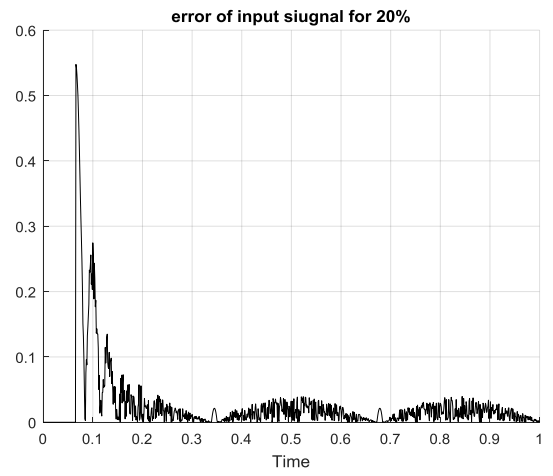
$$\Delta_U(t) = |U_\delta(t) - U(t)|.$$

Значения  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$ , являющиеся оценкой точности метода восстановления входного сигнала приведены в табл. 5.

Результаты эксперимента приводят к следующим выводам. Характеристики сигнала не влияют на точность восстановления входного сигнала, получаемого

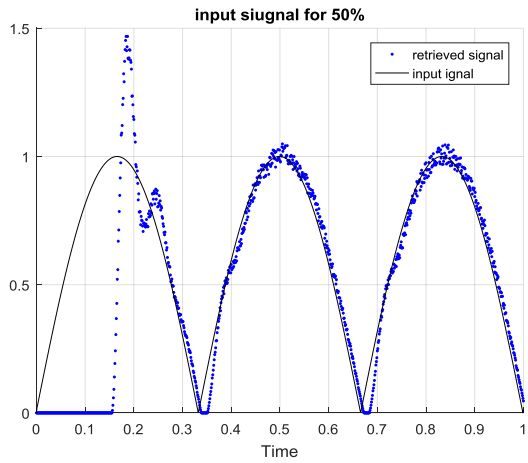


а)

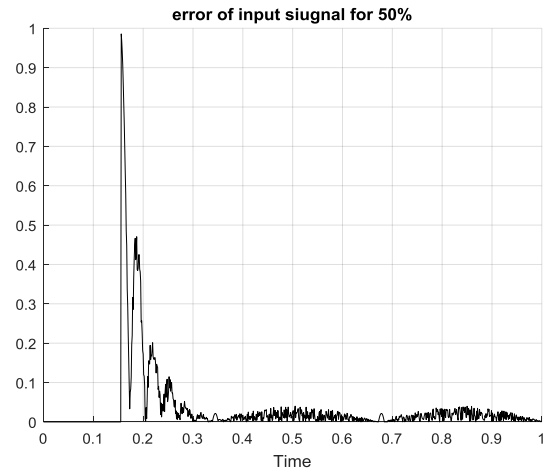


б)

Рис. 26: Результаты вычислительного эксперимента с задержка 20% от периода сигнала, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .



а)



б)

Рис. 27: Результаты вычислительного эксперимента с задержка 50% от периода сигнала, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Таблица 5: Оценка  $\Delta_U$  отклонений восстановленного входного сигнала  $U_\delta$  от тестовых значений  $U(t)$  при различных уровнях задержки поступления информации

Длительность задержки от периода сигнала (%)	$\Delta_U$
0%	0.046
20%	0.049
50%	0.048

с помощью предложенного метода. Эффект саморегуляризации, используемый в методе восстановления позволяет удерживать величину накапливаемой погрешности на контролируемом уровне. Метод с эффектом саморегуляризации адаптиру-

ется к задержке исходных данных и по истечению переходного периода сохраняет величину погрешности на контролируемом уровне.

### 3.6 Исследование точности метода восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации на основе экспериментальных данных

С целью апробации предложенный метод восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации для обработки реальных данных и получения оценок точности результатов обработки проводились экспериментальные исследования, в которых исходные данные формировались динамическим звеном второго порядка.

В эксперименте использовались данные, полученные от программного прототипа датчика, измеряющего электрическое напряжение. Принципиальная электрическая схема датчика приведена на рис. 28.

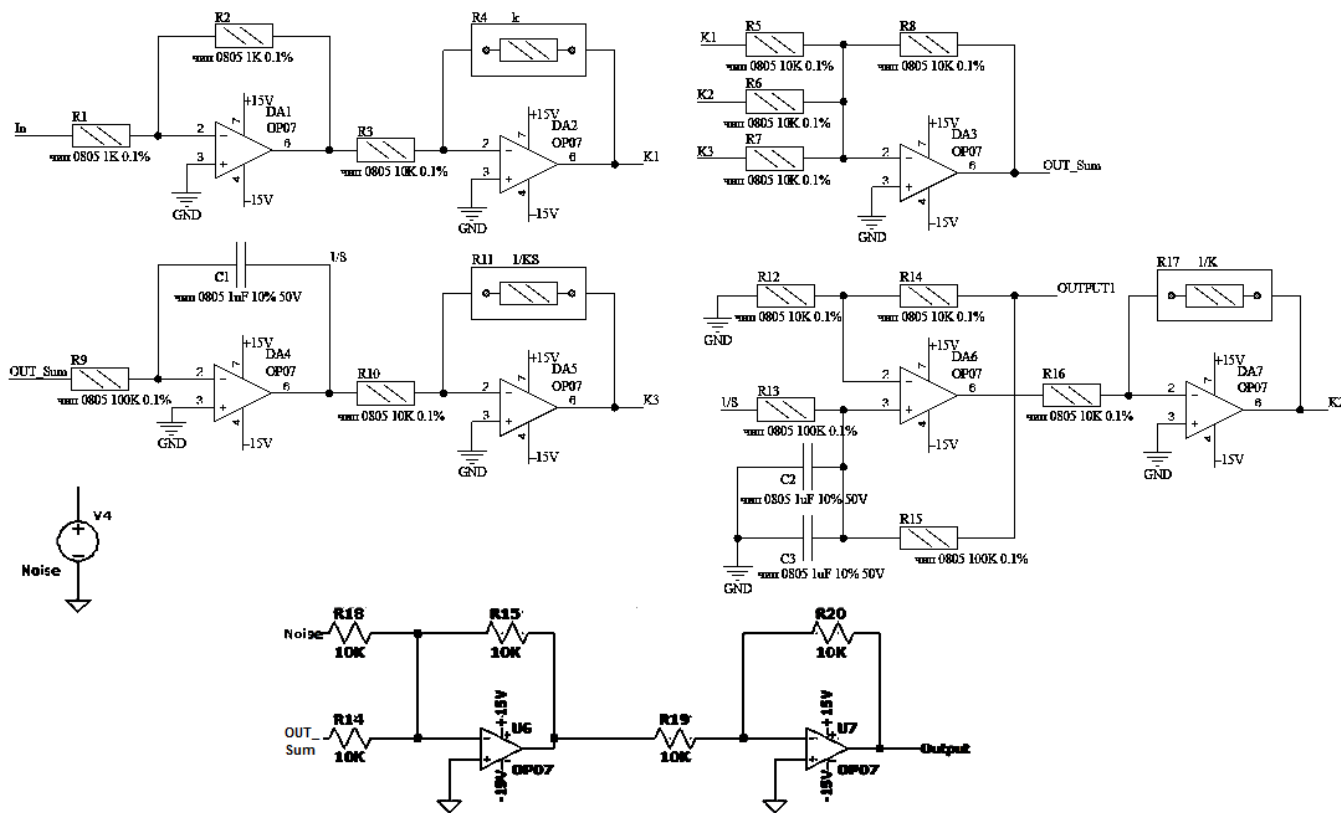


Рис. 28: Принципиальная электрическая схема датчика.

Передаточная функция датчика, используемого в эксперименте имеет вид :

$$W_{\text{Д}} = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

где  $T = [0.1, 0.2]$  – постоянная времени,  $\xi = [0.3, 0.5, 0.7]$  – коэффициент затухания. В эксперименте коэффициенту  $a_2$  соответствуют значения параметра датчика  $T^2$ , коэффициенту  $a_1$  – значения  $2\xi T$ , коэффициент  $a_0$  имеет единичное значение.

Функциональная схема информационно-измерительной системы, включающей датчик и блок обработки информации, созданный на основе предложенных модели без обратных связей, метода валидации и метода восстановления входного сигнала представлена на рис. 29. В данной системе  $U(t)$  – это входной сигнал,  $Y(t)$  – выходной сигнал всей системы. Коэффициенты сенсора  $a_2, a_1, a_0, b_0$  и коэффициенты блока обработки информации  $a_2, a_1, a_0, b_0$  одинаковы.

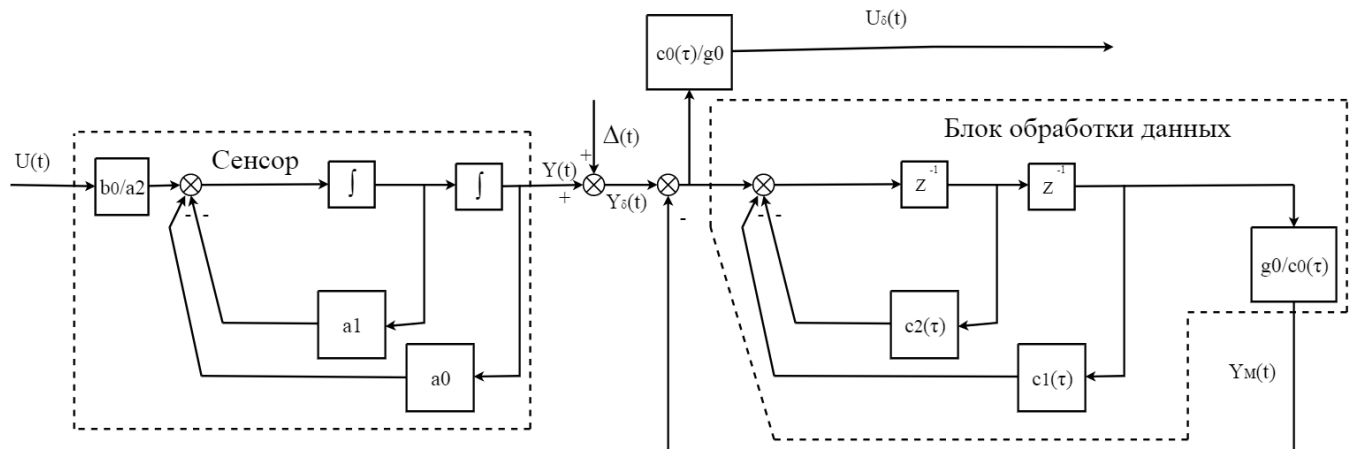


Рис. 29: Функциональная схема измерительной системы.

Методика эксперимента заключалась в следующем. Сначала задавали значения параметров датчика  $T$  и  $\xi$  из соответствующих диапазонов и уровень шума  $\delta = [2\%, 5\%]$  для выходного сигнала. Затем, в программный прототип датчика, содержащий блок обработки информации, созданный на основе базовой модели информационно-измерительной системы, подается входной сигнал. В результате формируется выходной сигнал  $Y_S(t)$ , содержащий шум. Далее, тот же входной сигнал подается в программный прототип датчика, содержащий блок обработки информации, созданный на основе предложенной модели информационно-



измерительной системы. Затем, с помощью предложенного метода валидации получают параметры регуляризации  $\tau$  для каждого набора параметров и каждого уровня шума. На этом завершается этап настройки модели.

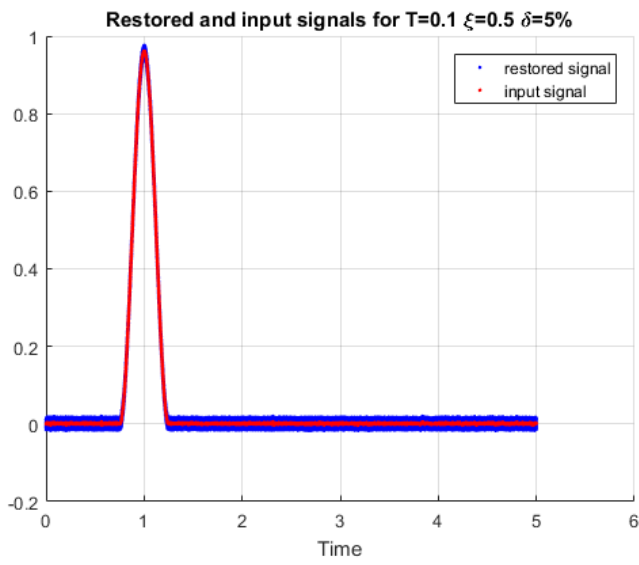
Далее, верификация метода валидации и метода восстановления сигнала осуществлялась на «слепых данных», когда информация о входном сигнале недоступна исследователю. Верификация проводилась следующим образом. В датчик поступал входной сигнал, заранее неизвестный исследователю. Датчик формирует выходной сигнал  $Y_\delta(t)$  который затем обрабатывается с помощью предложенного метода восстановления входного сигнала с параметром регуляризации  $\tau$ , найденном на этапе валидации для соответствующих параметров датчика  $T$  и  $\xi$ . При обработке сигнала  $Y_\delta(t)$  уровень шума выходного сигнала  $\delta$  определяется шумовыми характеристиками системы. В результате формируются значения  $U_\delta$ . В завершении, раскрываются «слепые данные», и входной сигнал, полученный с помощью предложенного метода, сравнивают с этими данными.

В эксперименте входной сигнал, используемый для настройки модели задавался функцией  $U(t) = \begin{cases} 0, & t = 0, \\ 1, & t > 0, \end{cases}$  а в качестве «слепых данных» использовался входной сигнал, соответствующий одному периоду синусоиды амплитудой 0,48 В, с частотой 2 Гц, с фазовым сдвигом на 270 градусов и смещением на постоянную составляющую 0,48. В программном прототипе датчика этот сигнал формируется функцией  $U(t) = (0.48\sin(4\pi t + 3\frac{\pi}{2}) + 0.48; t = [0; 2\pi])$ .

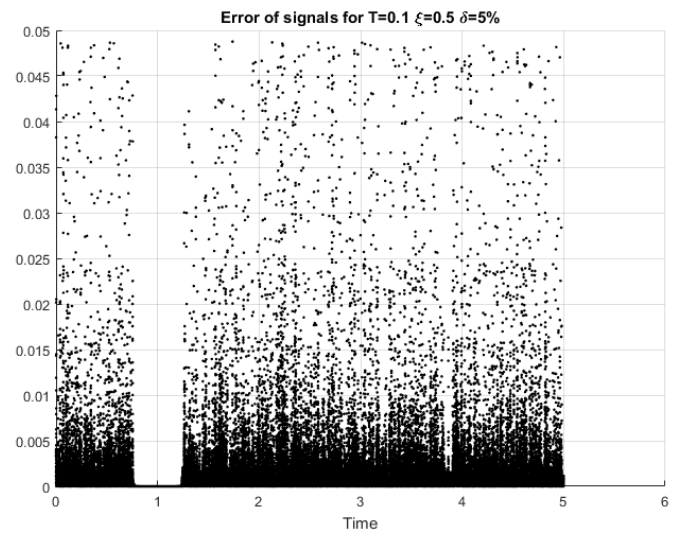
Результаты экспериментов представлены на рис. 30 – 32 и приведены в табл. 6. На всех рисунках используются одинаковые обозначения. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ – тестовому входному сигналу.

Для оценки величины отклонений найденных значений  $U_\delta$  от  $U$  использовали функцию погрешности  $\Delta_U(t)$ , определяемую формулой:

$$\Delta_U(t) = |U_\delta(t) - U(t)|.$$

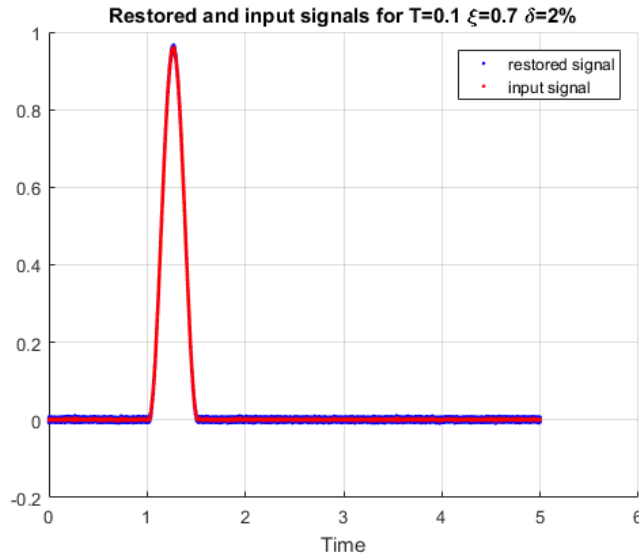


а)

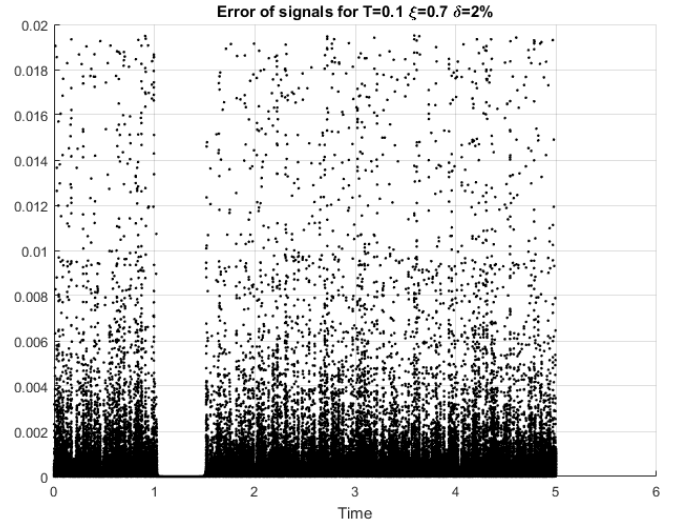


б)

Рис. 30: Результаты эксперимента для  $T = 0.1$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $\delta = 5\%$ , (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .



а)

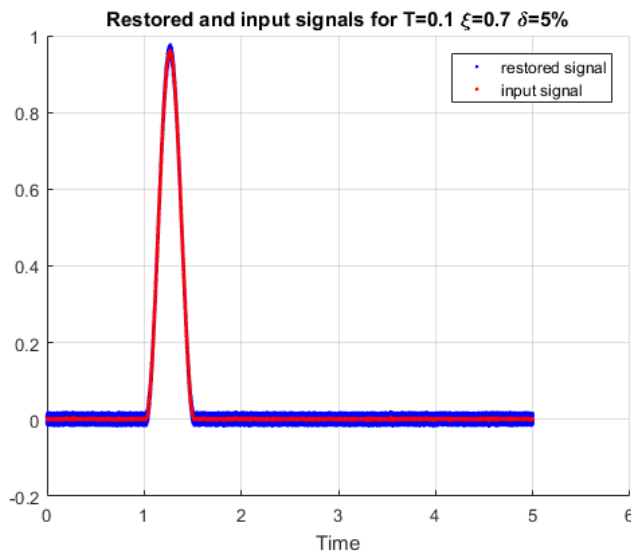


б)

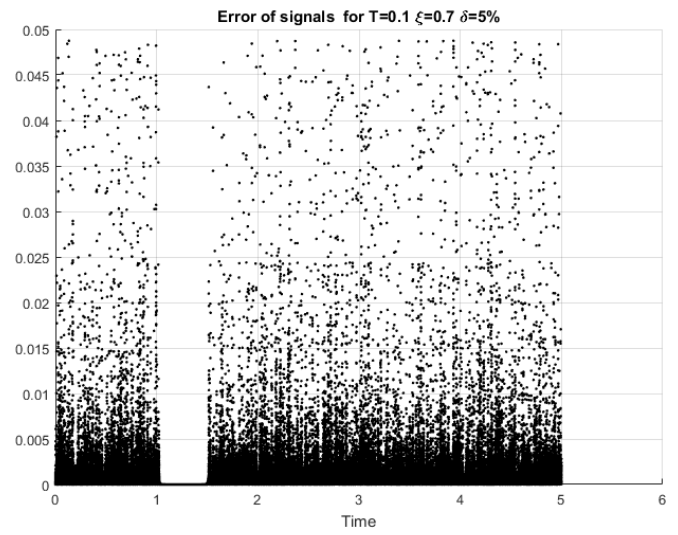
Рис. 31: Результаты эксперимента для  $T = 0.1$ ,  $\xi = 0.7$ ,  $\delta = 2\%$ , (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Значения  $\Delta_U = \max_{t \in [0, \Theta]} |U_\delta(t) - U(t)|$ , являющиеся оценкой точности метода восстановления входного сигнала приведены в табл. 6.

Результаты эксперимента приводят к следующим выводам. Предложенный подход с эффектом саморегуляризации позволяет восстанавливать входной сигнал с достаточным уровнем точности. Тип входного сигнала и величина задержки не



а)



б)

Рис. 32: Результаты эксперимента для  $T = 0.1$ ,  $\xi = 0.7$ ,  $\delta = 5\%$ , (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Таблица 6: Оценка  $\Delta_U$  отклонений восстановленного входного сигнала  $U_\delta$  от тестовых  $U(t)$

$(T, \xi)$	$\delta$	$\Delta_U$
(0,01; 0,3)	2%	0,0187
	5%	0,0408
(0,01; 0,5)	2%	0,0192
	5%	0,0481%
(0,01; 0,7)	2%	0,0197
	5%	0,0492%
(0,02; 0,3)	2%	0,0191
	5%	0,0489%
(0,02; 0,5)	2%	0,0194
	5%	0,0497%
(0,02; 0,7)	2%	0,0198
	5%	0,0481

оказывают существенного влияния на точность восстановленного сигнала, но величина задержки влияет на динамику измерений.

### 3.7 Сравнительный анализ методов восстановления входного сигнала

Основная цель проведения сравнительного анализа метода восстановления входного сигнала со стабилизирующим функционалом и метода восстановления вход-

ного сигнала с эффектом саморегуляризации заключалась в сравнении точности методов в различных ситуациях и выявлении преимуществ каждого из этих методов. Сравнительный анализ проводился в экспериментальных исследованиях для различных тестовых функций входных сигналов при различных уровнях шума. Тестовые функции формировались на основе имитационного моделирования.

Результаты экспериментов с параметрами, приведенными в табл. 7. представ-

Таблица 7: Параметры экспериментов

Передаточная функция	Шум	Входной сигнал	Параметры модели
$W = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$	5%	$U(t) = 1$	$a_2 = 0,01;$
	10%		$a_1 = 0,06;$
	15%	$U(t) = \sin(\pi t)$	$a_0 = 1;$
	20%		$b_0 = 1.$

лены на рис.33–40. На рисунках используются следующие обозначения: „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом.

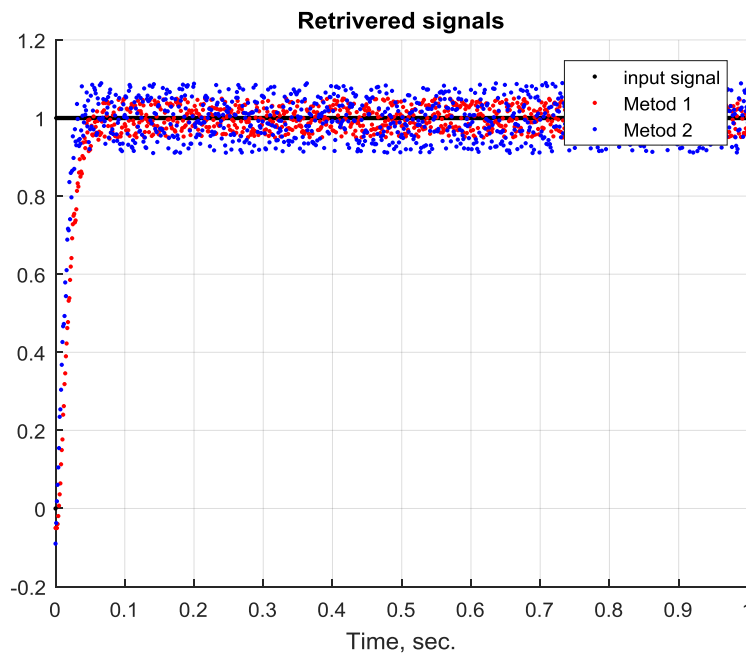


Рис. 33: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = 1$  при шуме 5%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

На рис. 33 изображен входной сигнал  $U(t) = 1$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 5%.

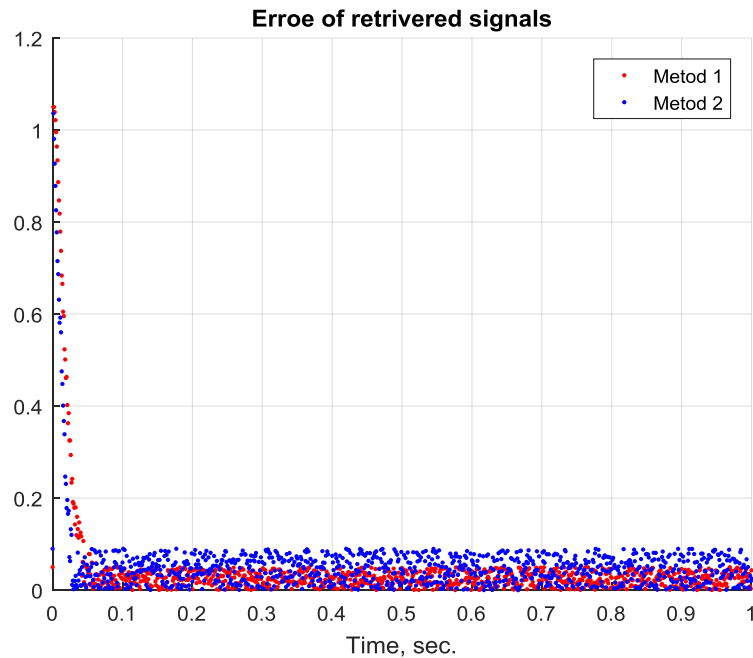


Рис. 34: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = 1$  при шуме 5%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 5% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 5%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 8% рис. 34.

На рис. 35 изображен входной сигнал  $U(t) = 1$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 10%.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 10% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 10%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 16% рис. 36.

На рис. 37 изображен входной сигнал  $U(t) = 1$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 15%.

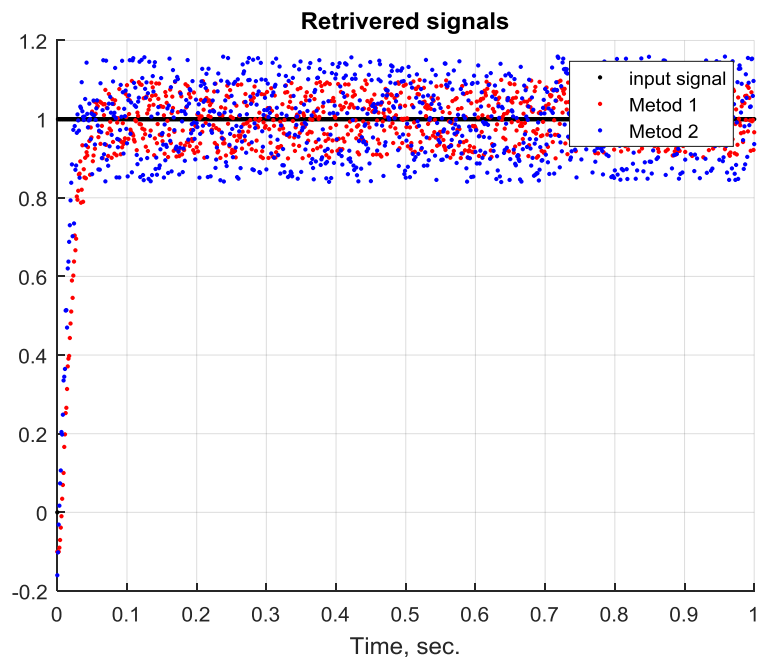


Рис. 35: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = 1$  при шуме 10%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

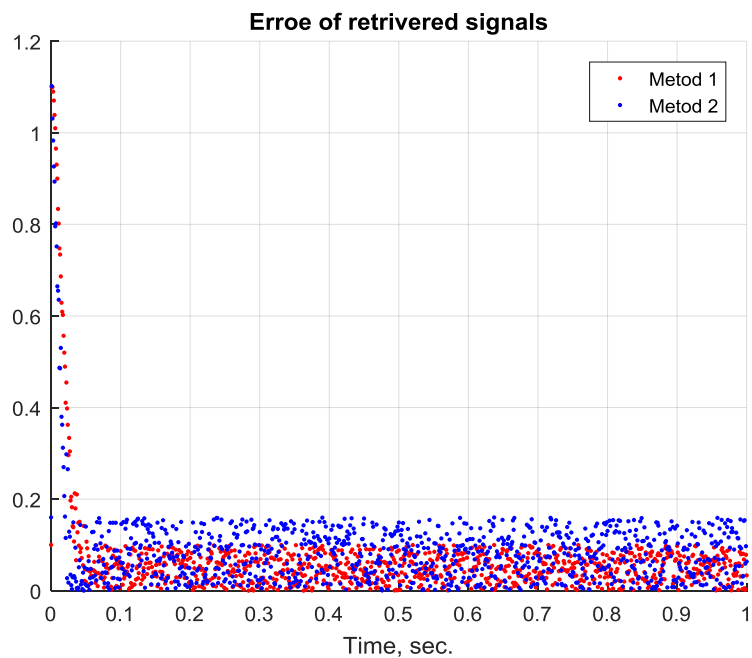


Рис. 36: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = 1$  при шуме 10%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 15% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 15%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 22% рис. 38.

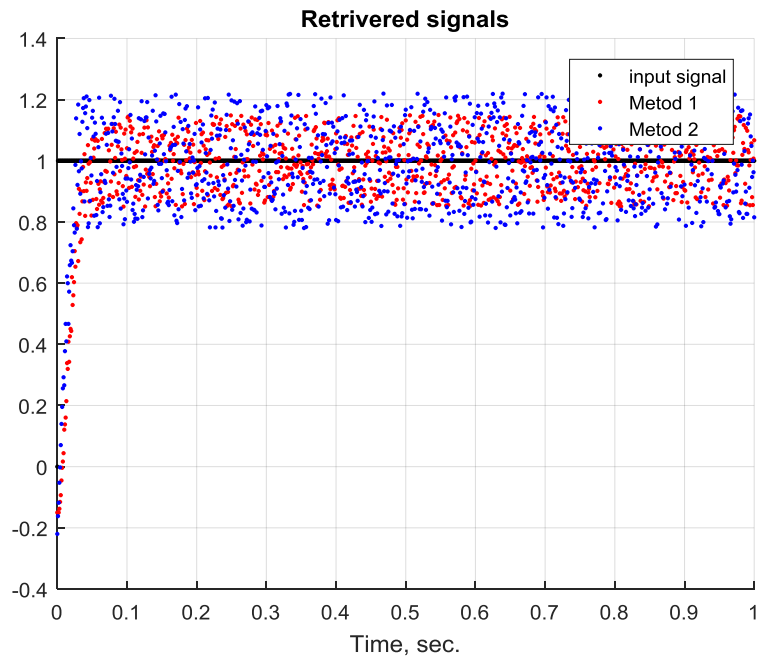


Рис. 37: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = 1$  при шуме 15%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

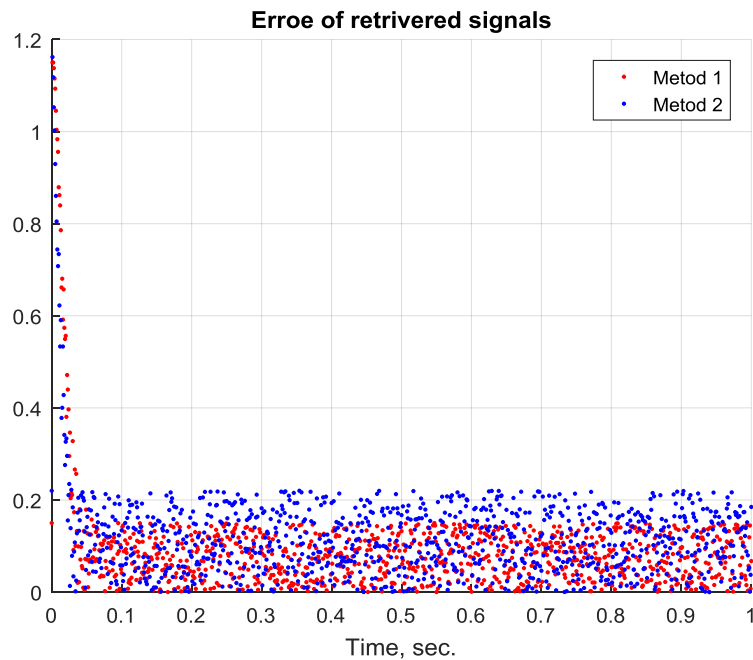


Рис. 38: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = 1$  при шуме 15%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

На рис. 39 изображен входной сигнал  $U(t) = 1$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 20%.

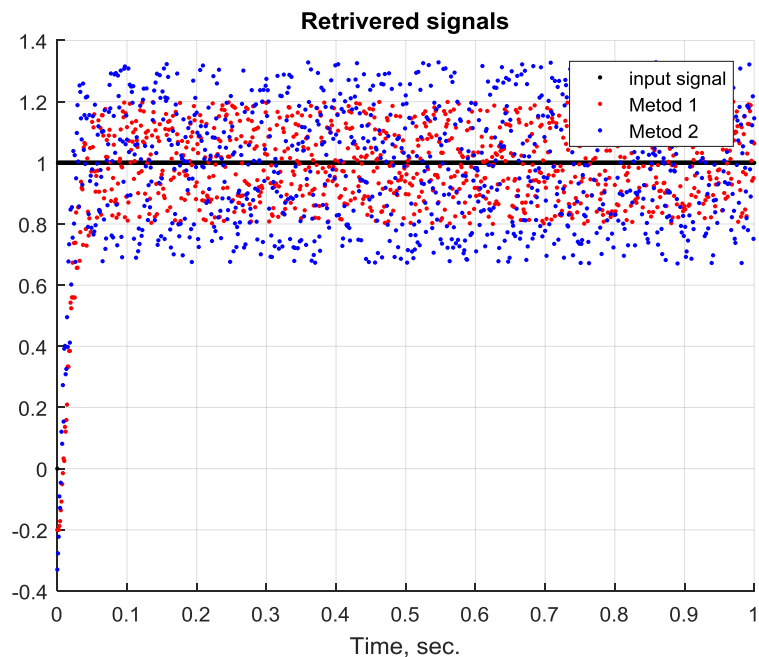


Рис. 39: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = 1$  при шуме 20%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

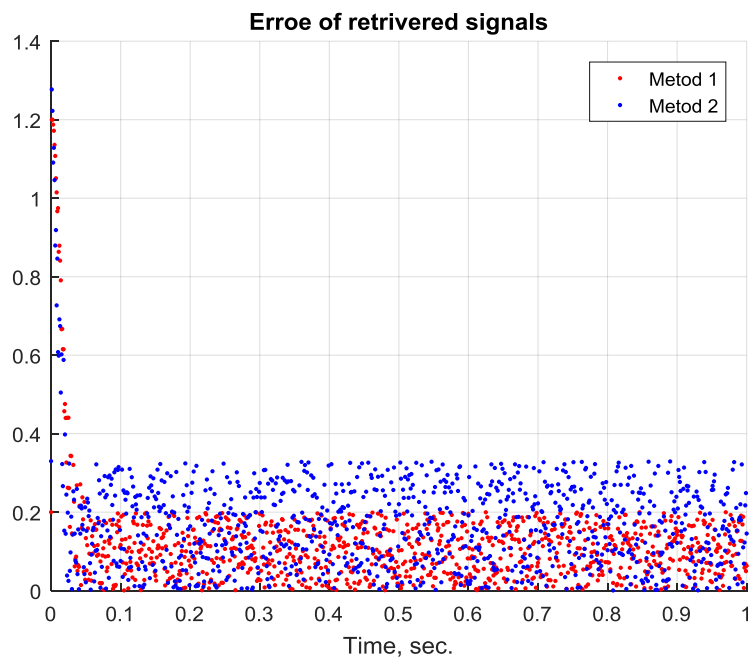


Рис. 40: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = 1$  при шуме 20%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 20% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 20%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 33% рис. 40.



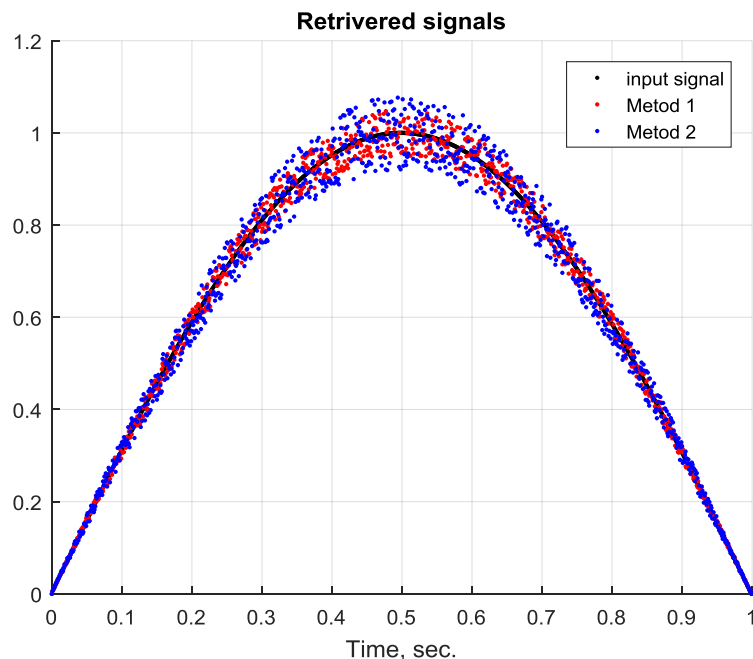


Рис. 41: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 5%. „Метод 1“ – метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“ – метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“ – входной сигнал.

