

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ижевский государственный технический университет  
имени М.Т. Калашникова»

На правах рукописи



СУНЦОВ АЛЕКСАНДР СЕРГЕЕВИЧ

**СНИЖЕНИЕ НЕРАВНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ В  
ЗАЦЕПЛЕНИЯХ КОЛЕС ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЗА СЧЕТ  
СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОНСТРУКЦИИ**

Специальность 05.02.02 – «Машиноведение, системы приводов и детали машин»

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель –  
доктор технических наук,  
профессор Ф.И. Плеханов

Ижевск – 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
1.ЗУБЧАТЫЕ ПЛАНЕТАРНЫЕ ПЕРЕДАЧИ, ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ.....	10
1.1.Наиболее распространенные конструкции планетарных передач, их кинематические и энергетические возможности.....	10
1.2. Расчет планетарных механизмов на прочность.....	20
1.3. Методы определения жесткости звеньев зубчатой передачи и показателей ее прочности .....	23
1.4.Цель и задачи исследования .....	29
2.ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ МНОГОСАТЕЛЛИТНОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ И НАПРЯЖЕНИЙ ПО ДЛИНЕ ЗУБЬЕВ КОЛЕС.. .....	31
2.1.Математическая модель напряженно-деформированного состояния зубьев колес при наличии угла их начального неприлегания. ....	31
2.2.Распределение нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес с учетом их начального неприлегания и деформативности основных звеньев передачи .....	40
2.3. Распределение нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес двухсателлитной передачи со сборным П-образным водилом .....	55
2.4.Неравномерность распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев самоустанавливающихся сателлитов .....	59
3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ ПО ПОТОКАМ МОЩНОСТИ МНОГОСАТЕЛЛИТНОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ.....	63
3.1.Влияние деформативности элементов на распределение нагрузки по потокам мощности передачи с двухопорными осями сателлитов и самоустанавливающимися звеньями.....	63
3.2. Распределение нагрузки по сателлитам на консольных осях.....	72
3.3. Распределение нагрузки по сателлитам планетарной передачи со сборным П – образным водилом .....	75

3.4. Распределение нагрузки по сателлитам передачи с податливым водилом и самоустанавливающимися звеньями.....	78
4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ ПО РЯДАМ САТЕЛЛИТОВ.....	85
4.1. Влияние деформативности элементов передачи с податливыми щеками водила на распределение нагрузки по венцам двухрядного сателлита.....	85
4.2. Распределение нагрузки по венцам двухрядного сателлита с консольными осями .....	94
4.3. Распределение нагрузки по рядам сателлитов многорядной передачи .....	100
4.4. Показатель прочности многорядного неэвольвентного внутреннего зацепления колес планетарной передачи.....	108
5. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ И ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ.....	114
5.1. Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния сопряжения ось сателлита - щека водила .....	114
5.2. Экспериментальное исследование податливости оси сателлита и щеки водила.....	116
5.3. Экспериментальное исследование распределения нагрузки в зацеплениях колес многопоточной планетарной передачи .....	122
Заключение .....	130
Литература .....	132
Приложение. Акт об использовании результатов диссертационной работы ....	146

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность работы.** Зубчатые планетарные передачи нашли весьма широкое распространение в технике благодаря целому ряду замечательных качеств: высокой нагрузочной способности, широкому спектру передаточных отношений, хорошим массогабаритным характеристикам, высокому коэффициенту полезного действия, соосности. За время, прошедшее с даты изобретения первой планетарной передачи (передачи Давида), эти механизмы претерпели существенные изменения, позволившие улучшить их технико-экономические показатели. Особенно эффективно использование планетарных передач в авиационной технике, транспортных машинах, робототехнике – там, где массогабаритные показатели и коэффициент полезного действия являются преобладающими при выборе типа передачи.

Среди множества различных конструкций зубчатых планетарных передач наибольшее распространение получили многосателлитные передачи Джеймса (передачи типа  $2k-h$  с внешним и внутренним зацеплениями колес по классификации профессора Кудрявцева В.Н.), содержащие солнечную шестерню, сателлиты, центральное колесо с внутренними зубьями и водило. Указанные механизмы обладают высоким коэффициентом полезного действия, хорошими виброакустическими характеристиками, малыми габаритами. Многоступенчатое их исполнение позволяет реализовать большое передаточное отношение.

Важнейшими задачами, стоящими перед разработчиками планетарных передач, являются повышение нагрузочной способности и улучшение массогабаритных показателей этих механизмов. Выполнение их с «плавающими» и самоустанавливающимися звеньями не всегда позволяет полностью избавиться от избыточных связей (в особенности это относится к многопоточным передачам и передачам с ограниченным радиальным размером), что отрицательно сказывается на распределении нагрузки как по длине зубьев, так и по потокам мощности, а следовательно, и на нагрузочной способности привода. В то же время деформативность деталей передачи оказывает положительное влияние на

указанные показатели ее работы, так как позволяет частично компенсировать неизбежные погрешности изготовления механизма.

В связи с этим актуальной является задача исследования влияния погрешностей изготовления и параметров планетарного механизма на напряженно-деформированное состояние его элементов и на распределение нагрузки и напряжений в зацеплениях колес, а также выработки рекомендаций по рациональному проектированию привода.

**Современное состояние исследований.** Выполненные рядом отечественных и зарубежных авторов (Айрапетова Э.Л. [1;2;3;4], Арнаудова К.Б. [6], Бакингема Э. [7], Бостана И.А. [10;11], Вулгакова Э.Б. [18;19;20;21;22], Виллиса Р. [139], Волкова Г.Ю. [12;13;14;15], Волкова Д.П. [16;17], Державца Ю.А. [34;35;36], Заблонского К.И. [39;40;41;42], Кахрамана А.[125;127;136], Крайнева А.Ф. [47;48], Кудрявцева В.Н. [50;51;52;53;54], Лопатина Б.А. [57;58], Паркера Г. [130;131], Плеханова Ф.И. [74;75;85;86;90;91], Решетова Л.Н.[ 97;98], Руденко В.Н. [99], Руденко Н.Ф. [100], Сингха А.[127;128], Скворцовой Н.А. [102;103], Сунаги Т. [108;109], Сызранцева В.Н. [ 110;111;112;113], Тимофеева Г.А. [114], Ястребова В.М. [ 121;122;123] и многих других) исследования планетарных передач разного типа, направленные на повышение их нагрузочной способности и улучшение массогабаритных показателей, являются основой для дальнейшего продвижения науки о приводной технике. На базе указанных работ созданы и исследованы новые конструкции [65;66;67;68;69;70], в том числе безводильные передачи (Волков Г.Ю. [12;13;14;15]) и передачи с роликовым механизмом снятия движения с сателлитов (Плеханов Ф.И. [76;79;80;81;84]). Теоретические и экспериментальные методы определения жесткости элементов планетарных передач, их влияния на распределение нагрузки и напряжений в зацеплениях колес, а также на динамику механизмов, освещены в работах ученых Нахатакяна Ф.Г.[ 63;64], Лина И.[129], Сингха А.[128], Агеми Ф. [132;133] и других. Однако при определении таких важных показателей прочности, как коэффициенты неравномерности распределения нагрузки и напряжений в зацеплениях колес, не достаточно полно

и точно учтены составляющие деформаций звеньев планетарных механизмов и их конструктивные особенности. Не исследовано распределение нагрузки и напряжений в зацеплениях колес многосателлитных планетарных передач с податливым и сборным водилами, а также по рядам многорядных передач с ограниченным радиальным размером (указанные конструкции защищены патентами на изобретения).

**Целью диссертационной работы** является повышение нагрузочной способности многосателлитной (многопоточной) планетарной передачи.