На рис. 41 изображен входной сигнал  $U(t) = \sin(\pi t)$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 5%.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 5% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 5%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 8% рис. 42.

На рис. 43 изображен входной сигнал  $U(t) = \sin(\pi t)$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 10%.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 10% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 10%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 16% рис. 44.

На рис. 45 изображен входной сигнал  $U(t) = \sin(\pi t)$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 15%.

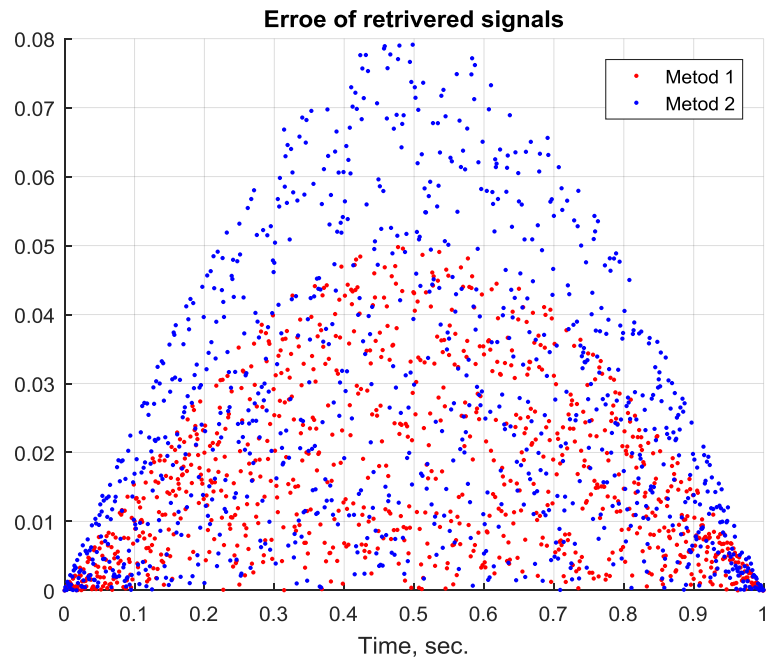


Рис. 42: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 5%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

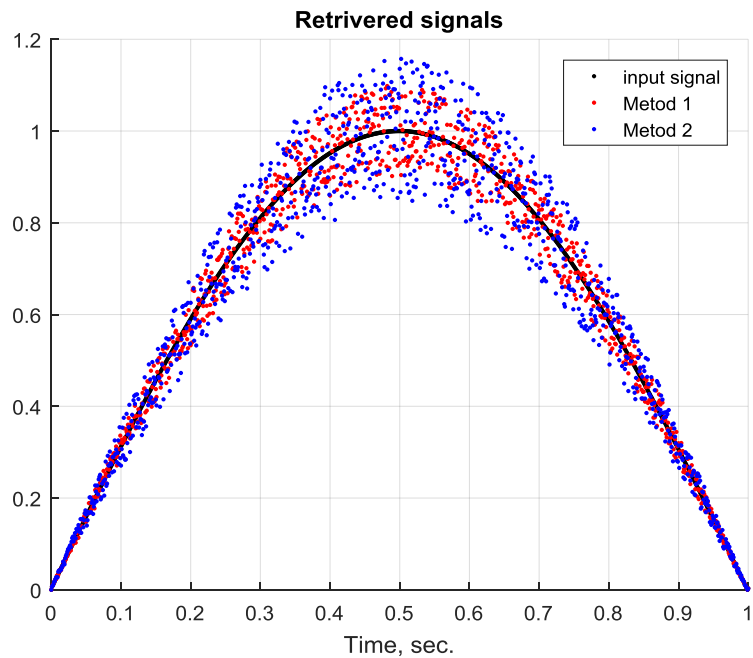


Рис. 43: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 10%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 15% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 15%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 22% рис. 46.

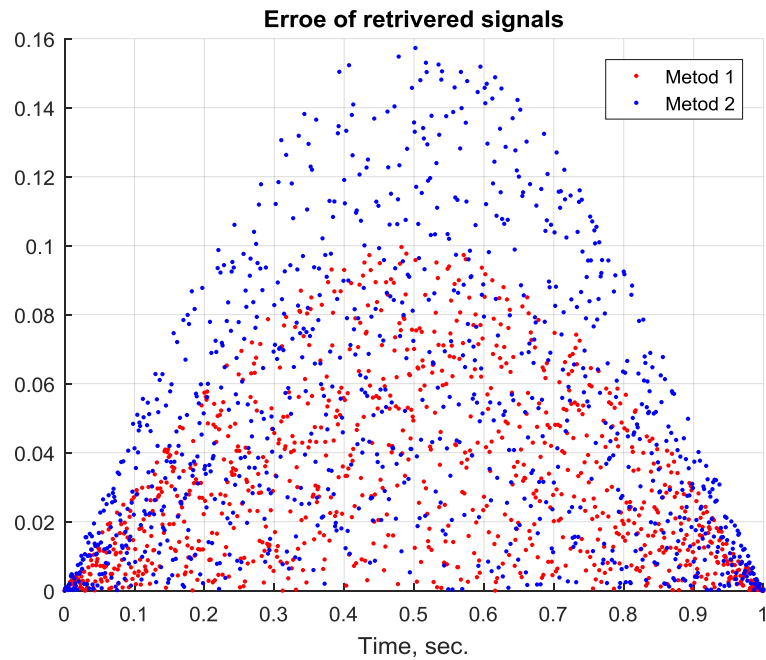


Рис. 44: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 10%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

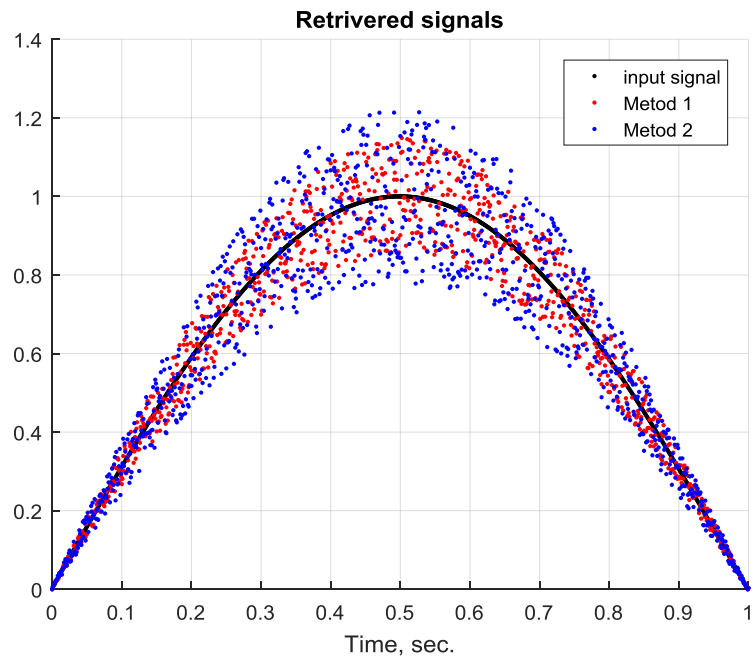


Рис. 45: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 15%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

На рис. 47 изображен входной сигнал  $U(t) = \sin(\pi t)$  и восстановленный сигнал методом с эффектом саморегуляризации и методом со стабилизирующим функционалом при шуме 20%.

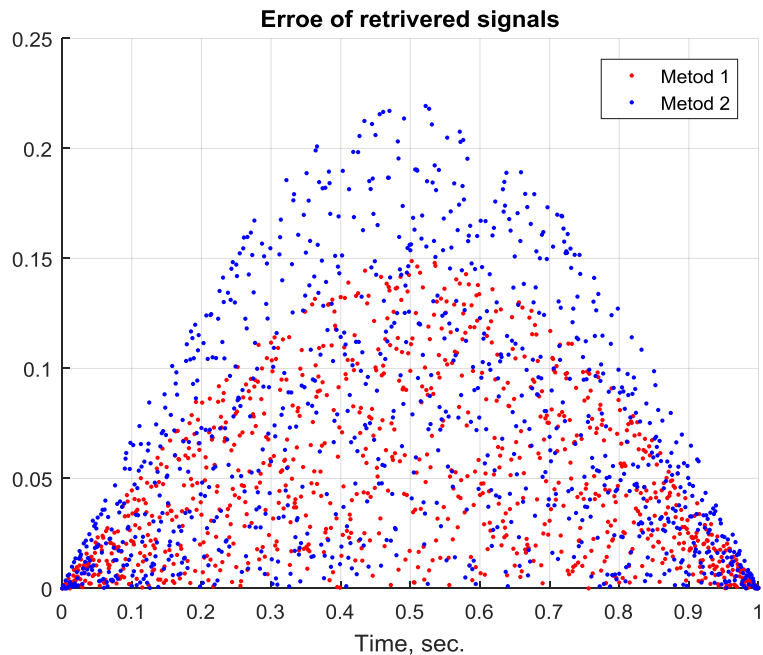


Рис. 46: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 15%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

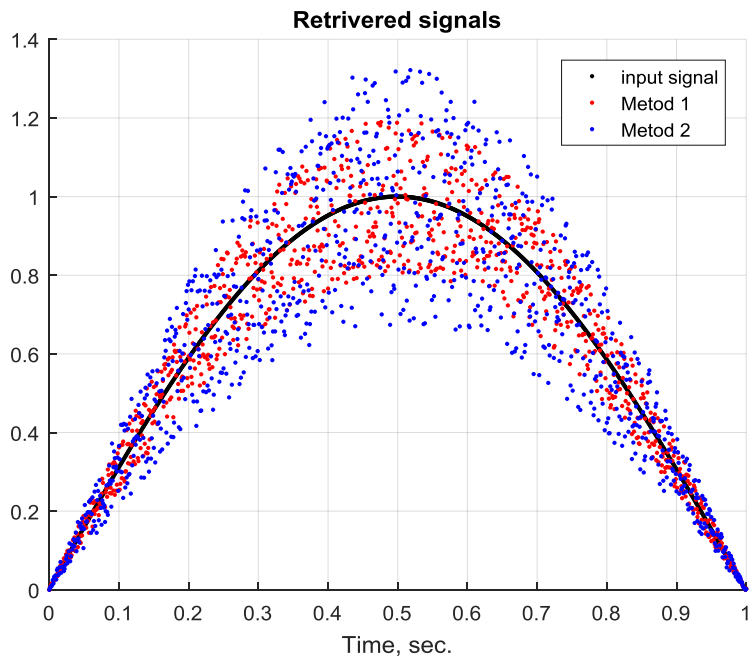


Рис. 47: Результаты вычислительного эксперимента с входным сигналом  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 20%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного при шуме 20% для метода с эффектом саморегуляризации составила не более 20%, а для метода со стабилизирующим функционалом не более 33% рис. 48.

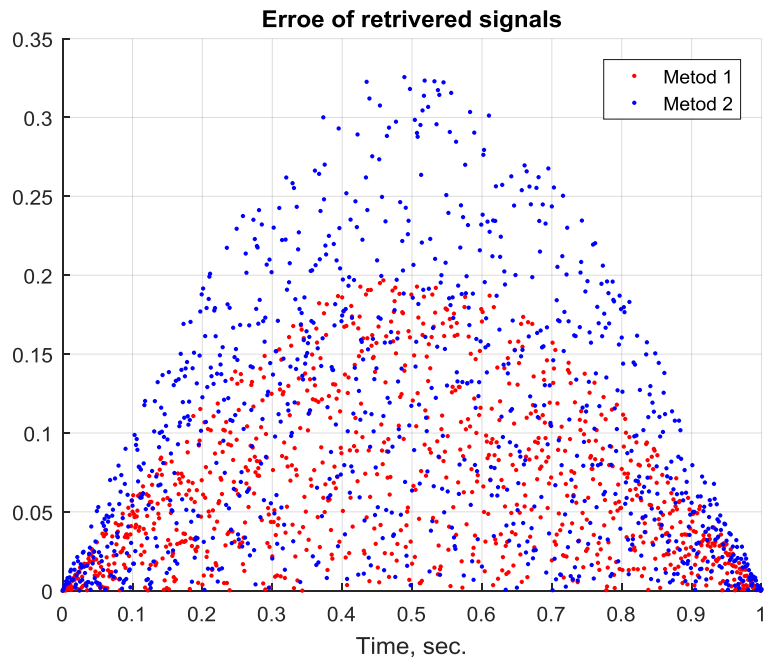


Рис. 48: Отклонение восстановленного сигнала от исходного сигнала  $U(t) = \sin(\pi t)$  при шуме 20%. „Метод 1“– метод с эффектом саморегуляризации, „Метод 2“– метод со стабилизирующим функционалом, „input signal“– входной сигнал.

Сравнительный анализ предложенных методов позволил сделать следующие выводы:

- уровень погрешности входного сигнала, восстановленного с помощью модели и метода восстановления со стабилизирующим функционалом, находится в допустимых пределах, а его значение зависит от уровня шума исходных данных;
- модель со стабилизирующим функционалом показывает наибольшую эффективность для измерительных систем с фиксированным интервалом измерений ( $\Delta t$ ), но в тоже время не подходит для систем высших порядков из-за высокой трудоемкости процедуры подбора значений параметра  $\alpha$  для таких систем;
- модель с эффектом саморегуляризации обеспечивает достаточный уровень точности восстановления входного сигнала;
- модель с эффектом саморегуляризации позволяет выбрать такое значение шага дискретизации, при котором уровень погрешности восстановленного входного сигнала не превосходит предельных значений уровня шума выходного сигнала.

### 3.8 Основные результаты и выводы по третьей главе

В данной главе рассмотрена задача динамических измерений, для которой предложен метод обработки результатов динамических измерений с эффектом саморегуляризации, когда требуется по выходному сигналу датчика восстановить входной сигнал.

В главе предложен подход к построению математической модели информационно-измерительной системы второго порядка и метод восстановления входного сигнала, приводящий к конечно-разностным аналогам передаточной функции информационно-измерительной системы. Предложенная вычислительная схема метода включает использование эффекта саморегуляризации, что обеспечивает стабильность работы метода относительно погрешности исходных данных. Требуемый уровень точности метода восстановления входного сигнала подтверждается результатами вычислительных и натурных экспериментов.

Полученные результаты приводят к следующим выводам:

- Для задачи восстановления входного сигнала предложен новый подход к построению математической модели информационно-измерительной системы, заключающийся в переходе от передаточной функции датчика к регуляризованным конечно-разностным уравнениям, служащим основой для восстановления входного сигнала по зашумленным исходным данным.
- Существенное преимущество предлагаемого подхода заключается в том, что получаемые конечно-разностные уравнения характеризуют явную зависимость восстановленного сигнала от исходных данных, а эффект саморегуляризации позволяет корректировать динамическую погрешность без введения дополнительного стабилизирующего функционала.
- Разработанные методы обработки результатов измерений устойчивы относительно шумов исходных данных и восстанавливают входной сигнал с достаточной точностью.
- Уровень точности входного сигнала, восстановленного с помощью предложенного метода саморегуляризации, зависит только от предельного значения шума исходных данных, а численные значения характеристик информационно-измерительной системы не оказывают влияния на точность конечного результата.

- Результаты вычислительного эксперимента согласуются с полученными теоретическими результатами и подтверждают устойчивость метода восстановления входного сигнала относительно уровня погрешности исходных данных.

- Оценки отклонений функции восстановленного сигнала от тестовых значений входного, полученные при проведении вычислительного эксперимента, согласуются с теоретическими результатами и свидетельствуют о достаточной точности предложенного метода.

Предложенный подход к решению задачи восстановления входного сигнала позволяет повысить точность измерений на этапе компьютерного моделирования технологического процесса, что, в свою очередь приводит к снижению затрат.

Сравнительный анализ показал преимущества подхода с эффектом саморегуляризации над подходом со стабилизирующим функционалом в условиях возможности изменения шага дискретизации.

**Научная новизна** результатов исследования, представленных в данном разделе, заключается в создании нового подхода к решению задач измерения, связанных с восстановлением входного сигнала в динамических системах, а также в разработке вычислительных алгоритмов с эффектом саморегуляризации, стабильных относительно погрешности исходных данных и позволяющих восстанавливать входной сигнал непосредственно из результатов измерений.

**Практическая значимость** полученных результатов состоит в разработке алгоритмов коррекции динамической погрешности при восстановлении входного сигнала, позволяющих повысить точность обработки информации о сигналах для быстро протекающих процессов.

## **Глава 4. Модель системы и метод восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации для информационно-измерительной системы произвольного порядка**

В разделе рассмотрена задача восстановления входного сигнала для измерительной системы произвольного порядка. В работе предлагается обобщенный подход к построению модели информационно-измерительной системы и метода восстановления входного сигнала. Подход базируется на переходе к дискретной модели информационно-измерительной системы с эффектом саморегуляризации для коррекции динамической погрешности.

В данном разделе предложены алгоритм валидации рассматриваемой модели и метода восстановления входного сигнала на основе конечно-разностной вычислительной схемы с эффектом саморегуляризации, который и обеспечивают устойчивость алгоритмов относительно погрешности исходных данных. В разделе приведен критерий выбора параметра саморегуляризации для предлагаемой модели и метода восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы произвольного порядка. Также представлены результаты вычислительных экспериментов с имитационным моделированием и обработка реальных экспериментальных данных, выполненных с целью исследования точности и устойчивости предложенного подхода.

### **4.1 Модель информационно-измерительной системы произвольного порядка с эффектом саморегуляризации**

Предлагаемая модель информационно-измерительной системы произвольного порядка является обобщением результатов, полученных для модели второго порядка, которые были представлены в третьей главе.

Основы построения модели заключаются в следующем. Измерения проводятся дискретно до момента времени  $\Theta$  включительно. Временной интервал между двумя измерениями составляет  $\tau$ . При построении модели используем следующие обозначения:  $t$  - текущий момент времени,  $t \in [0; \Theta]$ ,  $U(t)$  - входной сигнал



датчика,  $Y_M(t)$  - выходной сигнал модели с эффектом саморегуляризации. Передаточная функция предлагаемой модели имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (4.1)$$

Структурная модель информационно-измерительной системы  $n$ -го порядка приведена на рис.49.

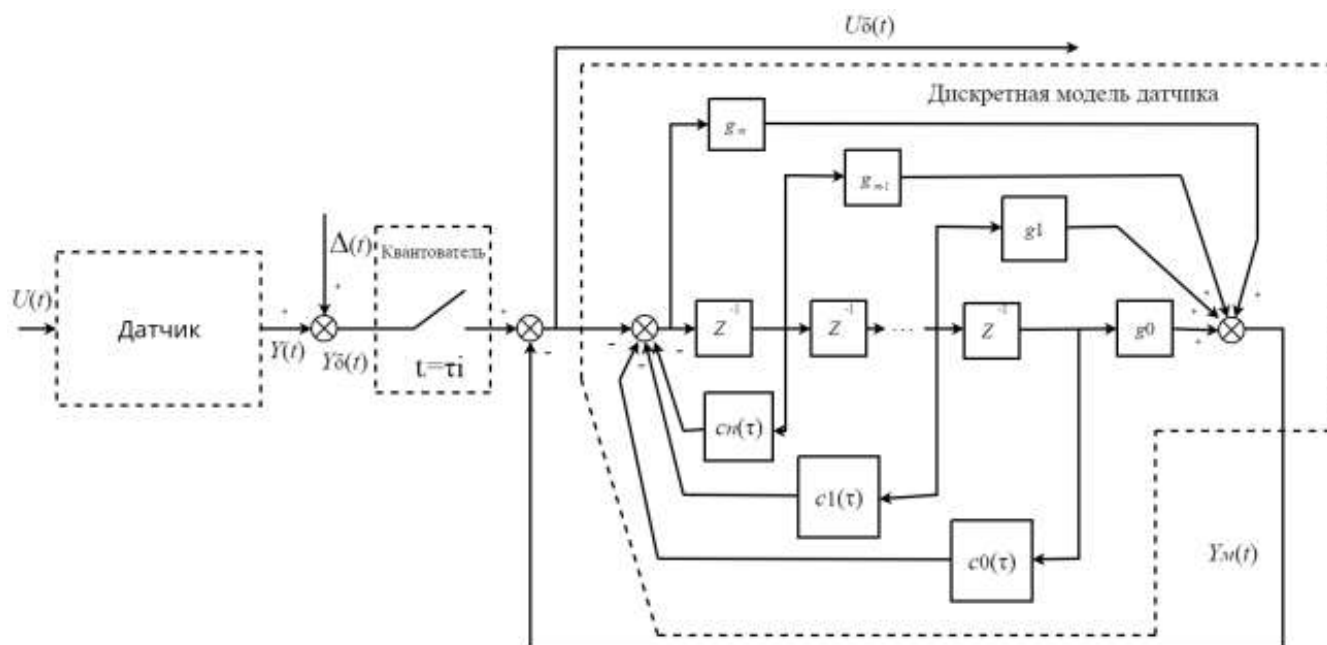


Рис. 49: Структурная модель информационно-измерительной системы.  $U$  - входной сигнал ИС,  $Y_M$  - выходной сигнал дискретной модели датчика,  $c_i$  и  $g_j$  - приведенные коэффициенты технических параметров ИС, где  $i \in [0; n]$  и  $j \in [0; m]$ ,  $U_\delta$  - восстановленный входной сигнал (выход ИС).

Для проверки работоспособности предлагаемой модели и восстановления входного сигнала созданы численный метод валидации и метод восстановления входного сигнала. Ключевая идея разработки метода валидации модели и метода восстановления входного сигнала состоит в переходе от передаточной функции датчика к дифференциальному уравнению соответствующего порядка и построению численных методов решения этого уравнения.

Переход от передаточной функции (4.1) к дифференциальному уравнению осуществляют следующим образом. Обобщая результаты, предложенные в третьей

главе, получают, что передаточной функции соответствует следующее дифференциальное уравнение:

$$a_n Y^{(n)} + a_{n-1} Y^{(n-1)} + \dots + a_1 Y' + a_0 Y = b_m U^{(m)} + b_{m-1} U^{(m-1)} + \dots + b_1 U' + b_0 U \quad (4.2)$$

Зная входной сигнал  $U(t)$  и учитывая состояние информационно-измерительной системы в начальный момент времени  $t = 0$  формируют следующие начальные условия:  $Y(0) = q_0, Y'(0) = q_1, \dots, Y^{(n-1)}(0) = q_{n-1}$ .

При построении метода валидации требуется по известной правой части дифференциального уравнения, сформированной из информации о входном сигнале, найти значения выходного сигнала  $Y_M(t)$ , а в задаче восстановления входного сигнала требуется по зашумленному выходному сигналу, формирующему левую часть дифференциального уравнения, найти входной сигнал  $U_\delta(t)$ , стоящий в правой части.

На этапе валидации модели на вход предложенной модели, с приведенными параметрами  $c_0, c_1, \dots, c_n$  и  $g_0, g_1, \dots, g_m$  подается сигнал  $U(t)$ . На этом этапе, так как параметры  $c_i$  и  $g_j$  зависят от  $\tau$ , подбирается шаг дискретизации  $\tau$ , при условии близости выходных сигналов датчика  $Y(t)$  и его модели  $Y_M(t)$ . Для восстановления входного сигнала  $U_\delta(t)$  применяется схема той же модели с фиксированным шагом дискретизации, полученным на этапе настройки модели.

С технической точки зрения, валидация модели эквивалентна процессу настройки модели, результатом которой являются значения  $\tau$ , обеспечивающее устойчивость вычислительных схем, используемых для обработки результатов измерений.

Ключевая идея подхода по обработке динамических измерений в предлагаемых информационно-измерительных системах произвольного порядка заключается в том, что дифференциальное уравнение, соответствующее передаточной функции, сводится с помощью замены переменных к системе дифференциальных уравнений не выше второго порядка. Такой подход позволил использовать преимущества метод саморегуляризации, показавшего высокую эффективность восстановления входного сигнала в системах второго порядка, для обработки динамических измерений в системах более высокого порядка. В предлагаемой модели корректировка

динамической погрешности и улучшение динамических характеристик системы осуществляется также путем регулирования временного интервала между двумя измерениями.

Процесс перехода от дифференциального уравнения высшего порядка к системе дифференциальных уравнений для метода валидации заключается в следующем. Обозначим  $\tilde{U} = b_m U^{(m)} + b_{(m-1)} U^{(m-1)} + \dots + b_1 U' + b_0 U$ . Тогда уравнение (4.2) примет вид:

$$a_n Y^{(n)} + a_{n-1} Y^{(n-1)} + \dots + a_1 Y' + a_0 Y = \tilde{U}. \quad (4.3)$$

Выполним замену:

$$\begin{aligned} w_0 &= Y \\ w_1 &= w'_0 = Y' \\ w_2 &= w'_1 = Y'' \\ &\vdots \\ w_{n-2} &= w'_{n-3} = Y^{(n-2)} \end{aligned}$$

Тогда уравнение (4.3) преобразуется в следующую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0 = Y, \\ w_1 = w'_0 = Y', \\ w_2 = w'_1 = Y'', \\ \vdots \\ a_n w''_{n-2} + a_{n-1} w'_{n-2} + a_{n-2} w_{n-2} + \dots + a_2 w_2 + a_1 w_1 + a_0 w_0 = \tilde{U}, \end{array} \right.$$

а начальные условия примут вид:  $w_0(0) = q_0, w_1(0) = q_1, \dots, w'_{n-2}(0) = q_{n-1}$ .

Преобразовав последнее уравнение в системе, окончательно получаем, что основой для валидации модели служит система:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0 = Y, \\ w_1 = w'_0 = Y', \\ w_2 = w'_1 = Y'', \\ \vdots \\ a_n w''_{n-2} + a_{n-1} w'_{n-2} + a_{n-2} 2_{n-2} = \tilde{U} - a_{n-3} w_{n-3} - \dots - a_2 w_2 - a_1 w_1 - a_0 w_0, \end{array} \right. \quad (4.4)$$

с начальными условиями:

$$w_0(0) = q_0, w_1(0) = q_1, \dots, w'_{n-2}(0) = q_{n-1} \quad (4.5)$$

Для построения выходного сигнала  $Y_M(t)$ , необходимо решить систему (4.4), то есть найти значения функций  $w_k(t)$ ,  $k = \overline{1, n-2}$ .

Введем следующие обозначения. Полагаем

$$Q_i = \tilde{U}(t_i) - a_{n-3} w_{n-3}(t_i) - \dots - a_2 w_2(t_i) - a_1 w_1(t_i) - a_0 w_0(t_i),$$

Для функций  $w_{n-2}(t)$  используем обозначения:

$$z''_i = w''_{n-2}(t_i), z'_i = w'_{n-2}(t_i), z_i = w_{n-2}(t_i),$$

Тогда последнее уравнение системы (4.4) в момент времени  $t = i$  примет вид:

$$a_n z''_i + a_{n-1} z'_i + a_n z_i = Q_i. \quad (4.6)$$

Из уравнения (4.6) требуется найти функцию  $z$ . Отметим, что эта задача как и задача (4.4), (4.5) относится к классу обратных задач, специфика которых заключается в том, что наличие шумов или малых отклонений в исходных данных могут привести к существенному искажению конечного результата и для обеспечения устойчивости вычислительной схемы относительно шумов необходимо использовать регуляризацию.

Основная идея построения вычислительной схемы метода валидации заключается в том, что сначала находят численное решение уравнения второго порядка в момент времени  $t_{i+2}$ , используя вычислительную схему, разработанную

для решения задачи (3.2), (3.3), а далее, используя конечно-разностные аналоги дифференциальных уравнений первого порядка, входящих в систему, находят  $w_k(t_{i+2})$ ,  $k = \overline{0, n-3}$ .

Построение вычислительной схемы метода валидации осуществим следующим образом. Составим конечно-разностный аналог уравнения (4.6) в момент времени  $t_i$ . Имеем

$$a_n \frac{z_{i+2} - 2z_{i+1} + z_i}{\tau^2} + a_{n-1} \frac{z_{i+1} - z_i}{\tau} + a_{n-2} z_i = Q_i,$$

Преобразовав последнее уравнение, получаем основную формулу для вычислительной схемы:

$$z_{i+2} = \left( Q_i - \left( \frac{a_{n-1}}{\tau} - \frac{2a_n}{\tau^2} \right) z_{i+1} - \left( a_{n-2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + \frac{a_n}{\tau^2} \right) z_i \right) \frac{\tau^2}{a_n}, \quad (4.7)$$

Далее, обобщая результаты, полученные в третьей главе, формируются приведенные коэффициенты информационно-измерительной системы,  $c_n = \frac{a_n}{\tau^2}$ ,  $c_{n-1} = \frac{a_{n-1}}{\tau} - \frac{2a_n}{\tau^2}$ ,  $c_{n-2} = a_{n-2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + \frac{a_n}{\tau^2}$ . Тогда основой вычислительной схемы является соотношение:

$$z_{i+2} = \frac{Q_i - c_{n-1} z_{i+1} - c_{n-2} z_i}{c_n}, \quad (4.8)$$

Затем, используя конечно-разностные аналоги первых производных формируем значения функций  $w_k(t_{i+2})$ ,  $k = \overline{0, n-3}$  по формуле

$$w_k(t_{i+1}) = w'_k(t_i)\tau + w_k(t_i) = w_{k+1}(t_i)\tau + w_k(t_i)$$

⋮

$$y(t_{i+1}) = w'_0(t_i)\tau + w_0(t_i) = w_1(t_i)\tau + w_0(t_i)$$

Вычислительная схема метода валидации состоит из следующих этапов:

Шаг 1. Используя начальные условия, находим значения функций  $w_k(t_1) = q_k(0)$ ,  $k = \overline{0, n-2}$ .

Шаг 2. Находим  $w_k(t_2) = w_k(0 + \tau)$  в момент времени  $t_2 = t_1 + \tau = 0 + \tau$  по формулам

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0(t_2) = w_1(0)\tau + w_0(0), \\ w_1(t_2) = w_2(0)\tau + w_1(0), \\ w_2(t_2) = w_3(0)\tau + w_2(0), \\ \dots \\ w_{n-3}(t_2) = w_{n-2}(0)\tau + w_{n-3}(0), \\ w_{n-2}(t_2) = w'_{n-2}(0)\tau + w_{n-2}(0), \\ w'_{n-2}(t_2) = w''_{n-2}(0)\tau + w'_{n-2}(0), \\ w''_{n-2}(0) = \frac{z_3 - 2z_2 + z_1}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Применив к уравнению (4.6) явную схему (3.5) получим

$$z_3 = \frac{Q(0) - c_{n-1}z_2 - c_{n-2}z_1}{c_n}$$

Шаг 3. Используя соотношение  $w_k(t_3) = w_{k+1}(t_3)\tau + w_k(t_3)$ , находим значения  $w_k(t_3)$ .

Шаг 4. Находим  $w_k(t_3) = w_k(0 + 2\tau)$  в момент времени  $t_2 = t_2 + \tau = 0 + 2\tau$  по формулам

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0(t_3) = w_1(t_2)\tau + w_0(t_2), \\ w_1(t_3) = w_2(t_2)\tau + w_1(t_2), \\ w_2(t_3) = w_3(t_2)\tau + w_2(t_2), \\ \dots \\ w_{n-3}(t_3) = w_{n-2}(t_2)\tau + w_{n-3}(t_2), \\ w_{n-2}(t_3) = w'_{n-2}(t_2)\tau + w_{n-2}(t_2), \\ w'_{n-2}(t_3) = w''_{n-2}(t_2)\tau + w'_{n-2}(t_2), \\ w''_{n-2}(t_2) = \frac{z_4 - 2z_3 + z_2}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Применив к уравнению (4.6) явную схему (3.5) получим

$$z_4 = \frac{Q(t_2) - c_{n-1}z_3 - c_{n-2}z_3}{c_n}$$

Шаг 5. Используя соотношение  $w_k(t_4) = w_{k+1}(t_4)\tau + w_k(t_4)$ , находим значения  $w_k(t_4)$  и т.д.

Таким образом, значения  $w_0(t_2), \dots, w'_{n-2}(t_2)$  из системы (4.25) и схему (4.8), найдем значения  $w''_{n-2}(t_2)$  в точке  $t_2 = 2\tau$  и следующую явную схему:

$$z_4 = \left( Q_2 - \left( \frac{a_{n-1}}{\tau} - \frac{2a_n}{\tau^2} \right) z_3 - \left( a_{n-2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + \frac{a_n}{\tau^2} \right) z_2 \right) \frac{\tau^2}{a_n}, \quad (4.11)$$

где  $Q_2 = \tilde{U}(t_2) - a_{n-3}(z_{n-3}(t_1) + \tau z_{n-2}(t_1)) - \dots - a_2(z_3(t_1) + \tau z_4(t_1)) - a_1(z_2(t_1) + \tau z_3(t_1)) - a_0(z_1(t_1) + \tau z_2(t_1))$ .

Далее получаем следующую систему в момент времени  $t_4$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0(t_4) = w_1(t_3)\tau + w_0(t_3), \\ w_1(t_4) = w_2(t_3)\tau + w_1(t_3), \\ w_2(t_4) = w_3(t_3)\tau + w_2(t_3), \\ \dots \\ w_{n-3}(t_4) = w_{n-2}(t_3)\tau + w_{n-3}(t_3), \\ w_{n-2}(t_4) = w'_{n-2}(t_3)\tau + w_{n-2}(t_3), \\ w'_{n-2}(t_4) = w''_{n-2}(t_3)\tau + w'_{n-2}(t_3), \\ w''_{n-2}(t_3) = \frac{z_5 - 2z_4 + z_3}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.12)$$

и явную схему:

$$z_5 = \left( Q_3 - \left( \frac{a_{n-1}}{\tau} - \frac{2a_n}{\tau^2} \right) z_4 - \left( a_{n-2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + \frac{a_n}{\tau^2} \right) z_3 \right) \frac{\tau^2}{a_n}, \quad (4.13)$$

где  $Q_3 = \tilde{U}(t_3) - a_{n-3}(z_{n-3}(t_2) + \tau z_{n-2}(t_2)) - \dots - a_2(z_3(t_2) + \tau z_4(t_2)) - a_1(z_2(t_2) + \tau z_3(t_2)) - a_0(z_1(t_2) + \tau z_2(t_2))$ .

Также в момент времени  $t_5$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0(t_5) = w_1(t_4)\tau + w_0(t_4), \\ w_1(t_5) = w_2(t_4)\tau + w_1(t_4), \\ w_2(t_5) = w_3(t_4)\tau + w_2(t_4), \\ \dots \\ w_{n-3}(t_5) = w_{n-2}(t_4)\tau + w_{n-3}(t_4), \\ w_{n-2}(t_5) = w'_{n-2}(t_4)\tau + w_{n-2}(t_4), \\ w'_{n-2}(t_5) = w''_{n-2}(t_4)\tau + w'_{n-2}(t_4), \\ w''_{n-2}(t_4) = \frac{z_6 - 2z_5 + z_4}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.14)$$

и явную схему:

$$z_6 = \left( Q_4 - \left( \frac{a_{n-1}}{\tau} - \frac{2a_n}{\tau^2} \right) z_5 - \left( a_{n-2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + \frac{a_n}{\tau^2} \right) z_4 \right) \frac{\tau^2}{a_n}, \quad (4.15)$$

где  $Q_4 = \tilde{U}(t_4) - a_{n-3}(z_{n-3}(t_3) + \tau z_{n-2}(t_3)) - \dots - a_2(z_3(t_3) + \tau z_4(t_3)) - a_1(z_2(t_3) + \tau z_3(t_3)) - a_0(z_1(t_3) + \tau z_2(t_3))$ .