**Задачи исследования:**

- создание математических моделей зубчатых зацеплений для аналитического определения законов распределения нагрузки и напряжений изгиба по потокам мощности и по длине зубьев колес при наличии погрешностей их изготовления и с учетом деформации всех основных элементов передачи;
- исследование влияния податливости сборного водила на распределение нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес;
- определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам многопоточной планетарной передачи с учетом деформативности основных ее элементов;
- исследование распределения нагрузки по венцам двухрядного сателлита с консольными осями;
- исследование распределения нагрузки по потокам мощности и венцам сателлита передачи с податливым водилом;
- установление влияния параметров водила многорядной передачи на распределение нагрузки по рядам сателлитов;
- вывод зависимости для определения напряжений изгиба незвольвентного зуба колеса планетарной передачи;
- компьютерное моделирование и экспериментальное исследование сопряжения оси сателлита со щеками водила;
- экспериментальное исследование распределения нагрузки в зацеплениях колес планетарной передачи.

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

- предложены уточненные математические модели нагруженно-деформированного состояния зубчатого зацепления и оси сателлита, позволяющие получить зависимости для аналитического определения законов распределения нагрузки в зацеплениях колес передачи;
- разработаны методы определения коэффициентов неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности и венцам сателлита ранее не исследуемой передачи с податливым водилом, выявлена степень влияния деформативности щек податливого водила, оси сателлита и других элементов планетарного механизма на указанные коэффициенты неравномерности распределения нагрузки, а следовательно, и на нагрузочную способность многопоточной планетарной передачи.
- получены зависимости для установления рациональных параметров нетрадиционного водила новой конструкции многорядной планетарной передачи, позволяющие снизить неравномерность распределения нагрузки по рядам колес, вызванную деформацией кручения солнечной шестерни.

**Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.**

Получены зависимости для определения податливости элементов планетарного механизма и ее влияния на распределение нагрузки и напряжений в зацеплениях колес, а следовательно, на нагрузочную способность привода. Полученные уравнения приемлемы для исследования напряженно-деформированного состояния таких изделий машиностроения, как кулачковые муфты, поршневые пальцы, соединительные элементы. Практическая значимость состоит в разработке методики определения коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба зубьев колес в зависимости от конструкции и параметров планетарной передачи, а также в предложенных рациональных конструкциях передач. Результаты работы реализованы на Ижевском предприятии «Редуктор» в запорной трубопроводной арматуре, что позволило снизить осевой размер механического привода примерно на 15%.

**Методология и методы исследования.** Теоретические исследования базируются на теории машин и механизмов, в частности, теории зубчатых зацеплений, положениях строительной механики и теории упругодеформированного состояния тел. Используются аналитические методы решения алгебраических, интегральных и дифференциальных уравнений, численный метод конечно-элементного анализа. Экспериментальные исследования осуществлялись на специальном стенде для испытания соосных зубчатых передач с использованием современного оборудования (тензодатчики вращающего момента, анализатор спектра, вибродатчик, компьютер).

**Положения, выносимые на защиту.** На защиту выносятся следующие положения диссертационной работы:

- уточненные уравнения связи напряжений изгиба зубьев, погонной нагрузки и деформаций элементов планетарной передачи;
- результаты исследования неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес передачи с цельным водилом;
- выражения для определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев передачи со сборным П - образным водилом;
- уравнения по определению податливости двухопорной оси многопоточной планетарной передачи и результаты исследования ее влияния на распределение нагрузки по сателлитам;
- зависимости для определения коэффициентов неравномерности распределения нагрузки по сателлитам и отдельным его венцам передачи с податливыми щеками водила;
- уравнения для определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов многорядной планетарной передачи;
- результаты исследования распределения нагрузки по рядам сателлитов двухрядной планетарной передачи с консольными осями сателлитов;
- результаты компьютерного моделирования элементов передачи и их сопряжений;

- результаты экспериментального определения податливости элементов передачи и коэффициента неравномерности распределения нагрузки по ее сателлитам.

**Степень достоверности и апробация результатов работы.** Достоверность исследований подтверждается корректным использованием базовых теоретических положений, проверкой основных результатов экспериментами, компьютерным моделированием и частными решениями поставленных задач методом конечно – элементного анализа. Основные положения диссертации обсуждались на следующих научно-технических конференциях и семинарах: научная конференция «Научно-технические и социально-экономические проблемы регионального развития», Глазов, 2015, 2016; научная конференция «Научно-технические и социально-экономические проблемы регионального развития», г. Сарапул, 2015; вторая ежегодная международная научно-практическая конференция «Фотинские чтения», г. Ижевск, 2015; научная конференция «Неделя горняка», секция «Горные машины и оборудование», г. Москва, 2016; объединенное заседание кафедр «Промышленное и гражданское строительство», «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» и «Техническая механика» ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова», Ижевск, 2016, семинар ОАО «Механик», Ижевск, 2017.

## 1.ЗУБЧАТЫЕ ПЛАНЕТАРНЫЕ ПЕРЕДАЧИ, ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ

### 1.1.Наиболее распространенные конструкции планетарных передач, их кинематические и энергетические возможности

Планетарные передачи обладают высокой нагрузочной способностью и хорошими массогабаритными показателями, по сравнению с обычными (рядными) передачами, что обусловило широкое их распространение [5;43;44;49;55;59;60]. Первая планетарная передача (передача Давида) состояла из двух центральных колес с внешними зубьями, сателлита и ведущего эксцентрикового водила. Обладая большим передаточным отношением в одной ступени, она имела низкую нагрузочную способность и большие потери мощности на трение, поэтому не нашла широкого практического применения. Ее коэффициент полезного действия не превышает 50%, а передаточное отношение может достигать 200. Разновидность этой передачи (передача  $2k-h$  с двумя внутренними зацеплениями колес) (рисунок 1.1) более компактна при том же передаточном отношении и имеет меньшие потери мощности на трение (ее коэффициент полезного действия равен 70%-80%) [50;53]. По потерям мощности на трение и передаточному отношению эти передачи близки к волновой передаче [95].

Передаточное отношение эксцентриковых передач типа  $2k-h$  с внутренними зацеплениями колес в общем случае [50]

$$i_{h-e}^b = \frac{z_e z_{g1}}{z_e z_{g1} - z_b z_{g2}}, \quad (1.1)$$

где  $z_e$  – число зубьев тихоходного колеса;  $z_b$  – число зубьев неподвижного колеса;  $z_{g1}$ ,  $z_{g2}$  – числа зубьев венцов сателлита,  $h$  – эксцентриковое водило.

При выполнении сателлита одновенцовым для определения передаточного отношения используется та же формула (1.1), в которой принимается  $z_{g1} = z_{g2}$ .

На рисунке 1.2 представлена конструкция такой передачи с самоустанавливающимися сателлитами, а на рисунке 1.3 передача с

симметричной схемой нагружения колес (момент, разворачивающий сателлит, при таком исполнении отсутствует) [87,126].

Более эффективными являются передачи Джеймса (передачи типа  $2k-h$  с внешним и внутренним зацеплениями колес), состоящие из солнечной шестерни, неподвижного центрального колеса с внутренними зубьями, сателлитов и тихоходного водила (рис. 1.4) [78;92;93;94]. Указанные конструкции обладают небольшим передаточным отношением  $i$  (до 11 в одной ступени), но большой нагрузочной способностью и высоким коэффициентом полезного действия (95%-98%). Чаще всего на практике используются высокотехнологичные передачи с одновенцовыми сателлитами (рисунок 1.5).

Передаточное отношение передачи Джеймса с двухвенцовыми сателлитами (см. рисунок 1.4) определяется по следующей зависимости [50]:

$$i_{a-h}^b = 1 + \frac{z_b z_{g1}}{z_a z_{g2}}, \quad (1.2)$$

где  $z_a$  – число зубьев солнечной шестерни;  $z_b$  – число зубьев центрального колеса;  $z_{g1}$ ,  $z_{g2}$  – числа зубьев венцов сателлита,  $h$  – тихоходное выходное звено (водило).

При ограниченном радиальном размере привода его несущую способность лимитирует нагрузочная способность подшипника сателлита, поэтому он выполняется двухопорным (рисунок 1.6) или в виде отдельных колес, установленных на сферические подшипники качения [98;118;119;120]. Для реализации большого передаточного отношения используются многоступенчатые конструкции типа  $2k-h$ , комбинированные планетарно-волновые передачи или комбинированные передачи, состоящие из цилиндрических рядных и планетарных ступеней [6;51;77;114].

Комбинация из планетарных ступеней типа Джеймса и Давида представляет собой передачу  $3k$ , основными звеньями которой являются три центральных колеса (солнечная шестерня, неподвижное и тихоходное

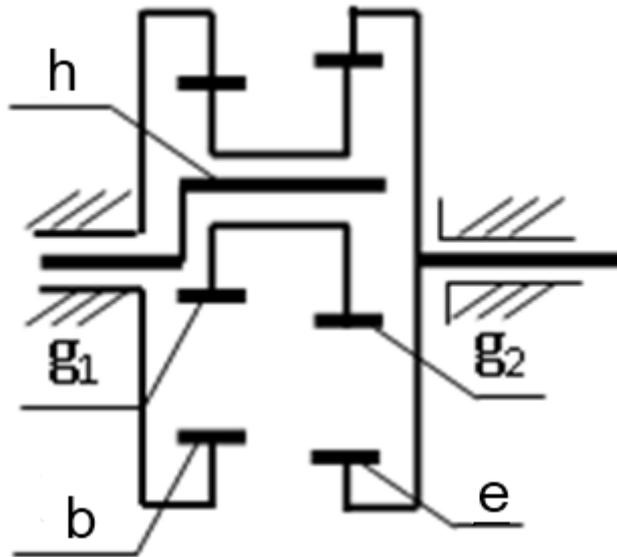


Рисунок 1.1. Кинематическая схема планетарной передачи типа  $2k-h$  с двумя внутренними зацеплениями колес

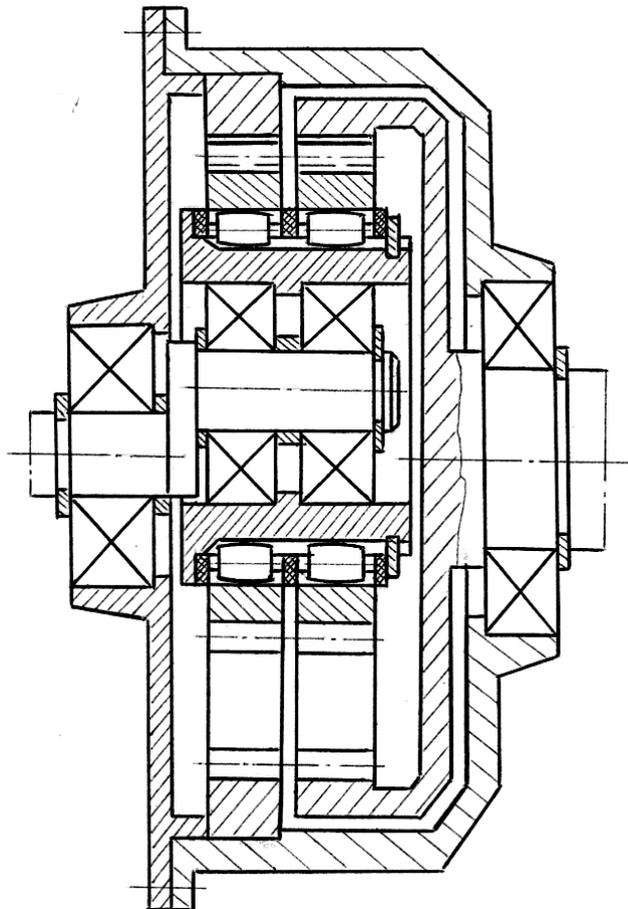


Рисунок 1.2. Конструкция планетарной передачи  $2k-h$  с двумя внутренними зацеплениями колес и самоустанавливающимися сателлитами

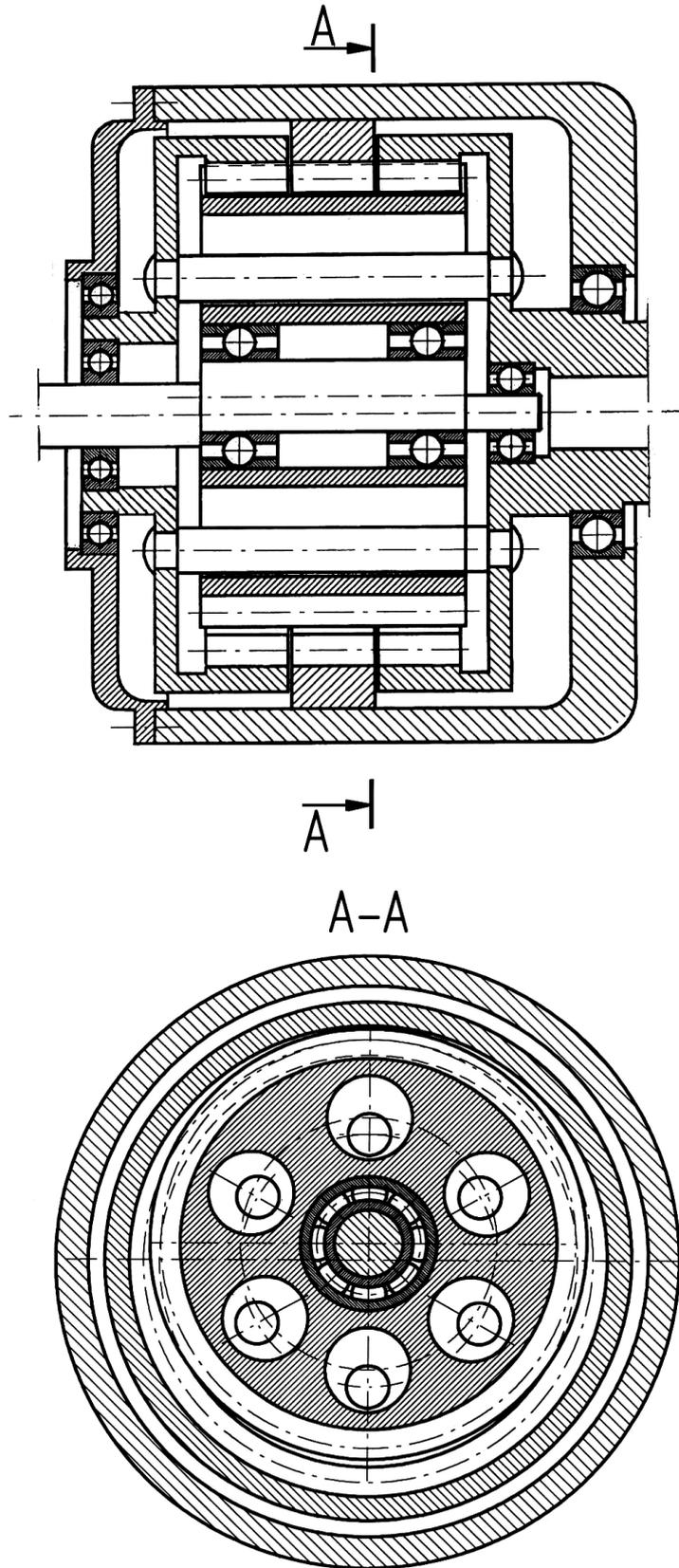


Рисунок 1.3. Планетарная передача  $2k-h$  с двумя внутренними зацеплениями колес и симметричной схемой их нагружения

центральные колеса с внутренними зубьями) (рисунке 1.7, 1.8) [121;122].  
 Передача имеет большое передаточное отношение (от 50 до 500):

$$i_{a-e}^b = \frac{z_e}{z_a} \cdot \frac{z_a z_{g1} + z_b z_g}{z_e z_{g1} - z_b z_{g2}}. \quad (1.3)$$

Здесь  $z_a$  – число зубьев солнечной шестерни;  $z_b$  – число зубьев неподвижного центрального колеса;  $z_e$  – число зубьев тихоходного колеса;  $z_g$ ,  $z_{g1}$ ,  $z_{g2}$  – числа зубьев венцов сателлита.