Затем процесс повторяется, на  $i$ -ом этапе систем будет выглядеть следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0(t_i) = w_1(t_{i-1})\tau + w_0(t_{i-1}), \\ w_1(t_i) = w_2(t_{i-1})\tau + w_1(t_{i-1}), \\ w_2(t_i) = w_3(t_{i-1})\tau + w_2(t_{i-1}), \\ \dots \\ w_{n-3}(t_i) = w_{n-2}(t_{i-1})\tau + w_{n-3}(t_{i-1}), \\ w_{n-2}(t_i) = w'_{n-2}(t_{i-1})\tau + w_{n-2}(t_{i-1}), \\ w'_{n-2}(t_i) = w''_{n-2}(t_{i-1})\tau + w'_{n-2}(t_{i-1}), \\ w''_{n-2}(t_{i-1}) = \frac{z_{i+1} - 2z_i + z_{i-1}}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.16)$$

Если  $i > N$ , то алгоритм заканчивает свою работу, иначе переходим на шаг 1 для точки  $t_{i+1}$  используя значения  $w_1(t_{i+1}), \dots, w'_{n-2}(t_{i+1})$  из системы (4.16):



$$z_{i+2} = \left( Q_i - \left( \frac{a_{n-1}}{\tau} - \frac{2a_n}{\tau^2} \right) z_{i+1} - \left( a_{n-2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + \frac{a_n}{\tau^2} \right) z_i \right) \frac{\tau^2}{a_n}, \quad (4.17)$$

где  $Q_i = \tilde{U}(t_i) - a_{n-3}(z_{n-3}(t_{i-1}) + \tau z_{n-2}(t_{i-1})) - \dots - a_2(z_3(t_{i-1}) + \tau z_4(t_{i-1})) - a_1(z_2(t_{i-1}) + \tau z_3(t_{i-1})) - a_0(z_1(t_{i-1}) + \tau z_2(t_{i-1}))$ .

После завершения итерационного процесса будут найдены все значения всех  $w_k$  на всем отрезке  $[0; \Theta]$ . Полученные значения  $w_0(t)$  формируют выходной сигнал предложенной модели  $w_0(t) = Y_M(t)$ .

Идея метода валидации модели заключается в том, что при одинаковых входных сигналах  $U(t)$  получить максимально приближенный выходной сигнал модели  $Y_M(t)$  к выходному сигналу базовой модели  $Y_S(t)$ , то есть чтобы эффект от предложенной модели с эффектом саморегуляризации, был аналогичен эффекту от базовой модели. Для оценки качества настройки модели находят максимальное отклонение  $Y_M(t)$  от  $Y_S(t)$ , которое не должно превышать уровень шума  $\delta$ , в противном случае, выбирается новое значение параметра  $\tau$ , удовлетворяющее условию:

$$\sqrt{\frac{a_n}{a_{n-2}}} < \tau \leq \sqrt{\frac{2a_n}{a_{n-2}}}$$

и начинают процесс настройки модели заново.

Отметим, что условия выбора параметра  $\tau$  отражают прямую зависимость значений  $\tau$  от старших коэффициентов  $a_n$  и  $a_{n-2}$ , что согласуется с теоретическими результатами, полученными в области теории управления [8] и теории обратных задач [6].

При предлагаемом подходе осуществляется коррекция динамической погрешности, благодаря эффекту саморегуляризации, в качестве параметра регуляризации выступает величина шага дискретизации  $\tau$ . Такой подход к регуляризации в динамических системах предлагается впервые и позволяет моделировать выходной сигнал, при известных параметрах системы в условиях шума.

## 4.2 Метод восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации для систем произвольного порядка

Основная идея метода восстановления входного сигнала для систем произвольного порядка является обобщением результатов по восстановлению входного сигнала с помощью метода саморегуляризации, приведенных в третьей главе.

Основой вычислительной схемы метода восстановления входного сигнала служит уравнение (4.2), а исходные данные формируются из результатов измерений известного выходного сигнала  $Y_\delta(t) = (Y_\delta(t_1), Y_\delta(t_1), \dots, Y_\delta(t_i), \dots, Y_\delta(t_{N+1})) = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_{N+1})$ , где  $y_i = Y_\delta(t_i)$ , и информации о состоянии информационно-измерительной системы в начальный момент времени  $t = 0$ , определяющей следующие начальные условия:

$$\begin{aligned}
 r_0 &= \frac{f_0(Y_\delta)}{b_0}, \\
 f_0 &= a_n \frac{y_1^{(n-1)} - y_0^{(n-1)}}{\tau} + a_{n-1} \frac{y_1^{(n-2)} - y_0^{(n-2)}}{\tau} + \dots \\
 &\quad + a_2 \frac{y'_1 - y'_0}{\tau} + a_1 \frac{y_1 - y_0}{\tau} + a_0 y_0, \\
 r_1 &= \frac{f_1(Y_\delta)}{\tau b_1}, \\
 f_1 &= a_n \frac{y_2^{(n-1)} - y_1^{(n-1)}}{\tau} + a_{n-1} \frac{y_2^{(n-2)} - y_1^{(n-2)}}{\tau} + \dots \\
 &\quad + a_2 \frac{y'_2 - y'_1}{\tau} + a_1 \frac{y_2 - y_1}{\tau} + a_0 y_1, -r_0, \\
 &\quad \dots \\
 r_{m-1} &= \frac{f_{m-1}(Y_\delta)}{\tau b_{m-1}}, \\
 f_{m-1} &= a_n \frac{y_m^{(n-1)} - y_{m-1}^{(n-1)}}{\tau} + a_{n-1} \frac{y_m^{(n-2)} - y_{m-1}^{(n-2)}}{\tau} + \dots \\
 &\quad + a_2 \frac{y'_m - y'_{m-1}}{\tau} + a_1 \frac{y_m - y_{m-1}}{\tau} + a_0 y_{m-1}, -r_{m-2},
 \end{aligned}$$

тогда  $U(0) = r_0, U'(0) = r_1, \dots, U^{(m-1)}(0) = r_{m-1}$ .

Обозначим  $\tilde{Y} = a_n Y_\delta^{(n)} + a_{(n-1)} Y_\delta^{(n-1)} + \dots + a_1 Y'_\delta + a_0 Y_\delta$ , тогда уравнение (4.2) примет следующий вид:

$$b_m U^{(m)} + b_{m-1} U^{(m-1)} + \dots + b_1 U' + b_0 U = \tilde{Y} \quad (4.18)$$

Выполняя рассуждения, аналогичные проводимым при разработке метода валидации модели произвольного порядка, на первом этапе восстановления функции  $U(t)$ , сведем дифференциальное уравнение к систем линейных уравнений. Для этого полагаем:

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= U \\ \gamma_1 &= \gamma'_0 = U' \\ \gamma_2 &= \gamma'_1 = U'' \\ &\vdots \\ \gamma_{m-2} &= \gamma'_{m-3} = U^{(m-2)}\end{aligned}$$

Тогда уравнение (4.18) преобразуется в систему дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0 = U \\ \gamma_1 = \gamma'_0 = U' \\ \gamma_2 = \gamma'_1 = U'' \\ \vdots \\ b_m \gamma''_{m-2} + b_{m-1} \gamma'_{m-2} + b_{m-2} \gamma_{m-2} + \dots + b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1 + b_0 \gamma_0 = \tilde{Y}, \end{array} \right.$$

а начальные условия примут вид:  $\gamma_0(0) = r_0, \gamma_1(0) = r_1, \dots, \gamma'_{m-2}(0) = r_{m-1}$ .

Преобразовав последнее уравнение в системе, окончательно получаем, что основой для восстановления входного сигнала модели с эффектом саморегуляризации служит система:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0 = U \\ \gamma_1 = \gamma'_0 = U' \\ \gamma_2 = \gamma'_1 = U'' \\ \vdots \\ b_m \gamma''_{m-2} + b_{m-1} \gamma'_{m-2} + b_{m-2} \gamma_{m-2} = \tilde{Y} - b_{m-3} \gamma_{m-3} - \dots - b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1 - b_0 \gamma_0, \end{array} \right. \quad (4.19)$$

и начальные условия:

$$\gamma_0(0) = r_0, \gamma_1(0) = r_1, \dots, \gamma'_{m-2}(0) = r_{m-1} \quad (4.20)$$

из системы (4.19) необходимо найти значения функций  $\gamma_k(t)$ ,  $k = \overline{1, m-2}$ .

Для перехода к конечно-разностным соотношениям в задаче (4.19), (4.20) используя сетку  $G$  с шагом дискретизации  $\tau$ , найденном в методе валидации модели.

Обозначим  $h''_i = \gamma''_k(t_i)$ ,  $h'_i = \gamma'_k(t_i)$ ,  $h_i = \gamma_k(t_i)$ ,

$$R_i = \tilde{Y}(t_i) - b_{m-3} \gamma_{m-3}(t_i) - \dots - b_2 \gamma_2(t_i) - b_1 \gamma_1(t_i) - b_0 \gamma_0(t_i).$$

При  $i = \overline{1, N+1}$  и  $k = m-2$ . Тогда последнее уравнение системы (4.19) в момент времени  $t = i$  примет вид:

$$b_m h''_i + b_{m-1} h'_i + b_m h_i = R_i \quad (4.21)$$

В задаче восстановления входного сигнала требуется по зашумленному выходному сигналу, формирующему левую часть дифференциального уравнения, найти входной сигнал  $U_\delta(t)$ , стоящий в правой части. Несмотря на то, что эта задача относится к классу прямых задач, его специфическая особенность заключается в том, что для восстановления входного сигнала необходимо выполнить процедуру численного дифференцирования, а эта процедура относится к классу неустойчивых задач и для сохранения контролируемости уровня накапливаемой вычислительной погрешности также необходимо использовать регуляризацию.

Конечно-разностный аналог уравнения (4.21) относительно  $h_{i+2}$  имеет вид:

$$h_{i+2} = \left( R_i - \left( \frac{b_{m-1}}{\tau} - \frac{2b_m}{\tau^2} \right) h_{i+1} - \left( b_{m-2} - \frac{b_{m-1}}{\tau} + \frac{b_m}{\tau^2} \right) h_i \right) \frac{\tau^2}{b_m}, \quad (4.22)$$

Обобщая результаты, полученные в третьей главе, сначала формируют приведенные коэффициенты информационно-измерительной системы,  $g_m = \frac{b_m}{\tau^2}$ ,  $g_{m-1} = \frac{b_{m-1}}{\tau} - \frac{2b_m}{\tau^2}$ ,  $g_{m-2} = b_{m-2} - \frac{b_{m-1}}{\tau} + \frac{b_{m-2}}{\tau^2}$ . Тогда основой вычислительной схемы является соотношение:

$$h_{i+2} = \frac{R_i - g_{m-1}h_{i+1} - g_{m-2}h_i}{g_m}, \quad (4.23)$$

Затем, используя конечно-разностные аналоги первых производных формируют значения функций  $\gamma_k(t_{i+2})$ ,  $k = \overline{0, n-3}$  по формуле

$$\gamma_k(t_{i+1}) = \gamma'_k(t_i)\tau + \gamma_k(t_i) = \gamma_{k+1}(t_i)\tau + \gamma_k(t_i)$$

⋮

$$u(t_{i+1}) = \gamma'_0(t_i)\tau + \gamma_0(t_i) = \gamma_1(t_i)\tau + \gamma_0(t_i)$$

Вычислительная схема метода восстановления состоит из следующих этапов:

Шаг 1. Используя начальные условия, находим значения функций  $\gamma_k(t_1) = r_k(0)$ ,  $k = \overline{0, n-2}$ .

Шаг 2. Находим  $\gamma_k(t_2) = \gamma_k(0 + \tau)$  в момент времени  $t_2 = t_1 + \tau = 0 + \tau$  по формулам

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0(t_2) = \gamma_1(0)\tau + \gamma_0(0), \\ \gamma_1(t_2) = \gamma_2(0)\tau + \gamma_1(0), \\ \gamma_2(t_2) = \gamma_3(0)\tau + \gamma_2(0), \\ \vdots \\ \gamma'_{m-2}(t_2) = \gamma''_{m-2}(0)\tau + \gamma'_{m-2}(0), \\ \gamma''_{m-2}(0) = \frac{h_3 - 2h_2 + h_1}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.24)$$

Применив к уравнению (4.21) явную схему (4.23) получим

$$h_3 = \frac{R(0) - g_{m-1}h_2 - g_{m-2}h_1}{g_n}$$

Получим восстановленный сигнал  $\gamma_0(t_2) = U_\delta(t_2)$ .

Шаг 3. Находим  $\gamma_k(t_3) = \gamma_k(0 + 2\tau)$  в момент времени  $t_2 = t_2 + \tau = 0 + 2\tau$  по формулам

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0(t_3) = \gamma_1(t_2)\tau + \gamma_0(t_2), \\ \gamma_1(t_3) = \gamma_2(t_2)\tau + \gamma_1(t_2), \\ \gamma_2(t_3) = \gamma_3(t_2)\tau + \gamma_2(t_2), \\ \vdots \\ \gamma'_{m-2}(t_3) = \gamma''_{m-2}(t_2)\tau + \gamma'_{m-2}(t_2), \\ \gamma''_{m-2}(t_2) = \frac{h_4 - 2h_3 + h_2}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.25)$$

Применив к уравнению (4.21) явную схему (4.23) получим

$$h_4 = \frac{R(t_2) - g_{-1}h_3 - g_{m-2}h_3}{g_n}$$

Получим восстановленный сигнал  $\gamma_0(t_3) = U_\delta(t_3)$ .

Шаг 4. Используя соотношение  $\gamma_k(t_4) = \gamma_{k+1}(t_4)\tau + \gamma_k(t_4)$ , находим значения  $\gamma_k(t_4)$ .

Далее получаем следующую систему в момент времени  $t_4$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0(t_4) = \gamma_1(t_3)\tau + \gamma_0(t_3), \\ \gamma_1(t_4) = \gamma_2(t_3)\tau + \gamma_1(t_3), \\ \gamma_2(t_4) = \gamma_3(t_3)\tau + \gamma_2(t_3), \\ \vdots \\ \gamma_{m-3}(t_4) = \gamma_{m-2}(t_3)\tau + \gamma_{m-3}(t_3), \\ \gamma_{m-2}(t_4) = \gamma'_{m-2}(t_3)\tau + \gamma_{m-2}(t_3), \\ \gamma'_{m-2}(t_4) = \gamma''_{m-2}(t_3)\tau + \gamma'_{m-2}(t_3), \\ \gamma''_{m-2}(t_3) = \frac{h_5 - 2h_4 + h_3}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.26)$$

и явную схему:

$$h_5 = \left( R_3 - \left( \frac{b_{m-1}}{\tau} - \frac{2b_m}{\tau^2} \right) h_4 - \left( b_{m-2} - \frac{b_{m-1}}{\tau} + \frac{b_m}{\tau^2} \right) h_3 \right) \frac{\tau^2}{b_m}, \quad (4.27)$$

где  $R_3 = \tilde{Y}(t_3) - b_{m-3}(h_{m-3}(t_2) + \tau h_{m-2}(t_2)) - \dots - b_2(h_3(t_2) + \tau h_4(t_2)) - b_1(h_2(t_2) + \tau h_3(t_2)) - b_0(h_1(t_2) + \tau h_2(t_2))$ .

Получим восстановленный сигнал  $\gamma_0(t_4) = U_\delta(t_4)$ .

Также в момент времени  $t_5$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0(t_5) = \gamma_1(t_4)\tau + \gamma_0(t_4), \\ \gamma_1(t_5) = \gamma_2(t_4)\tau + \gamma_1(t_4), \\ \gamma_2(t_5) = \gamma_3(t_4)\tau + \gamma_2(t_4), \\ \vdots \\ \gamma_{m-3}(t_5) = \gamma_{m-2}(t_4)\tau + \gamma_{m-3}(t_4), \\ \gamma_{m-2}(t_5) = \gamma'_{m-2}(t_4)\tau + \gamma_{m-2}(t_4), \\ \gamma'_{m-2}(t_5) = \gamma''_{m-2}(t_4)\tau + \gamma'_{m-2}(t_4), \\ \gamma''_{m-2}(t_4) = \frac{h_6 - 2h_5 + h_4}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.28)$$

и явную схему:

$$h_6 = \left( R_4 - \left( \frac{a_{n-1}}{\tau} - \frac{2a_n}{\tau^2} \right) h_5 - \left( a_{n-2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + \frac{a_n}{\tau^2} \right) h_4 \right) \frac{\tau^2}{a_n}, \quad (4.29)$$

где  $R_4 = \tilde{Y}(t_4) - b_{m-3}(h_{m-3}(t_3) + \tau h_{m-2}(t_3)) - \dots - b_2(h_3(t_3) + \tau h_4(t_3)) - b_1(h_2(t_3) + \tau h_3(t_3)) - b_0(h_1(t_3) + \tau h_2(t_3))$ .

Получим восстановленный сигнал  $\gamma_0(t_5) = U_\delta(t_5)$ . Продолжая предложенный итерационный процесс, на  $i$ -ом шаге получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0(t_i) = \gamma_1(t_{i-1})\tau + \gamma_0(t_{i-1}), \\ \gamma_1(t_i) = \gamma_2(t_{i-1})\tau + \gamma_1(t_{i-1}), \\ \gamma_2(t_i) = \gamma_3(t_{i-1})\tau + \gamma_2(t_{i-1}), \\ \vdots \\ \gamma_{m-3}(t_i) = \gamma_{m-2}(t_{i-1})\tau + \gamma_{m-3}(t_{i-1}), \\ \gamma_{m-2}(t_i) = \gamma'_{m-2}(t_{i-1})\tau + \gamma_{m-2}(t_{i-1}), \\ \gamma'_{m-2}(t_i) = \gamma''_{m-2}(t_{i-1})\tau + \gamma'_{m-2}(t_{i-1}), \\ \gamma''_{m-2}(t_{i-1}) = \frac{h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}}{\tau^2}. \end{array} \right. \quad (4.30)$$

Продолжая итерационный процесс для оставшихся  $t_i$ , получим значения всех  $\gamma_k$  на всем отрезке  $[0; \Theta]$ . Отметим, что значения  $\gamma_0(t)$ , полученные с помощью предлагаемого метода восстановления входного сигнала, формируют восстановленный входной сигнал  $\gamma_0(t) = \gamma_0(t_1), \gamma_0(t_2), \dots, \gamma_0(t_{N+1}) = U_\delta(t) = U_\delta(t_1), U_\delta(t_2), \dots, U_\delta(t_{N+1})$ .

Отдельно необходимо рассмотреть модели информационно-измерительной системы нулевого порядка относительно входного сигнала. Данная модель является частным случаем модели произвольного порядка порядка, предложенной в разделе 4.1. Специфика модели заключается в том, что ее передаточная функция имеет вид:

$$W(p) = \frac{b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (4.31)$$

Тогда, используя рассуждения, аналогичные приведенным в разделе 4.1, переходя от передаточной функции к дифференциальному уравнению, получаем, что базовое уравнение (4.2), примет вид:

$$a_n Y^{(n)} + a_{n-1} Y^{(n-1)} + \dots + a_1 Y' + a_0 Y = b_0 U \quad (4.32)$$

Метод валидации представленной модели информационно-измерительной системы совпадает с методом валидации информационно-измерительных систем произвольного порядка, предложенном в разделе 4.1.

Метод восстановления входного сигнала аналогичен методу восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации, разработанному для систем второго порядка и изложенному в п.3.2.