Коэффициент полезного действия этого механизма равен 70%-80% (меньшее значение для  $i = 500$ ) [123].

В последнее время все большее распространение получают планетарные передачи типа  $k-h-v$ , содержащие ведущее эксцентриковое водило, один-два сателлита, неподвижное центральное колесо с внутренними зубьями и механизм снятия движения с сателлитов (рисунки 1.9 - 1.11) [44;50;89;90;91]. Они имеют большое передаточное отношение (до 200) и высокую нагрузочную способность. Коэффициент полезного действия зубчатых передач этого типа при снятии движения с сателлитов посредством цевок составляет 85%-90% [50].

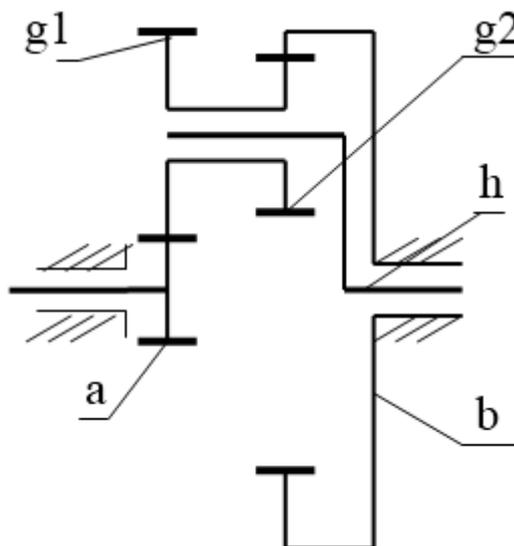


Рисунок 1.4. Кинематическая схема планетарной передачи  $2k-h$  с одним внешним и одним внутренним зацеплениями колес

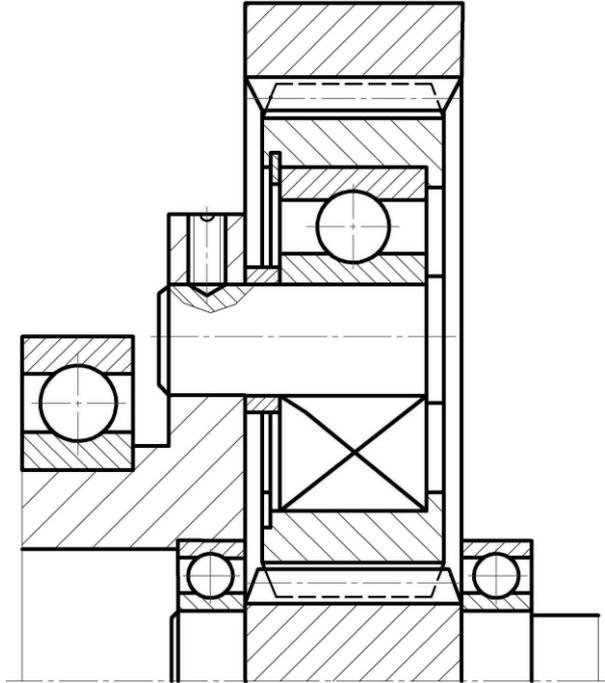


Рисунок 1.5. Простейшая конструкция планетарной передачи  $2k-h$  с внешним и внутренним зацеплениями колес

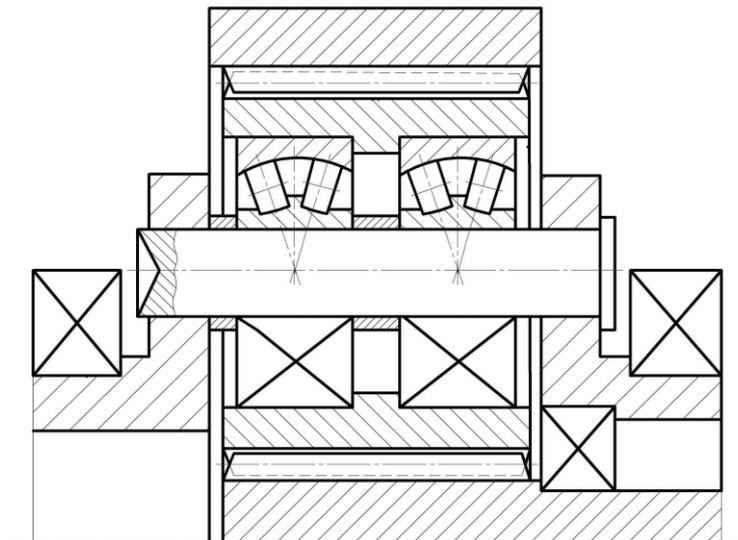


Рисунок 1.6. Передача  $2k-h$  с внешним и внутренним зацеплениями колес и ограниченным радиальным размером

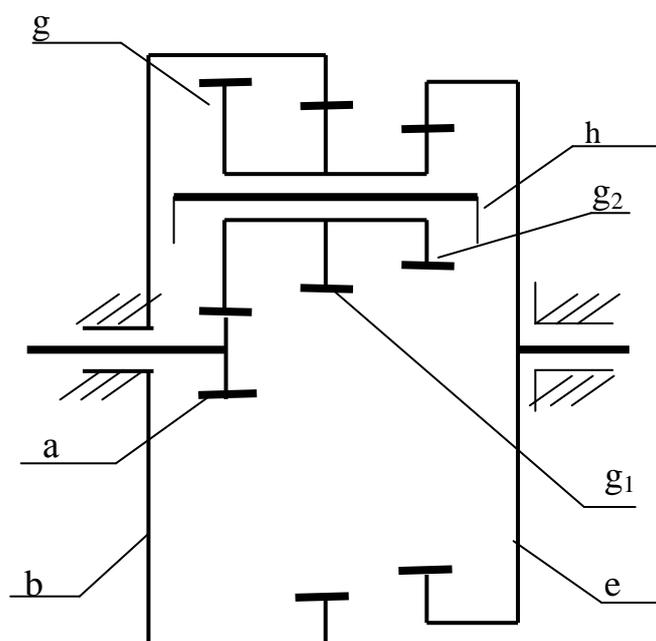


Рисунок 1.7. Кинематическая схема планетарной передачи типа  $3k$  с трехвенцовыми сателлитами

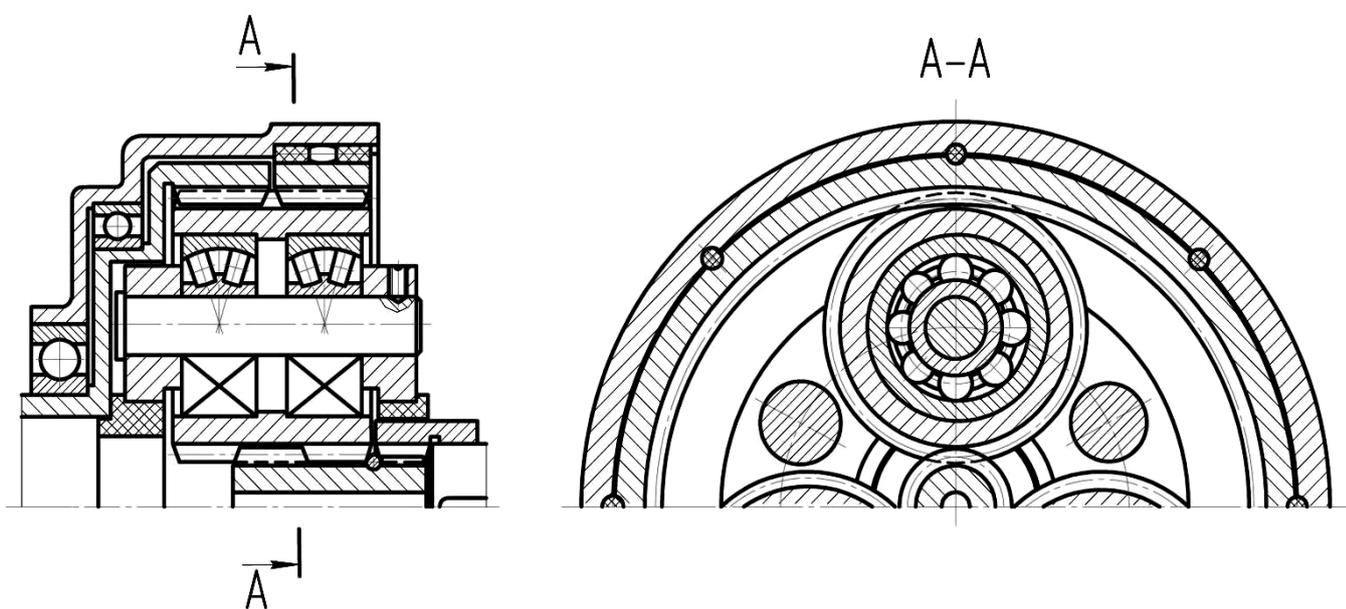


Рисунок 1.8. Планетарная передача типа  $3k$  с одновенцовыми сателлитами и самоустанавливающимися основными звеньями

Разработанные в последние годы планетарные передачи типа  $k-h-v$  с роликовыми механизмами снятия движения с сателлитов имеют более низкие потери мощности на трение. Их коэффициент полезного действия равен 90%-95%. Ролики в этих механизмах имеют диаметр, меньший диаметров отверстий в сателлитах и щеках водила на величину межосевого расстояния, и перекатываются по поверхностям сопрягаемых с ними деталей [67;68;69].

Передаточное отношение передачи типа  $k-h-v$  [50]

$$i_{h-v}^b = \frac{z_g}{z_g - z_b} \quad (i_{h-b}^v = \frac{z_g}{z_b - z_g}), \quad (1.4)$$

где  $z_g$  – число зубьев сателлита,  $z_b$  – число зубьев центрального колеса с внутренними зубьями,  $v$  – механизм передачи движения от сателлита к выходному валу,  $h$  – быстроходное звено (эксцентриковое водило).

Существуют и другие конструкции передач планетарного типа. К ним можно отнести шариковые передачи [59], безводильные передачи с приближенным зацеплением колес [30]. Однако они не нашли широкого практического применения.

Вопросам геометрического синтеза зацеплений планетарных передач посвящены работы ряда авторов, исследовавших как внешние зацепления [20;23;24;56;138], так и внутренние с большой [7;19;32;121] и малой [55;60;72;73;101;116;140;141] разницей чисел зубьев колес.

Потери мощности на трение в планетарных механизмах исследовались теоретически [49;50] и экспериментальным путем [43;49;61;123], что позволяет оценить их энергетические характеристики и выбрать наиболее подходящий для заданных условий работы вариант механического привода.

Из всех перечисленных выше механических передач наибольшее распространение получили многопоточные (многосателлитные) передачи типа  $2k-h$ . Особенно эффективны конструкции, предложенные профессором Л.Н. Решетовым [98]. Они содержат самоустанавливающиеся звенья, частично или полностью лишены избыточных связей и обладают высокой степенью

равномерности распределения нагрузки. Однако не всегда удается достичь этого эффекта. При числе сателлитов, большем трех, а также при многорядном исполнении механизма не удастся обеспечить равномерное распределение нагрузок даже при наличии самоустанавливающихся звеньев. Это снижает эффект многопоточности планетарного механизма и требует тщательного исследования влияния погрешностей изготовления передачи и деформации ее элементов на величины коэффициентов неравномерности и на несущую способность механического привода.

Не исследовано также влияние конструктивных особенностей указанных передач на распределение нагрузок в зацеплениях. Это относится к передачам со сборным П – образным водилом и передачам с водилом, щеки которого имеют повышенную податливость, способствующую снижению неравномерности распределения нагрузок в зацеплениях колес, а также многосателлитным многорядным передачам.

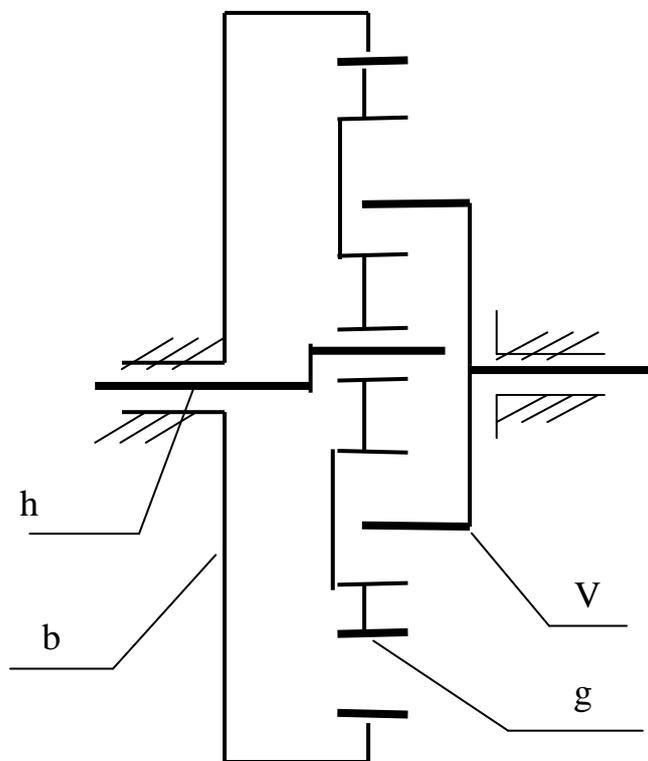


Рисунок 1.9. Кинематическая схема планетарной передачи типа  $k-h-v$  с внутренним зацеплением колес