Используя шаг дискретизации  $\tau$ , найденный с помощью метода валидации и конечно-разностные аналоги производных высших порядков относительно  $Y_i$  получаем:

$$u_i = \frac{1}{b_0} \left( a_n y_i^{(n)} + \dots + a_k y_i^{(k)} + \dots + a_2 y_i'' + a_1 y_i' + a_0 y_i \right), \quad (4.33)$$

где  $y_i^{(k)}$  – конечно-разностный аналог производной  $k$ -го порядка в момент времени  $t_i$ .

Значения  $u_i$ , найденные из уравнения (4.33), определяют восстановленный выходной сигнал  $U_\delta(t) = u_1, u_2, \dots, u_{N+1} = U_\delta(t_1), U_\delta(t_2), \dots, U_\delta(t_{N+1})$ .



### 4.3 Вычислительные эксперименты для метода с эффектом саморегуляризации для информационно-измерительных систем высоких порядков

Основная цель данной серии вычислительных экспериментов заключалась в построения численного решения рассматриваемой задачи (4.4), (4.5) с  $U(t) = \begin{cases} 0 & t = 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$ . для информационно-измерительных систем различных порядков. В

ходе первого эксперимента второй серии была смоделирована функция выходного сигнала, для информационно-измерительной системы с передаточной функцией:

$$W = \frac{b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0},$$

Данная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5%. К найденному зашумленному выходном сигналу применялась конечно-разностная схема для восстановления исходного сигнала.

На рис. 50 изображены восстановленный и входной сигнал системы второго порядка для выходного сигнала и первого для входного сигнала и функция погрешности. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

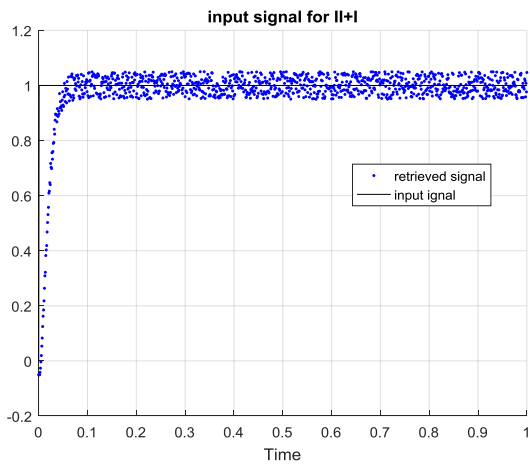
Отклонение восстановленного сигнала от исходного во всех экспериментах составила не более 5% при  $\tau = 1, 2 \cdot 10^{-3}$ .

В ходе второго эксперимента второй серии была смоделирована функция выходного сигнала, для информационно-измерительной системы с передаточной функцией:

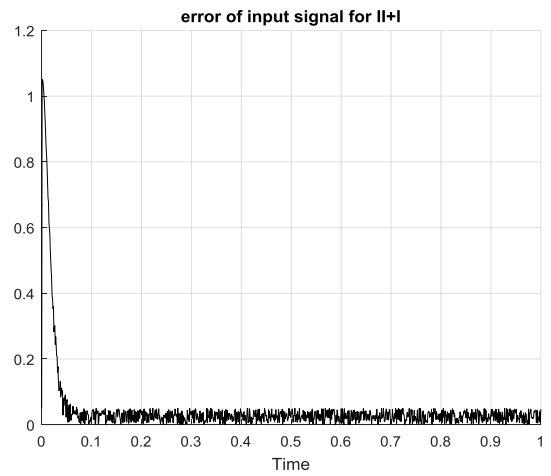
$$W = \frac{b_0}{(a_2 p^2 + a_1 p + a_0)(a_5 p^2 + a_4 p + a_3)},$$

данная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5%. К найденному зашумленному выходном сигналу применялась конечно-разностная схема для восстановления исходного сигнала.

На рис. 51 изображен восстановленный и входной сигнал системы четвертого порядка для выходного сигнала и нулевого для входного сигнала. Обозначение



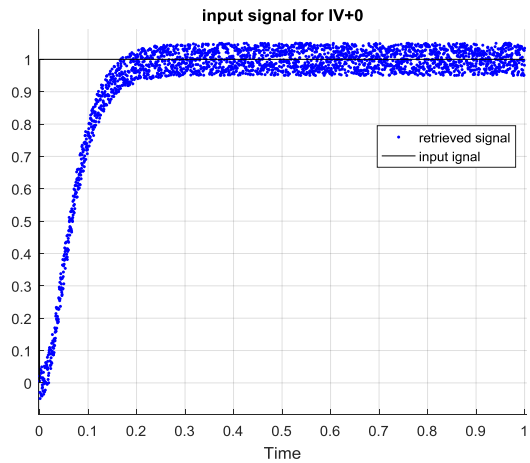
a)



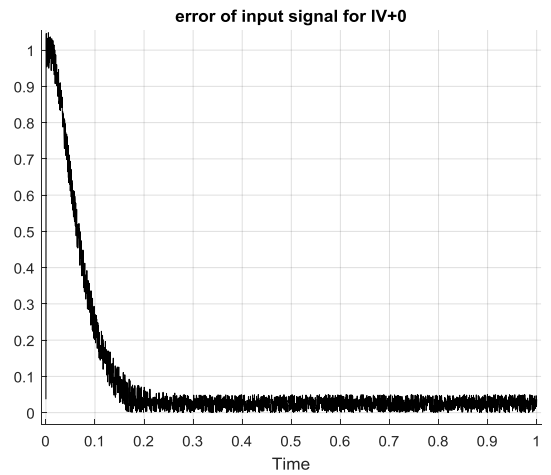
б)

Рис. 50: Результаты эксперимента для информационно-измерительной системы второго порядка для выходного сигнала и первого для входного сигнала, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

ние „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.



a)



б)

Рис. 51: Результаты эксперимента для информационно-измерительной системы четвертого порядка для выходного сигнала и нулевого для входного сигнала, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Отклонение восстановленного сигнала от исходного в эксперименте составила не более 5% при  $\tau = 1,75 \cdot 10^{-3}$ .

В ходе третьего эксперимента второй серии была смоделирована функция выходного сигнала, для информационно-измерительной системы с передаточной функ-

цией:

$$W = \frac{(b_1p + b_0)(b_4p^2 + b_3p + b_2)}{(a_2p^2 + a_1p + a_0)(a_5p^2 + a_4p + a_3)(a_7p + a_6)},$$

данная функция была зашумлена аддитивным шумом в 5%. К найденному зашумленному выходном сигналу применялась конечно-разностная схема для восстановления исходного сигнала.

На рис. 52 изображен восстановленный и входной сигнал системы пятого порядка для выходного сигнала и третьего для входного сигнала. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

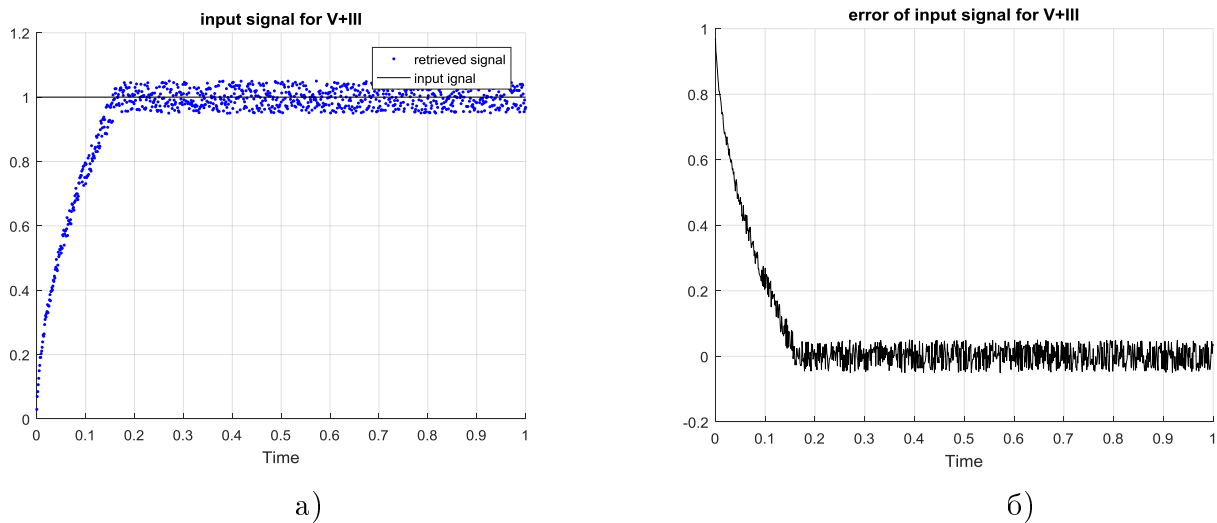


Рис. 52: Результаты эксперимента для информационно-измерительной системы пятого порядка для выходного сигнала и третьего для входного сигнала, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Отклонение восстановленного сигнала от исходного в эксперименте составила не более 5% при  $\tau = 1,75 \cdot 10^{-3}$ .

Результаты эксперимента приводят к следующим выводам. Предложенные методы валидации и восстановления входного сигнала обладают эффектом саморегуляризации, а полученные экспериментальные оценки точности метода восстановления сигнала согласуются с теоретическими результатами.

#### 4.4 Применение метода с эффектом саморегуляризации к реальным экспериментальным данным

Так же для верификации результатов работы предлагаемого метода обработки информации проводились лабораторные исследования на реальных данных предоставленных НИЛ "Технической самодиагностики и самоконтроля приборов и систем с целью оценки эффективности разработанного метода восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации.

### **Программа и методика испытаний датчиков.**

Лабораторные исследования датчиков давления Метран-150 моделей М150С 1 диапазона проводились при различных входных воздействиях (перепад давления, линейное нарастание/спад, синусоида) в температурном диапазоне от  $-40^{\circ}\text{C}$  до  $85^{\circ}\text{C}$ .

#### *Программа испытаний:*

##### *1. Объект испытаний.*

Испытаниям подвергаются датчики давления Метран-150 моделей: М150СГ1, верхний предел измерения  $P_{в} = 6,3$  кПа, в количестве 3 шт.

Датчики изготовлены АО "Промышленная группа "Метран" и предоставлены для испытаний в соответствии с Техническим заданием №71 к Договору №2005122 от 14 марта 2005 г.

##### *2. Цель испытаний.*

Целью испытаний является оценка эффективности разработанного метода восстановления входного сигнала с эффектом саморегуляризации.

##### *3. Основные положения.*

Место проведения испытаний - НИЛ технической самодиагностики и самоконтроля приборов и систем ВШ ЭКН ЮУрГУ.

Материально-техническое обеспечение испытаний - НИЛ технической самодиагностики и самоконтроля приборов и систем ВШ ЭКН ЮУрГУ.

##### *4. Объем испытаний.*

Перечень контролируемых параметров, условия испытаний приведены в табл.

8

где  $P_{в}$  – входное давление равно 600 кПа.

##### *5. Условия и порядок проведения испытаний.*

Таблица 8: Объем испытаний

Условия испытаний, °С	Испытательное давление (форма)	Испытательное давление (значение)	Период повторения, с.	Контролируемые параметры
23, 55, 85, 55, 23, -10, -40, -10, 23	Перепад, Линейное нарастание/спад, Синус	(0.1-0.8) Рв	10, 5, 2	1.Выходной ток датчика In (Un); 2.Параметры входного сигнала

Испытания проводятся в нормальных (кроме температуры) климатических условиях: относительная влажность воздуха 45-80%; атмосферное давление 84,0-106,7 кПа (630-800 мм. рт. ст.).

Последовательность изменения температур при проведении испытаний должна соответствовать табл.8. Прерывание испытаний (выключение камеры температуры) допускается только в НКУ (25–10 °С). Последовательность проведения видов испытаний может быть произвольной.

Испытательное оборудование должно обеспечивать синфазное воздействие испытательного сигнала (давления) на контрольный и испытуемые датчики давления.

#### *6. Материально-техническое и метрологическое обеспечение испытаний.*

Перечень рекомендуемого оборудования и контрольноинформационно-измерительных приборов, применяемых при испытаниях, приведен в табл.9.

#### *7. Формирование испытательного давления.*

Формирование испытательного давления заданной формы выполняется в стенде пульсирующего давления (в дальнейшем - стенд) предназначенном для исследования динамических характеристик датчиков давления (в дальнейшем - датчиков). В стенде предусмотрено два варианта подключения исследуемых датчиков: - одновременное подключение одного датчика с присоединительной резьбой М20×1,5 (например, М-150TG) и одного датчика давления со стандартным флан-

Таблица 9: Перечень рекомендуемого оборудования и контрольно-информационно-измерительных приборов

Наименование	Тип	Класс точности, погрешность измерения, диапазон	Кол-во	Примечание
Стенд пульсирующего давления 31.5335.000.00		Давление заданной формы от 0 до 6 бар в диапазоне частот от 0 до 100 Гц	1	
Компрессор	КП-0,1/8	$P = 0,8$ МПа	1	
Генератор функциональный	АНР-3122	Синус, прямоугольник, произвольный сигнал, 0,02 Гц - 10 МГц, $U \leq 10В$	1	В составе стенда
Осциллограф цифровой запоминающий	АСК-3117	4 канала, 2мВ/д – 10В/д, 100 МГц, 0,01мкс/д – 100ч/д	1	В составе стенда
Контрольный датчик давления	PR23 / 2 bar / 22-2305-145	4...20 мА; 0...2 бар; погрешность 0,25% ВПИ, полоса пропускания 5 кГц	1	В составе стенда
Контрольный датчик давления	PR23 / 0,2 bar / 22-2305-145	4...20 мА; 0...0,2 бар; погрешность 0,25% ВПИ, полоса пропускания 5 кГц	1	В составе стенда
Компьютер		Процессор 1 GHz "Pentium"; Видео-адаптер VGA 1024×768, 256 цветов; 3 USB порт; Операционная система Microsoft Windows XP или более поздняя; Microsoft .NET Framework 2.0 Программа "Стенд исследования динамических характеристик"	1	В составе стенда
Климатическая камера	КТХ-74-05	Полезный объем: 0,074 м <sup>3</sup> ; диапазон температур: -65°–170°С; точность поддержания $\pm 0,5^{\circ}С$ ; неравномерность в рабочей зоне $\pm 2,5^{\circ}С$ .	1	



Рис. 53: Схема соединения оборудования.

цем (например, М-150СD); - подключение 3-х датчиков со стандартными фланцами.

Стенд обеспечивает формирование испытательного давления в виде периодических и однократных сигналов практически любой формы и содержит комплект приборов для контроля формы испытательного сигнала и выходных сигналов исследуемых датчиков.

Основные технические характеристики стенда приведены в табл. 10, структурная схема стенда на рис. 54.

Стенд (рис. 54) состоит из блока 1 подготовки давления, блока 2 формирования пульсаций и информационно-измерительного комплекса 3.

Блок 1 подготовки давления предназначен для питания блока формирования пульсаций. Блок состоит из ресиверов 4 и 5 высокого и низкого давления соответственно, редукторов 6 "P(+)>100 кПа." и 7 "P(+)<100 кПа." высокого давления с манометрами 8 и 9 и отсечными клапанами 10 и 11, редуктора 12 "P(-)" обратного давления с манометром 13 "P(-)" низкого давления и вентилях 14 "Сброс P(+)" и 15 "Сброс P(-)" для сброса давления.

Таблица 10: Технические характеристики стенда

№	Параметр	Значения
1	Рабочая среда	Сжатый воздух
2	Входное давление ( $P_{вх}$ ), не более	600 кПа
3	Форма пульсации давления на выходе	Практически любая
4	Диапазон установки частоты пульсации давления	В режиме тестирования клапанов: "меандр" от 1 Гц до 100 Гц при длительности фронта не более 20 мс и спада не более 50 мс В рабочем режиме: от 0 Гц до 20 Гц при отклонении от заданной формы сигнала не более 20%
5	Максимальное давление на выходе	В режиме "тестирование": 100% от $P_{вх}$ В рабочем режиме, не менее 90% от $P_{вх}$
6	Максимальная амплитуда пульсации	В режиме "тестирование": 100% В рабочем режиме: не менее 50%
7	Погрешность контроля и регистрации испытательных воздействий, не более	Контрольный датчик давления – 0,25%; Цифровой осциллограф с периодом дискретизации 1 мс
8	Условия эксплуатации	НКУ, за исключением: контрольный датчик давления: $-10^{\circ}\text{C} \dots +80^{\circ}\text{C}$ , модуль формирования пульсаций: $-10^{\circ}\text{C} \dots +50^{\circ}\text{C}$
9	Время непрерывной работы, не менее	8 часов
10	Класс безопасности по ГОСТ 12.2.007.0 "Изделия электротехнические. Общие требования"	01

Блок 1 подготовки подключается к внешнему источнику давления, например - к компрессору, через цанговый коннектор 16 "Рвх."

Выходы ресиверов высокого и низкого давления через игольчатые вентили 17 "Расход  $\rightarrow$ " и 18 "Расход  $\leftarrow$ " подключены соответственно к входу высокого давления и выходу низкого давления блока 2 формирования пульсаций.

Блок 2 формирования пульсаций предназначен для формирования давления заданной формы и состоит из блока клапанов 19, блока 20 управления клапанами



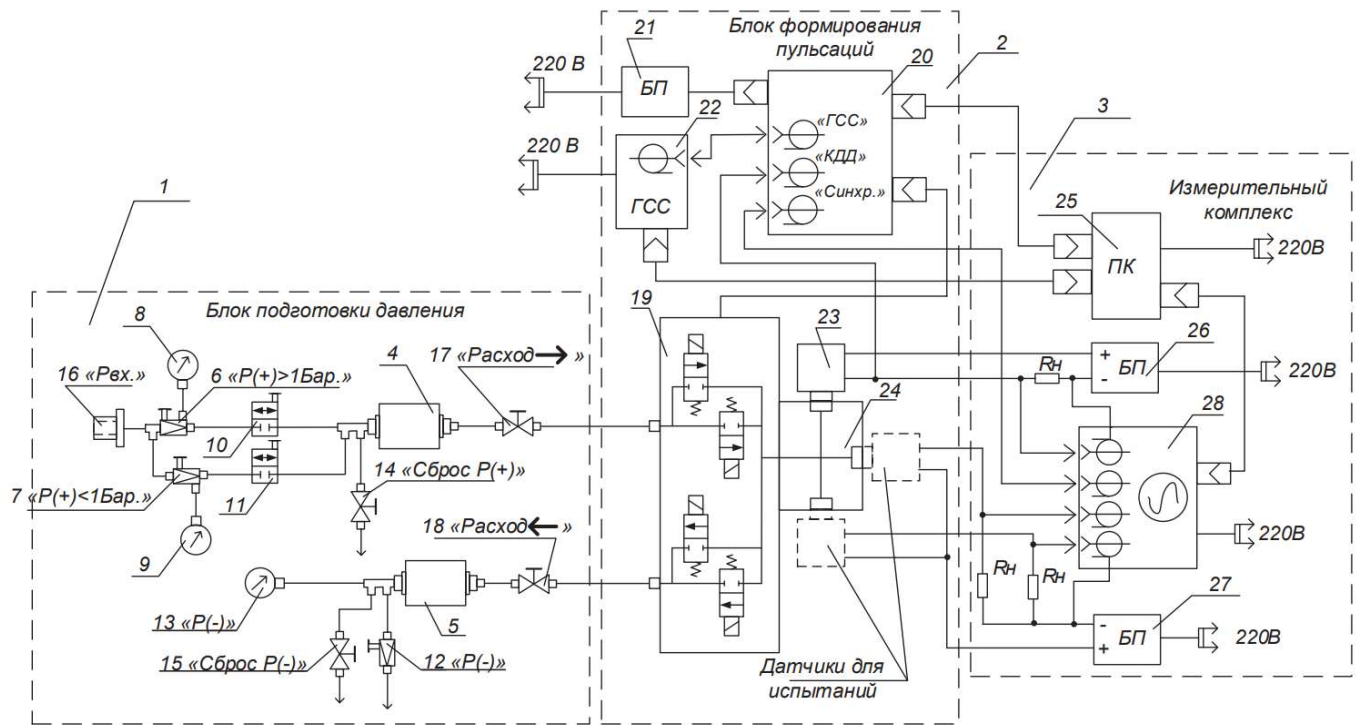


Рис. 54: Структурная схема стенда.