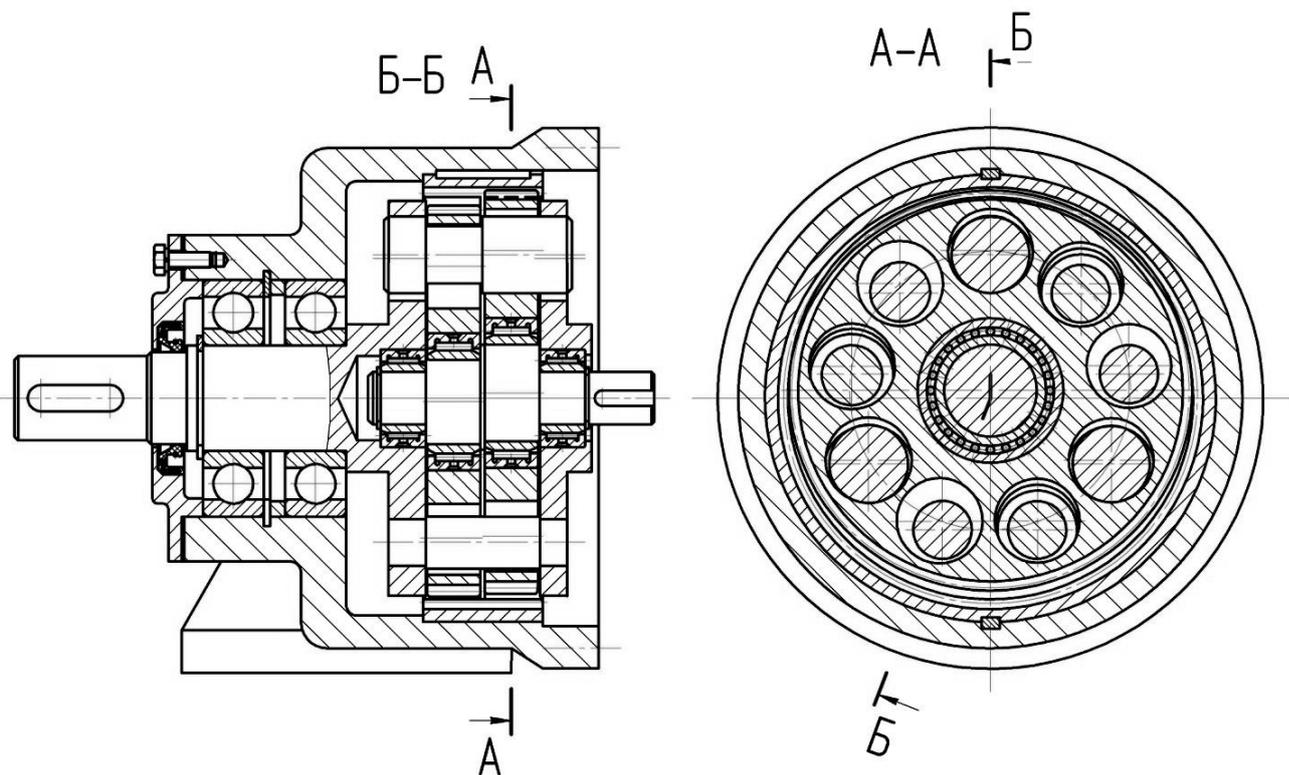


Рисунок 1.10. Двухсателлитная конструкция планетарной передачи типа  $k-h-v$

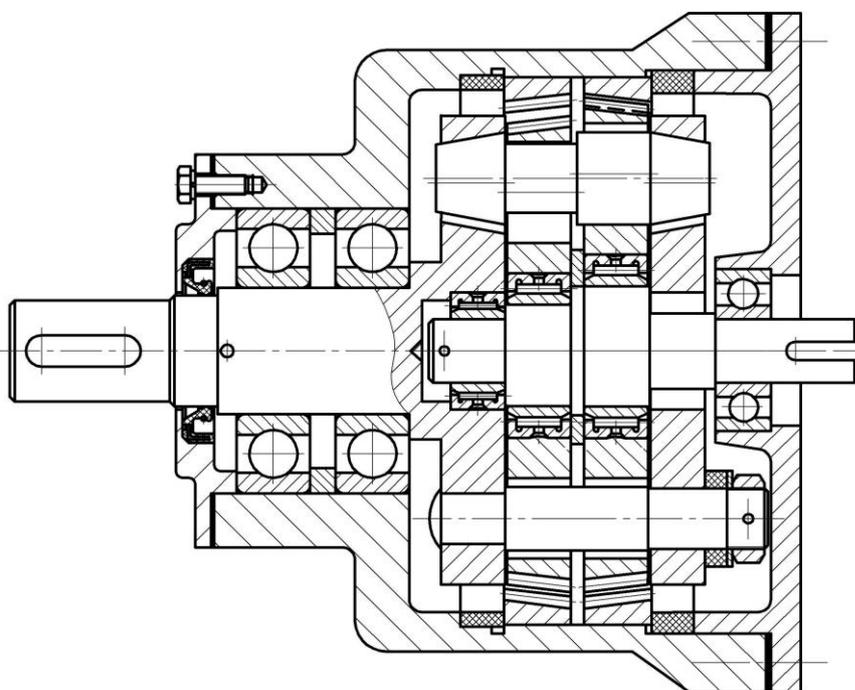


Рисунок 1.11. Беззачорная планетарная передача типа  $k-h-v$

## 1.2. Расчет планетарных механизмов на прочность

Исследованию прочности зацеплений посвящены работы Айрапетова Э.Л. [2,3,4], Брагина В.В. [8], Державца Ю.А. [36], Крайнева А.Ф. [47], Кудрявцева В.Н. [51;53;54], Плеханова Ф.И. [83;84;88], Решетова Д.Н. [96], Филипенкова А.Л. [115], Ястребова В.М. [122] и многих других.

Особенностью расчета зубчатых, в том числе и планетарных, передач на прочность является учет влияния деформативности звеньев механизма на распределение нагрузки и напряжений в зацеплениях, а также учет режима работы и разделения потока мощности на несколько потоков по числу сателлитов  $n_w$  [28,31,38,45].

Нагрузочная способность планетарной передачи типа  $2k-h$  чаще всего лимитируется контактной прочностью внешнего зацепления (зацепления сателлит  $g$  - солнечная шестерня  $a$  ). Контактные напряжения определяются по известной формуле Герца [71]:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{q_n E K_n}{\rho}} \leq \sigma_{HP}, \quad (1.5)$$

где  $q_n = \frac{F_n}{n_w b_w}$  – нагрузка на единицу длины площадки контакта ( $b_w$  – рабочая ширина зубчатого венца,  $F_n$  - суммарная нормальная нагрузка во внешнем зацеплении);  $E = \frac{2E_a E_g}{E_a + E_g}$  – приведенный модуль упругости ( $E_a$  – модуль упругости первого рода материала шестерни,  $E_g$  – модуль упругости материала солнечной шестерни);  $\rho$  – приведенный радиус кривизны профилей зубьев, определяемый по формуле  $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho_g}$ ;  $K_n$  – коэффициент нагрузки (для предварительных расчетов принимается равным  $1,5 \div 2$ ),  $\sigma_{HP}$  – допускаемое контактное напряжение.

В соответствии с ГОСТ входящие в равенство (1.5) коэффициент нагрузки и допускаемое контактное напряжение определяются следующим образом:

$$K_H = K_{HW} K_{H\beta} K_{HA} K_{HV} K_{H\alpha};$$

$K_{HW}$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по потокам

мощности многосателлитной передачи (в рациональных конструкциях передач с самоустанавливающимися звеньями  $K_{HW} \approx 1,1$ );

$K_{HB}$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине линии контакта;

$K_{HA}$  – коэффициент внешней нагрузки;

$K_{HV}$  – коэффициент внутренней динамической нагрузки;

$K_{H\alpha}$  – коэффициент распределения нагрузки между зубьями;

$$\sigma_{HP} = Z_N Z_R Z_V \frac{\sigma_{H \lim}}{S_H}, \quad (1.6)$$

$Z_N$  – коэффициент долговечности,  $Z_R$  – коэффициент, учитывающий шероховатость сопряженных поверхностей ( $Z_R = 1$  при  $R_a \leq 1,25$  мкм;  $Z_R = 0,95$  при  $R_a = 1,25 \div 2,5$  мкм);

$Z_V$  – коэффициент, учитывающий влияние скорости на коэффициент трения, ( $Z_V = 0,85V^{0,1}$  при  $H_{HB} < 350$ ;  $Z_V = 0,925V^{0,05}$  при  $H_{HB} > 350$ );

$S_H$  – коэффициент запаса прочности ( $S_H = 1,2 \div 1,4$ ).

Автоматизация проектирования передач и редукторов позволяет определить контактные напряжения с использованием компьютерной техники методом конечных элементов [29;113;134;135], но обычно используется приведенная зависимость, позволяющая выполнить расчет на прочность с достаточной степенью точности.

Высоконагруженные передачи повторно-кратковременного действия чаще всего выходят из строя из-за поломки зубьев. В этом случае проекторочный расчет механического привода ведется по напряжениям изгиба, определяемым в соответствии с ГОСТ из уравнения

$$\sigma_F = \frac{F_t Y_F K_F Y_\varepsilon Y_\beta}{b_w m} \leq \sigma_{FP}, \quad (1.7)$$

где  $F_t$  – окружная сила в зацеплении;  $Y_\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий перекрытие зубьев;  $Y_F$  – коэффициент формы зуба, зависящий от геометрии переходной кривой его основания;  $Y_\beta$  – коэффициент угла наклона зубьев;  $K_F$  –

коэффициент нагрузки, учитывающий динамику передачи, неравномерность распределения нагрузки по сателлитам и по ширине венца;  $m$  – модуль зацепления;  $\sigma_{FP}$  – допускаемое изгибное напряжение.

Коэффициент формы зуба  $Y_F$  оказывает большое влияние на его изгибную прочность и может быть определен одним из следующих методов.

Приближенный метод, основанный на формулах сопротивления материалов, использующих гипотезу плоских сечений (гипотеза Бернулли).

Зуб колеса рассматривается как балка, жестко заделанная в основание. Погрешность расчета 50%-60%.

Более точный метод, базирующийся на гипотезе ломаных сечений (гипотеза Верховского А.В.), при котором определяются нормальные напряжения на галтели зуба под действием изгибающего момента. При этом геометрическое место центров изгиба зуба лежит на пересечении ломаных сечений (рисунок 1.12). Погрешность расчета примерно 20%.