с блоком питания 21, генератора эталонных сигналов 22, контрольного датчика давления 23 и блока 24 установки датчиков давления

#### 8. Контроль тестовых воздействий и выходных сигналов.

Форма испытательного сигнала контролируется контрольным датчиком давления 23 в составе блока формирования пульсаций. Выходные сигналы контрольного датчика и исследуемых датчиков измеряются и регистрируются информационно-измерительным комплексом 3. Комплекс состоит из компьютера 25, блоков 26 и 27 питания датчиков давления и запоминающего цифрового осциллографа 28. Максимальный интервал дискретизации при регистрации сигналов - 1 мс.

В качестве контрольного датчика давления в стенде используются датчики давления "Keller" с токовым выходным сигналом 4-20 мА с полосой пропускания 5 кГц и максимальной допустимой погрешностью  $\pm 0,5\%$  ВПИ. Контрольный датчик давления питается от блока питания 26 DR-15-24 напряжением 24В, сопротивление нагрузки 150 Ом. Испытуемые датчики давления питаются от блока питания 27 АТН-1265, сопротивление нагрузки 200 Ом. Все датчики имеют пе-

редаточную функцию первого порядка относительно входного сигнала и второго порядка относительно выходного сигнала.

#### *9. Обеспечение температурного режима испытаний.*

Для обеспечения температурного режима испытаний исследуемые датчики устанавливаются на блок 24 установки датчиков и размещаются в климатической камере. Блок 19 установки 10 клапанов и контрольной датчик давления 23 располагаются вне камеры в непосредственной близости к ней, подключение блока установки датчиков к блоку клапанов и подключение контрольного датчика к блоку установки датчиков выполнено гибким шлангом PAN-8x1.25-it.

Конструкция блока установки датчиков обеспечивает синхронную передачу испытательного давления к контрольному и исследуемому датчикам давления. Однако, при подключении контрольного датчика давления к блоку установки датчиков через дополнительный шланг возможно появление дополнительного сдвига сигнала в канале контрольного датчика. В процессе отладки оборудования один из исследуемых датчиков был заменен на второй контрольный датчик и записаны выходные сигналы датчиков в режиме формирования перепада давления. Заметного отклонения в сигналах контрольных датчиков не обнаружено.

#### **Обработка экспериментальных данных методом с эффектом саморегуляризации.**

На этапе валидации модели в качестве базовой информационно-измерительной системы был взят контрольный датчик давления и определено значение параметра  $\tau$  для данной информационно-измерительной системы, допустимый уровень точности (максимальное отклонение выходного сигнала модели от выходного сигнала эталонной информационно-измерительной системы) был равен 2%.

На рис. 55 представлены результаты эксперимента по восстановлению входного сигнала для информационно-измерительной системы M150CG1339, максимальное отклонение восстановленного сигнала от входного не превышало 1.1%. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

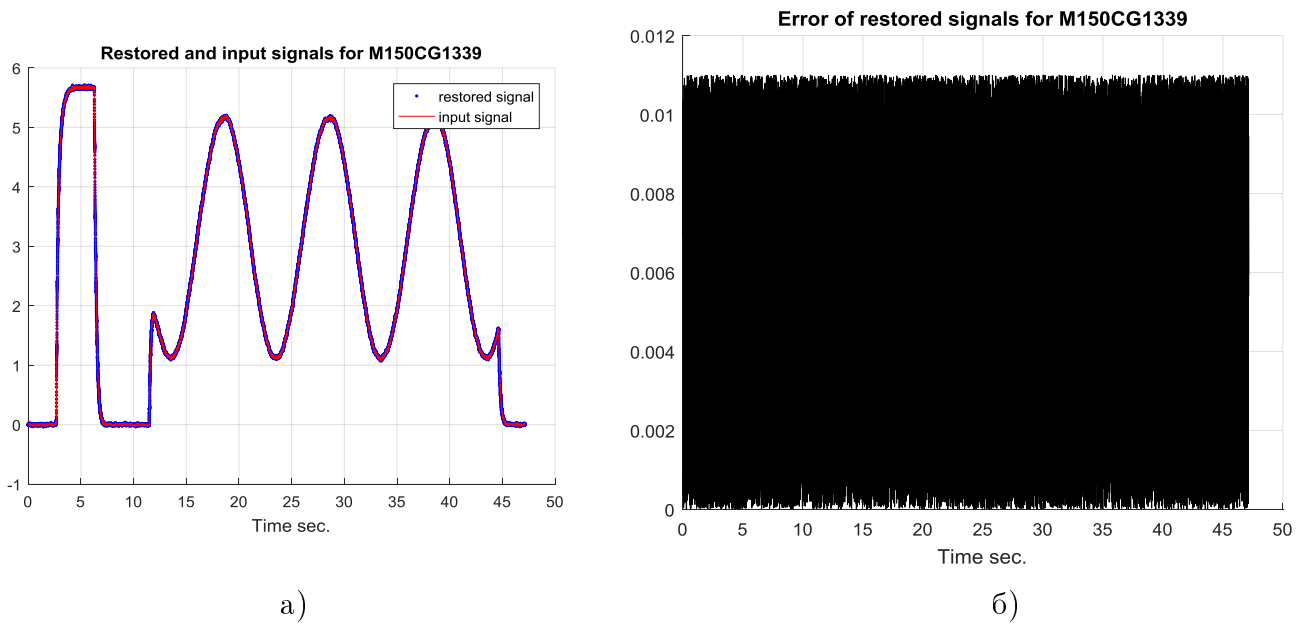


Рис. 55: Результаты эксперимента для для информационно-измерительной системы M150CG1339, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

На рис. 56 представлены результаты эксперимента по восстановлению входного сигнала для информационно-измерительной системы M150CG1340, максимальное отклонение восстановленного сигнала от входного не превышало 1%. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

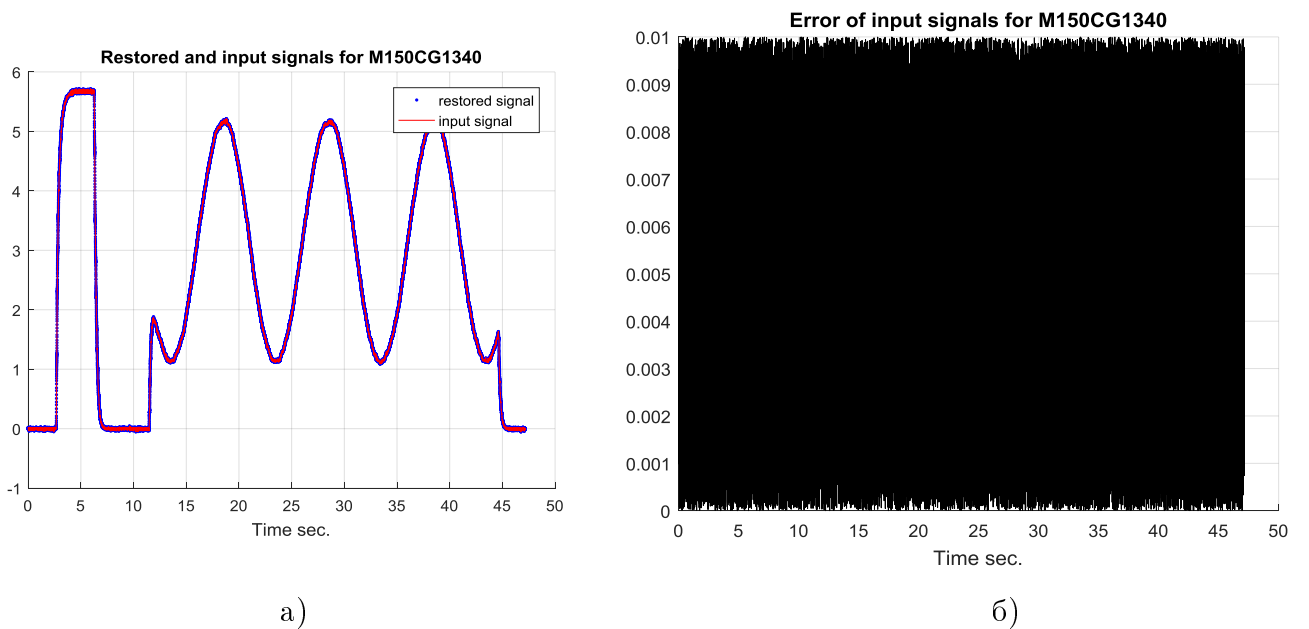


Рис. 56: Результаты эксперимента для для информационно-измерительной системы M150CG1340, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

На рис. 57 представлены результаты эксперимента по восстановлению входного сигнала для информационно-измерительной системы M150CG1341, максимальное отклонение восстановленного сигнала от входного не превышало 1.2%. Обозначение „restored signal“ соответствует входному сигналу, восстановленному методом со стабилизирующим функционалом, „input signal“ - тестовому входному сигналу.

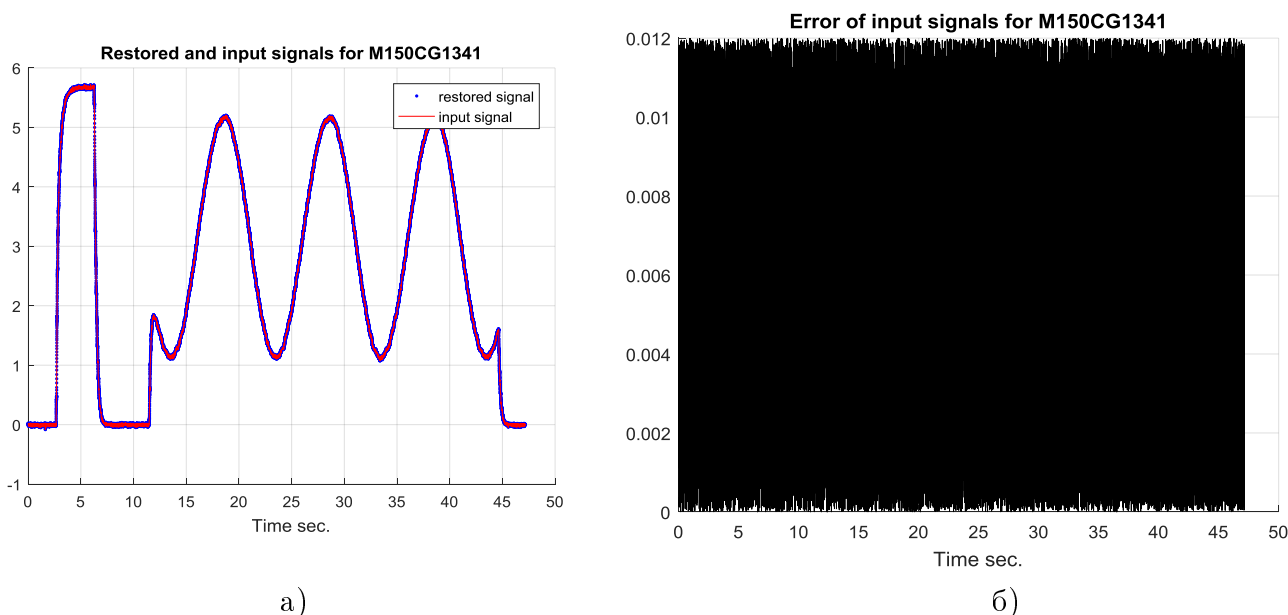


Рис. 57: Результаты эксперимента для для информационно-измерительной системы M150CG1341, (а) Графики входных сигналов. (б) График функции погрешности  $\Delta_U(t)$ .

Из результатов эксперимента следует, что предложенный подход к обработке результатов динамических измерений, на основе разработанной модели информационно-измерительной системы с эффектом саморегуляризации и метода обработки результатов измерений для систем произвольных порядков, позволяет сохранить погрешность на требуемом уровне.

#### 4.5 Основные результаты и выводы по четвертой главе

В главе рассмотрены задачи измерения, связанные с обработкой информации в информационно-измерительных системах произвольного порядка, когда требуется по выходному сигналу датчика восстановить входной сигнал.

В разделе предложен подход к построению математической модели информационно-измерительной системы произвольного порядка и метод восстановления входного сигнала, приводящий к конечно-разностным аналогам передаточной функ-

ции информационно-измерительной системы, характеризующих явную зависимость функции выходного сигнала от параметров системы и входного сигнала. Предложенная вычислительная схема метода включает использование эффекта саморегуляризации, что обеспечивает стабильность работы метода относительно погрешности исходных данных. Требуемый уровень точности метода восстановления входного сигнала подтверждается результатами вычислительных экспериментов и при обработке реальных экспериментальных данных.

Полученные результаты приводят к следующим выводам:

- Для задачи восстановления входного сигнала выявлена принципиальная возможность разработки подхода к построению математических моделей информационно-измерительной произвольного порядка системы, заключающегося в переходе от передаточной функции датчика к конечно-разностным уравнениям с эффектом саморегуляризации.

- Разработанные методы обработки результатов измерений показали стабильность работы относительно погрешности исходных данных и позволяют восстанавливать входной сигнал с достаточной точностью.

- При изменении порядка информационно-измерительной системы, сохраняется предельное значение погрешности восстановленного входного сигнала на уровне погрешности выходного сигнала датчика, получаемого предложенным методом.

- Результаты вычислительного эксперимента свидетельствуют о стабильности работы метода восстановления входного сигнала относительно уровня погрешности исходных данных.

- Оценки отклонений функции восстановленного сигнала от тестовых значений входного, полученные при обработке реальных экспериментальных данных, свидетельствуют о достаточной точности предложенного метода.

Предложенный подход к решению задачи восстановления входного сигнала позволяет повысить точность измерений на этапе компьютерного моделирования технологического процесса, что, в свою очередь приводит к снижению затрат.

**Научная новизна** результатов исследования, представленных в данном разделе, заключается в создании нового подхода к решению задач измерения, связан-

ных с восстановлением входного сигнала в динамических системах произвольного порядка, а также в разработке вычислительных алгоритмов, стабильных относительно погрешности исходных данных и позволяющих восстанавливать входной сигнал непосредственно из результатов измерений.

**Практическая значимость** полученных результатов состоит в разработке алгоритмов коррекции динамической погрешности при восстановлении входного сигнала, позволяющих повысить точность быстро протекающих процессов.

# Заключение

В диссертационной работе предложены модели информационно-измерительных систем и методы восстановления входного сигнала по зашумленному выходному, служащие основой для методов обработки результатов динамических измерений, позволяющие контролировать уровень динамической погрешности. При решении рассматриваемых задач обработки информации получены новые результаты, заключающиеся в следующем:

1. Разработаны модель информационно-измерительной системы без обратных связей и вычислительный алгоритм валидации модели без обратных связей для информационно-измерительной системы второго порядка относительно выходного сигнала.

2. Разработаны и верифицированы метод восстановления входного сигнала, обладающий эффектом саморегуляризации, и метод восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы второго порядка относительно выходного сигнала со стабилизирующим функционалом.

3. Разработана модель без обратных связей для восстановления входного сигнала в информационно-измерительных системах произвольного порядка.

4. Разработан и верифицирован метод восстановления входного сигнала для информационно-измерительной системы произвольного порядка относительно входного и выходного сигнала, обладающего эффектом саморегуляризации. Численное моделирование и экспериментальные исследования подтвердили эффективность разработанных динамических моделей и метода восстановления динамически искаженного сигнала.

Основные результаты, представленные в диссертации, являются новыми, имеют теоретическую и практическую значимость и служат основой для разработки и совершенствования методов обработки информации в системах автоматического управления технологическим процессом.

## Список литературы

- [1] Агамалов Ю.Р. О реализации принципа самопроверяемости в измерителях одной электрической величины // Метрология. 2011. №9. С.41-50
- [2] Агеев А.Л., Антонова Т.В. Регуляризирующие алгоритмы выделения разрывов в некорректных задачах / А.Л. Агеев, Т.В. Антонова // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т.48. №8. С. 1284-1292.
- [3] Апарцин А.С. Неклассические уравнения вольтерра I рода: Теория и численные методы / Новосибирск: 1999. 192 с.
- [4] Апарцин А.С., Бакушинский А.Б. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтерра I рода методом квадратурных сумм // Дифференц. и интегр. ур-ния, Иркутск: Иркут. гос. ун-т. 1972. Вып. 1. С. 248-258.
- [5] Бакушинский А.Б. Об одном численном методе решения интегральных уравнений Фредгольма I рода Журнал вычислительной математики и математической физики, 1965 Т.5, №4, С.226-233.
- [6] Бакушинский А.Б., Гончарский А.В., Некорректные задачи. Численные методы и приложения. М.: МГУ, 1989, 199с.
- [7] Березнюк Ю. Что известно о разливе нефти под Новороссийском /ТАСС: [сайт]. 2024. URL: <https://tass.ru/proisshestviya/12105989> (дата обращения: 31.10.2024).
- [8] Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972, 780с.
- [9] Бизяев М.Н. Динамические модели и алгоритмы восстановления динамически искаженных сигналов измерительных систем в скользящем режиме: дис. канд. тех. наук / Челябинск, 2004. 179 с.
- [10] Вайникко Г. М., Хямарик У. А., Проекционные методы и саморегуляризация в некорректных задачах // Изв. вузов. Матем. 1985. № 10. 3–17; Soviet Math. (Iz. VUZ) 1985. 29:10. 1–20.



- [11] Василенко Г.И. Теория восстановления сигналов. О редукции к идеальному прибору в физике и технике. М.: Сов. радио, 1979. 269 с.
- [12] Васин В.В., Агеев А.Л. Некорректные задачи с априорной информацией.// УрО РАН, Ин-т математики и механики. Екатеринбург: Наука. 1993. 261 с.
- [13] Вашны Е.Г. Динамика измерительных цепей. М.: Энергия, 1969. 287 с.
- [14] Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наукова думка, 1978. 291 с.
- [15] Волосников А.С. Нейросетевые модели и алгоритмы восстановления сигналов динамических измерительных систем: дис. канд. тех. наук / Челябинск, 2006. 137 с.
- [16] Грановский В.А., Этингер Ю.С. Методика определения динамических свойств средств измерений// Метрология. 1974. №10. С.9-12.
- [17] Грановский В.А. Динамические измерения. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 224 с.
- [18] Гулинский О.В. О численном решении некоторых некорректных задач теории управления// Автоматика и телемеханика. 1976. №8. С.66-80.
- [19] Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. М.:Из-во МГУ. 1994. 208 с.
- [20] Дилигенская А.Н. Метод минимаксной оптимизации в двумерной граничной обратной задаче теплопроводности// Теплофизика высоких температур. 2019.Т. 57.№ 2. С. 226-233.
- [21] Дилигенская А.Н.Решение граничных обратных задач теплопроводности на основе методов оптимизации // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион.Технические науки.2016.№ 3(191). С. 46-50.
- [22] Зорич В. А. Математический анализ. Часть I. 6-е изд, дополн.// М.:МЦНМО, 2012. 702 с.
- [23] Иванов В.К. О равномерной регуляризации неустойчивых задач/ В.К. Иванов//Сибирский математический журнал, 1966, Т.7, № 3, с. 546–558.

- [24] Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения/М.: Наука. 1978. 208 с.
- [25] Ильин А.И., Кабанихин С.И., Криворотько О.И. Об определении параметров моделей, описываемых системами нелинейных дифференциальных уравнений // Сибирские электронные математические известия. 2014. Т. 11. С. 1.
- [26] Иосифов Д.Ю. Динамические модели и алгоритмы восстановления сигналов измерительных систем с наблюдаемым вектором координат состояния: дис. канд. тех. наук / Челябинск, 2007. 162 с.
- [27] Калиткин Н.Н. Численные методы// М.: Наука, 1995. 512 с.
- [28] Королев Ю.М., Ягола А.Г. Оценка погрешностей линейных обратных задачах при наличии априорной информации // Выч. методы и программирование: новые выч. технологии. 2012. Т.13. №1(25) С. 14-18
- [29] Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики / Новосибирск: СО АН СССР. 1962. 92 с. Лаврентьев М.М. Условно-корректные задачи для дифференциальных уравнений /Новосибирск: НГУ, 1973. 71 с.
- [30] Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа/ М.:Наука. 1980. 287 с.
- [31] Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. Теория операторов и некорректные задачи /Новосибирск: Ин-т математики СО РАН, 1999, 702 с.
- [32] Лапина Е.А. Алгоритмы обработки информации при выборе и обосновании функции преобразования измерительных преобразователей давления для АСУ ТП: дис.канд. тех. наук / Челябинск, 2011. 122 с.
- [33] Леонов А.С. О квазиоптимальном выборе параметра регуляризации в методе Лаврентьева // Сибирский математический журнал. 1993. Т. 34, № 4. С.695-703.

- [34] Леонов В.В. Об определении погрешностей коэффициентов передаточной функции линейной системы // Радиотехника. т.30. 1975. №4. С.90-92.
- [35] Леонов В.В. Метод понижения порядков номиналов передаточных функций // Измерительная техника. 1980. №10. С.16-18.
- [36] Медведевских С.В. Алгоритмы обработки информации и принятия решений при функционировании термогравиметрических средств влагометрии: дис. канд. тех. наук / Челябинск, 2006. 159 с.
- [37] Менихес Л.Д. О регуляризуемости некоторых классов отображений, обратных к интегральным операторам // Математические заметки, 1999. Т. 65. №2, С. 222–229.
- [38] Морозов В.А. Регулярные методы решения некорректно поставленных задач / М.: Наука, 1987. 360 с.
- [39] Новая беспроводная систем измерения уровня и учета жидких веществ в резервуарах / КИПиА ИНФО: [сайт]. 2024. URL: <https://kipia.info/news/novaya-besprovodnaya-sistem-izmereni-urovnya-jidkih-sred/> (дата обращения: 31.10.2024).
- [40] Попов А.Е. Алгоритмы обработки информации при определении коэффициентов полиномиальных моделей измерительных преобразователей давления для АСУ ТП // диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Южно-Уральский государственный университет. Челябинск, 2011. 167 с.
- [41] Прокудина Л.А., Япарова Н.М., Вихирев М.П. Численное моделирование колебаний элементов трубы с потоком несжимаемой жидкости // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2018. Т. 7. № 3. С. 55-64.
- [42] Рапопорт Э.Я., Дилигенская А.Н. Модальная идентификация граничного воздействия в двумерной обратной задаче теплопроводности // Вестник Са-

марского гос. технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2018. Т. 22. № 2. С. 380-394.

- [43] Саинский И.В. Исследование ограниченных решений линейных уравнений типа Соболева: дис. канд. тех. наук / Челябинск, 1999. 164 с.
- [44] Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем // М.: Наука, 1971. 553 с.
- [45] Серегина Н.И., Солопченко Г.Н. Простой регуляризирующий метод компенсации влияния аппаратной функции на результат измерения // Техническая кибернетика. 1984. №2. С.166-172.
- [46] Солдаткина Е.В. Алгоритмы адаптации параметров измерительной системы к минимуму оценки динамической погрешности: дис. канд. тех. наук / Челябинск, 2000. 161 с.
- [47] Солопченко Г.Н. Определение параметров дробно-рациональной передаточной функции средств измерений по экспериментальным данным // Метрология. 1978. №5. С.20-24.
- [48] Солопченко Г.Н., Челпанов И. Б. Компенсация динамических погрешностей при неполных сведениях о свойствах приборов и измеряемых сигналов // Метрология. 1979. №6. С.3-13.
- [49] Солопченко Г.Н. Обратные задачи в измерительных процедурах // Измерения, контроль, автоматизация. 1983. №2. С.32-46.
- [50] Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальном по порядку методе решения условно-корректных задач // Сиб. журнал вычислительной математики, 2006. Т. 9, № 4. С. 353-368.
- [51] Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальности конечномерных аппроксимаций регуляризованных решений // Известия Челябинского научного центра УрО РАН. 2003. № 1. С. 1-4.

- [52] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач// М.:Наука. 1979. 288 с.
- [53] Тихонов А.Н. О регуляризации некорректно поставленных задач //Докл. АН СССР, 1963, Т. 153, № 1, С. 49–52.
- [54] Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации// Докл. АН СССР, 1963, т.151, №3, с.501-504.
- [55] Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач, М.: Наука, 1990 , 232 с.
- [56] Тихонов А. Н., Дмитриев В. И. Метод расчета распределения тока в системе линейных вибраторов и диаграммы направленности этой системы.— В сб.: Вычисл. методы и программиров. М., 1968, вып.10, с. 3—8.
- [57] Шестаков А.Л. Измерительный преобразователь динамических параметров [Текст]: а. с. № 1571514: МПК G01P15/08 / заявитель Челяб. политех. ин-т им. Ленинского комсомола. № 4386153/24-10; заяв 01.03.1988; опубл. 15.06.90. Бюл. № 22. 3 с.
- [58] Шестаков А.Л., Свиридчук Г.А. Оптимальное измерение динамически искаженных сигналов // Вестн. Юж.-Урал. гос. ун-та. Серия «Математическое моделирование и программирование» - 2011. - № 17 (234), вып. 8. С. 70-75.
- [59] Япаров Д.Д., Шестаков А.Л. Численный метод обработки результатов динамических измерений // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2021. Т. 21. № 4. С. 115-125.
- [60] Япаров Д.Д., Шестаков А.Л. Метод восстановления входного сигнала в динамических системах на основе дискретной модели с исключением корректирующих обратных связей // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2022. Т. 22. № 4. С. 56-66.

- [61] Япаров Д.Д., Шестаков А.Л. Саморегуляризирующий метод динамических измерений // Автоматика и телемеханика. 2024. № 4. С. 112-124.
- [62] Япаров Д.Д. Оценка метода восстановления входного сигнала по зашумленным данным // Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере. 2022. № 4 (46). С. 32-38.
- [63] Япаров Д.Д. Программа для обработки и восстановления выходного сигнала колебательного звена в условиях шума. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020613226, 12.03.2020. Заявка № 2019667196 от 24.12.2019.
- [64] Япаров Д.Д. Программа прогнозирования выходного сигнала измерительной системы высокого порядка по зашумленным исходным данным. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2021617998, 21.05.2021. Заявка № 2021617266 от 14.05.2021.
- [65] Япаров Д.Д. Программа прогнозирования разности выходного сигнала измерительной системы разных порядков по зашумленным исходным данным. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2021665904, 05.10.2021. Заявка № 2021665273 от 05.10.2021.
- [66] Япаров Д.Д. Сравнительный анализ моделей измерительных систем // В сборнике: Цифровая Индустрия: Состояние и Перспективы Развития 2023 (ЦИСП'2023). Сборник научных статей. Челябинск, 2024. С. 556-561.
- [67] Япаров Д.Д. Численный метод решения дифференциальных уравнений в динамических системах // В книге: Актуальные проблемы прикладной математики и механики. Тезисы докладов XI Всероссийской конференции с элементами школы молодых ученых, посвященной памяти академика А.Ф. Сидорова. Екатеринбург, 2022. С. 92.
- [68] Baker C. T. H. The numerical treatment of integral equations. Oxford, 1977. 1034 p

- [69] Diligenskaya A. N. Solution of the retrospective inverse heat conduction problem with parametric optimization // High Temperature. — 2018. Vol. 56, Issue 3. pp. 382—388.
- [70] Diligenskaya A. N., Rapoport E. Y. Method of minimax optimization in the coefficient inverse heat-conduction problem // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2016. Vol. 89, Issue 4. pp. 1008—1013.
- [71] Chu-Li Fu, Yuan-Xiang Zhang, Hao Cheng, Yun-Jie Ma: The a posteriori Fourier method for solving ill-posed problems. Inverse Problems. 2012. Vol. 28. pp. 168-194.
- [72] Dyer S. Inverse Laplace Transformation of Rational Functions. Part 1// IEEE. Instrumentation and Measurement Magazine. 2006. Vol. 5, no. 4, pp 13-15.
- [73] Eichstadt S. Analysis of dynamic measurements//Berlin: Technische Universitet Berlin. 2012. 99 c.
- [74] Eichstadt S., Gruber M., Vedurmudi A.P., Seeger B., Bruns T., Kok G. Toward smart traceability for digital sensors and the industrial internet of things Sensors 21. 2019.
- [75] Eichstadt S., Vedurmudi A., Gruber M., Hutzschenreuter D. Fundamental aspects in data analysis for sensor network metrology. pp. 1-4. DOI <http://dx.doi.org/10.21014/tc6-2022.030>.
- [76] Engelberg S. Control theory. Prt 1// IEEE. Instrumentation and Measurement Magazine. 2008. Vol. 11, no. 3, pp 34-40.
- [77] Forbes A. Efficient Algorithms for Structured Self-Calibration Problems. Algorithms For Approximation IV. Defense Technical Information Center, 2001. pp. 146-153.
- [78] Jonas P., Louis A.K.: Approximate inverse for a one-dimensional inverse heat conduction problem. Inverse Problems, 2000, Vol. 16, pp. 175-185.
- [79] Layer E., Gawedzki W. Theoretical principles for dynamic errors measurement// Measurement. 1990. Vol. 8, no. 1, pp 45-48.

- [80] Ruhm K. Measurement plus observation - A new structure in metrology, // Measurement, 2017, ISBN 0263-2241 DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2017.03.040>.
- [81] Ruhm K. Process and System - A Dual Definition, Revisited with Consequences in Metrology. Journal of Physics: Conference Series. 238. 012037. DOI <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/238/1/012037>.
- [82] Shestakov A.L. Dynamic error correction method, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 1996. Vol. 45, No. 1. pp. 250-255.
- [83] G. Uhlmann, Calderon's Problem and Electrical Impedance Tomography. Inverse Problems. 2009. Vol.25, 123011
- [84] Uhlmann G., Zhou T. Inverse Electromagnetic Problems. Encyclopedia of Applied and Computational Mathematics. Springer. 2015 pp. 716-725.
- [85] Vasil'ev V.I., Popov V.V., Kardashevsky A.M. Conjugate gradient method for identification of a spacewise heat source. Lecture Notes in Computer Science. 2018. Vol. 10665 LNCS. pp. 600-607.
- [86] Weber C.F. Analysis and Solution of the Ill-Posed Inverse Heat Conduction Problem, International journal heat mass transfer 1981. Vol.24 Issue 11, pp. 1783-1792.
- [87] Yaparov D., Shestakov A. Numerical method processing data related with dynamic measurements // Proceedings - 2020 Global Smart Industry Conference, GloSIC 2020. 2020. C. 187-191.
- [88] Yaparov, D. Computational method for solving differential equations in dynamic systems // AIP Conference Proceedings AIP Conference Proceedings. 2022, Vol. 2522, 100015
- [89] Zenkour A.M., Vibration of FG nanobeams induced by sinusoidal pulse-heating via a nonlocal thermoelastic model/ A.M. Zenkour, A.E. Abouelregal // ACTA Mechanica.-2014.-Vol. 225, N 12.-P. 3409-3421.



- [90] Zhi Qian, Xiaoli Feng: Numerical solution of a 2D inverse heat conduction problem. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2013, Vol. 21. Issue 3, pp. 467-484.



**Челябинский  
Компрессорный  
Завод**

ООО «Челябинский компрессорный завод»

456671, Челябинская область, Красноармейский район, 14 км.

Автодороги Челябинск-Новосибирск, 454071, г. Челябинск, а/я 6340

Тел./факс: +7 (351) 216-50-50, e-mail: [chkz@chkz.ru](mailto:chkz@chkz.ru), [www.chkz.ru](http://www.chkz.ru)


ОГРН 1147452004809, ИНН 7452118226 КПП 743001001

УТВЕРЖДАЮ

Директор по производству

ООО «Челябинский

компрессорный завод»

  
\_\_\_\_\_ Р.Т. Даутов

«17» января 2024г.

## АКТ

внедрение результатов диссертационной работы  
на соискание ученой степени кандидата технических наук  
Япарова Дмитрия Даниловича

Результаты диссертационного исследования Япарова Дмитрия Даниловича по системному анализу, управлению, разработке методов, алгоритмов и программных комплексов по обработке информации, предназначенных для анализа и прогнозирования текущего состояния оборудования, являются актуальными для обеспечения эксплуатационной безопасности компрессорных станций и установок.

Эксплуатационная безопасность компрессорного оборудования обеспечивается с помощью блоков жизнеобеспечения, включающих системы контроля давления. При выборе и корректировке рабочих режимов компрессорного оборудования используются показания датчиков давления, поэтому повышение точности результатов обработки показаний датчиков, полученных системами контроля и управления компрессорным оборудованием, позволяет повысить точность информации о параметрах состояния работающих станций и установок.

Разработанные Япарова Д.Д. модели, алгоритмы и комплексы программ используются при разработке рекомендаций по выбору и регулированию настраиваемых параметров эксплуатационных режимов, реализуемых в системах контроля и управления компрессорным оборудованием.

Руководитель департамента  
технической поддержки



П.А. Савельев

[www.chkz.ru](http://www.chkz.ru)

Улан-Удэнский локомотивовогоремонтный завод –  
филиал акционерного общества «Желдорреммаш»

Лимонова ул., д.2Б, г. Улан-Удэ, Республика Бурятия, 670002

+7 (3012) 44 43 40  
zdm.locotech.ru  
lvrz@lvrz.ru  
ОГРН 5087746570830  
ИНН 7715729877, КПП 032643001



### АКТ

внедрение результатов диссертационной работы  
на соискание ученой степени кандидата технических наук  
Япарова Дмитрия Даниловича

Результаты диссертационного исследования Япарова Дмитрия Даниловича по системному анализу, управлению, разработке методов, алгоритмов и программных комплексов по обработке информации, предназначенных для анализа результатов динамических измерений и прогнозирования теплового состояния, являются актуальными для обеспечения эффективности температурных режимов при комплексной термообработке изделий из металла в электрических печах и установках тока высокой частоты (установок ТВЧ).

Эффективность работы электропечей и установок ТВЧ зависит от выбранных условий и режимов управления, поэтому восстановление входных технических показателей (сигналов), для регулирования режима работы оборудования и повышение точности результатов обработки и измерений, играет важную роль при формировании качественных характеристик изделия.

Разработанные Япаровым Д.Д. модели, алгоритмы и комплексы программ дополняют информационно-аналитическое обеспечение, используемое для формирования технологических рекомендаций по выбору управляющего режима термической обработки заготовок в печах и установках ТВЧ.

Руководитель направления  
конструкторско-технологического отдела  
Улан-Удэнского ЛВРЗ-филиал  
АО «Желдорреммаш»



А.Ю. Патутин

Рис. 59: Акт внедрения.





## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2020613226**

**Программа для обработки и восстановления выходного сигнала колебательного звена в условиях шума**

Правообладатель: *федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)» (RU)*

Автор: *Япаров Дмитрий Данилович (RU)*

Заявка № **2019667196**

Дата поступления **24 декабря 2019 г.**

Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ **12 марта 2020 г.**

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*Г.П. Измаилов*



Рис. 60: Свидетельство о государственной регистрации [63].





# СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021617998

**Программа прогнозирования выходного сигнала  
измерительной системы высокого порядка по  
зашумленным исходным данным**

Правообладатель: *Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)» (RU)*

Автор(ы): *Япаров Дмитрий Данилович (RU)*

Заявка № 2021617266

Дата поступления 14 мая 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 21 мая 2021 г.



*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*Г.П. Извиев*

Рис. 61: Свидетельство о государственной регистрации [64].



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2021665904**

**Программа прогнозирования разности выходного сигнала измерительной системы разных порядков по зашумленным исходным данным**

Правообладатель: *Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (RU)*

Автор(ы): *Япаров Дмитрий Данилович (RU)*

Заявка № **2021665273**

Дата поступления **05 октября 2021 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **05 октября 2021 г.**



*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*Г.П. Валиев*

Рис. 62: Свидетельство о государственной регистрации [65].