Аналогично решается задача при использовании гипотезы двояколоманого сечения [87]. В этом случае рассматривается равновесие половины зуба под действием нормальных и касательных напряжений (результатирующая касательных напряжений  $Q$ ).

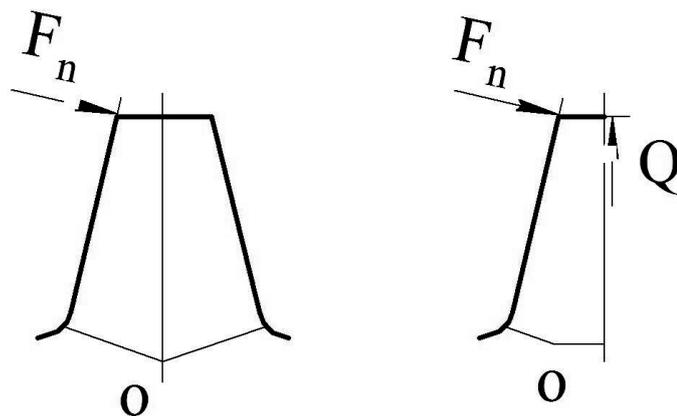


Рисунок 1.12. К определению напряжений изгиба зуба с использованием гипотез ломаных сечений

Наиболее точными являются методы, основанные на теории упругости. Одним из них является метод Устиненко В.Л. - метод конформного отображения области, занятой зубом, на полуплоскость [23;24]. При этом профиль зуба симметрирующего зуб, находится в точке пересечения линии действия нормальной силы и оси симметрии зуба. Данный метод приемлем только при приложении нагрузки к вершине зуба. В противном случае имеет место большая погрешность расчета.

При приложении нагрузки в произвольной по высоте точке зуба может быть использован метод, разработанный Брагиным В.В., Решетовым Д.Н. [99], при котором решение уравнений теории упругости осуществляется численно в криволинейной неортогональной системе координат. Метод высокоточен, но сложен и трудоемок.

В последнее время все шире используются методы компьютерного моделирования, позволяющие проанализировать напряженно-деформированное состояние зуба и с высокой степенью точности определить коэффициент его формы и напряжения изгиба.

### **1.3. Методы определения жесткости звеньев зубчатой передачи и показателей ее прочности**

Входящие в уравнения (1.6), (1.7) коэффициенты неравномерности распределения нагрузки и напряжений в зубчатых зацеплениях оказывают большое влияние на нагрузочную способность привода. Поэтому очень важно как можно точнее определить эти показатели прочности. Вопросам исследования распределения нагрузки и напряжений посвящены работы Айрапетова Э.Л. [1], Гальпера Р.Р. [25], Гаркави Л.М. [26], Державца Ю.А. [34;35], Заблонского К.И. [42], Кудрявцева В.Н. [50;94], Плеханова Ф.И. [75;81;93], Решетова Л.Н. [98] и многих других.

Основными причинами неравномерности распределения нагрузки и напряжений являются погрешности изготовления и монтажа передачи и деформации отдельных ее элементов (солнечной шестерни, водила, осей

сателлитов). Следует отметить, что податливость звеньев или обратная им величина жесткость может оказывать на указанные показатели прочности как положительное, так и отрицательное влияние. Например, при консольном исполнении осей сателлитов их деформация изгиба способствует выравниванию нагрузки по потокам мощности (сателлитам), но ведет к ухудшению распределения нагрузки и напряжений по длине зубьев. Деформативность элементов механизма оказывает существенное влияние и на динамику передачи [27;136;137].

Важнейшими элементами зацепляющихся колес являются их зубья, податливость которых оказывает только положительное влияние на распределение нагрузки и напряжений. Жесткость отдельных зубьев и зацепления в целом определялись теоретически, экспериментально и методами компьютерного моделирования Айрапетовым Э.Л. [1;2;3], Брагиным В.В.[8], Заблонским К.И.[39], Нахатакяном Ф.Г.[63] и другими. С изменением фазы зацепления удельная жесткость пары контактирующих зубьев  $C$  изменяется мало и равна примерно  $0,075E$  [50], где  $E$  – модуль упругости первого рода материала колес. Эта величина используется при определении коэффициентов неравномерности распределения нагрузки  $K_{н\beta}$  и напряжений изгиба  $K_{F\beta}$  по длине зубьев.

При небольшом отношении рабочей ширины солнечной шестерни  $b$  к диаметру ее начальной окружности  $d$  ( $b/d \leq 0,8$ ) для определения указанных коэффициентов используется приближенная формула Петрусевича А.И. [71]:

$$K_{\beta} = 1 + \frac{0,5bC\gamma}{q}, \quad (1.8)$$

где  $\gamma$  – угол начального неприлегания зубьев зацепляющихся колес,  $q$  – средняя погонная нагрузка.

Учитывая повышенную податливость зубьев у торцов из-за краевого эффекта, в формуле (1.8) вместо 0,5 принимается коэффициент 0,4 [50].

При большой относительной ширине солнечной шестерни ( $0,8 \leq b/d \leq 1,2$ ) ее кручение оказывает существенное влияние на распределение нагрузки по длине

линии контакта, что рекомендуется учитывать введением в формулу (1.8) дополнительного слагаемого. В этом случае формула принимает вид [53]

$$K_{\beta} = 1 + \frac{0,4bC\gamma}{q} \pm 0,1 \left( \frac{b}{d} \right)^2. \quad (1.9)$$

Знак «-» принимается, когда направление начального неприлегания зубьев в зацеплении сателлита с солнечной шестерней совпадает с направлением перекоса зубьев шестерни в результате ее кручения.

С учетом прирабатываемости зубьев коэффициенты неравномерности определяются по следующим зависимостям [50]:

$$K_{H\beta} = 1 + \mu_H (K_{\beta} - 1), \quad (1.10)$$

$$K_{F\beta} = 1 + \mu_F (K_{\beta} - 1), \quad (1.11)$$

где  $\mu_H$  и  $\mu_F$  – коэффициенты, учитывающие пластическую деформацию и выкрашивание зубьев в процессе работы передачи (определяются по приближенным графическим зависимостям).

Однако выполненные численным методом расчеты показали, что коэффициенты неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба зубьев имеют разные значения даже до их приработки [8].

При определении начального (до приработки) коэффициента неравномерности распределения нагрузки по длине линии контакта цилиндрической рядной передачи существует аналитический метод, при котором учитываются деформации кручения, изгиба и сдвига шестерни [26]. Для этого решается уравнение

$$q(x)/C = \delta + \Delta(x) - y_M(x) - y_f(x) - 0,5\theta_1(x)d_1 \cos \alpha_t. \quad (1.12)$$

Здесь  $\delta = const$ ;  $\Delta(x)$  – начальное неприлегание зубьев при отсутствии нагрузки;  $y_M(x)$  – прогиб шестерни, обусловленный изгибающим моментом;  $y_f(x)$  – прогиб от поперечной силы;  $\theta_1(x)$  – угол кручения шестерни;  $d_1$  – диаметр делительной окружности шестерни;  $\alpha_t$  – угол давления.

Данное выражение приемлемо для расчета как прямозубых, так и косозубых рядных передач. Однако для многопоточных планетарных передач типа

$2k - h$  такой метод неприемлем, так как не учитывает наличия нескольких равномерно расположенных в корпусе механизма сателлитов и деформативности их узлов.

Учесть влияние кручения солнечной шестерни на распределение нагрузки в зацеплении сателлит – шестерня можно по методу профессора Кудрявцева В.Н. [50]:

$$K_{\beta} = \nu b c t h(\nu b), \quad (1.13)$$

где  $\nu = 0,5 d_{ba} \sqrt{\frac{C n_w}{I_a G}}$ ,  $d_{ba}$  – диаметр основной окружности солнечной шестерни,  $I_a$  – ее полярный момент инерции,  $n_w$  – число сателлитов,  $G$  – модуль упругости второго рода.

Эта зависимость учитывает только деформацию кручения шестерни, не принимая в расчет деформации других элементов планетарного механизма, не учитывает она и разницу законов распределения нагрузки и напряжений изгиба зубьев колес.

Расчеты коэффициентов неравномерности распределения нагрузок в зацеплениях колес приведенными методами показали, что при относительной ширине солнечной шестерни  $b/d \geq 2$  зубья у ее торца нагрузку практически не несут. Поэтому использование планетарных передач с таким значением  $b/d$  нецелесообразно, если не принимать меры по выравниванию нагрузки. Указанные значения относительной ширины шестерни имеют место в передачах типа  $2k - h$  с ограниченным радиальным размером или большим передаточным отношением в одной ступени.

В работах Заблонского К.И. [39;42] для определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки по длине зуба используется дискретная модель его нагружения (нагрузка разбивается на несколько составляющих) и численно решается система уравнений совместности перемещений:



одной щеки водила относительно другой);  $\varphi(x)$  - деформация кручения солнечной шестерни;  $r_b$  - радиус основной окружности солнечной шестерни;  $G_w$  - удельная жесткость одного зуба зацепляющихся колес под действием продольной и поперечной составляющих нагрузки;  $W(x)$  - погонная нагрузка, действующая на зуб шестерни;  $M(x)$  - погонный изгибающий момент;  $I_p$  - полярный момент инерции поперечного сечения зуба;  $G$  - модуль упругости второго рода материала колес;  $G_M$  - удельная жесткость одного зуба зацепляющихся колес, обусловленная его деформацией под действием изгибающего момента;  $H_n$  - плечо действующей на зуб силы относительно центра его изгиба;  $\alpha_w$  - угол зацепления колес.

Входящие в эти уравнения составляющие жесткости зацепления определяются численно, что не позволяет решить задачу аналитически. Кроме того, при решении задачи рассматривается податливость только одного из двух контактирующих зубьев и приходящаяся на него половина угла начального неприлегания, а следовало бы рассматривать зацепление в целом, так как при изменении его фазы соотношение между податливостями зубьев меняется при практически неизменной податливости однопарного зацепления.

Неравномерность распределения нагрузки по потокам мощности также оказывает большое влияние на нагрузочную способность передачи. При числе сателлитов, превышающем три, даже выполнение звеньев самоустанавливающимися не обеспечивает полного выравнивания нагрузки. Имеет место неравномерность распределения нагрузки и по отдельным венцам расчлененного сателлита.

Для определения нагрузки в зацеплениях отдельных сателлитов и коэффициента неравномерности ее распределения  $K$  используются уравнения совместности перемещений, из которых следует [41,50]

$$K = \frac{P_{n \max} n_w}{\sum P_{ni}} = 1 + \frac{b C_{\Sigma} \sum \Delta_i}{\sum P_{ni}}. \quad (1.16)$$

Здесь  $C_{\Sigma}$  – суммарная удельная жесткость элементов передачи, влияющих на нагруженное состояние сателлитов (определяется приближенно теоретически или

экспериментально для наиболее распространенных традиционных конструкций планетарных передач);  $\Delta_i$  – зазор в зацеплении колеса с  $i$ -м сателлитом;  $P_{ni}$  – нормальная нагрузка в зацеплении колеса с  $i$ -м сателлитом;  $P_{n\max}$  – максимальная нормальная нагрузка в зацеплении колеса с сателлитом (нагрузка, воспринимаемая сателлитом, зубья которого контактируют с зубьями колеса при приложении к нему незначительного момента, достаточного для выбора люфта).

Для снижения неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности часто используются специальные механизмы, позволяющие одному из основных звеньев (водилу, центральному колесу или солнечной шестерне) самоустанавливаться. Чаще всего в качестве такого механизма используется зубчатая муфта. Многочисленные испытания передач с солнечной шестерней на зубчатой подвеске (предпочтительный вариант механизма выравнивания нагрузки) показали эффективность этого метода снижения коэффициента неравномерности  $K$ : при трехсателлитном исполнении планетарной передачи нагрузка в зацеплениях ее колес близка к равномерной [51;53].

В существующих методах определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам составляющие деформации элементов передачи (особенно такие важные как прогиб осей, деформация щек водила) либо не учитываются, либо определяются приближенно. Не учитывается при расчетах деформация оси сателлита и щеки водила в зоне их сопряжения. Не учитываются конструктивные особенности механизма (например, такие как составное водило или водило с переменной шириной перемычек). Не решены задачи определения закона распределения нагрузки по рядам двух- или многорядной планетарной передачи при податливом водиле.

#### 1.4. Цель и задачи исследования

Основной целью исследования является повышение нагрузочной способности многопоточной планетарной передачи типа  $2k-h$  за счет снижения неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба зубьев и рационального проектирования механизма.

Для достижения этой цели решаются следующие задачи:

- аналитическое определение коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев на основе составленной математической модели напряженно-деформированного состояния зубьев колес при наличии угла их начального неприлегания;
- определение коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес передачи, содержащей сборное П-образное водило;
- установление влияния деформативности основных элементов многопоточной передачи на величину коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам;
- исследование распределения нагрузки по венцам сателлита с консольными осями при двухрядном его исполнении;
- определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности и венцам двухрядного сателлита планетарной передачи с податливыми щеками водила;
- установление влияния параметров рациональной конструкции водила многорядной передачи на распределение нагрузки по рядам сателлитов;
- вывод зависимости для определения напряжений изгиба в основании зуба-перемычки неподвижного центрального колеса многорядной планетарной передачи;
- компьютерное моделирование и экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния сопряжения ось сателлита – щека водила планетарной передачи с жестким и податливым водилом;
- экспериментальное определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам планетарной передачи с жестким и податливым водилом.

## 2. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ МНОГОСАТЕЛЛИТНОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ И НАПРЯЖЕНИЙ ПО ДЛИНЕ ЗУБЬЕВ КОЛЕС

### 2.1. Математическая модель напряженно-деформированного состояния зубьев колес при наличии угла их начального неприлегания

При наличии в планетарном механизме избыточных связей, препятствующих самоустанавливаемости его звеньев, погрешности изготовления передачи и деформация ее элементов приводят к неравномерному распределению нагрузки, контактных напряжений и напряжений изгиба в основании зуба. Причем коэффициенты начальной (без учета прирабатываемости зубьев) неравномерности распределения нагрузки и напряжений  $K_{H\beta}^0$  и  $K_{F\beta}^0$  отличаются друг от друга, что следует учитывать при проектировании планетарного механизма.

Для аналитического определения законов изменения погонных нагрузки  $w(x)$  и изгибающего момента  $t(x)$ , обусловленного действием указанной нагрузки и создающего нормальные напряжения в основании зуба, используем уравнения связи начального неприлегания (угол неприлегания  $\beta$ ) сопрягаемых зубьев в произвольном сечении с перемещениями, вызванными под нагрузкой их деформацией, включая деформацию кручения зуба относительно продольной оси (угол кручения  $\varphi(x)$ ) (рисунок 2.1,2.2) [87, 105]:

$$\beta x - \delta_w [w(x) - w(0)] = h\varphi(x) = \frac{h}{GI_k} \int_0^x [t(\xi) - hw(\xi)] (x - \xi) d\xi. \quad (2.1)$$

Здесь  $h$  — плечо погонной силы  $w(x)$  относительно центра изгиба зуба, определяемого в соответствии с гипотезой ломаных сечений;  $G$  — модуль упругости второго рода;  $I_k$  — момент инерции поперечного сечения зуба при кручении относительно продольной оси (определяется по приближенной зависимости  $I_k = \zeta HS^3$  [33], где  $H$  - высота зуба,  $H = 2,25m$ ,  $S \approx 0,5\pi m$ ,  $\zeta \approx 0,19$ ,  $m$  - модуль зацепления);  $\delta_w$  — сумма удельных податливостей, вызванных контактной деформацией сопрягаемых зубьев ( $\delta_H$ ), деформациями их сдвига ( $\delta_Q$ ) и сжатия

( $\delta_N$ ), а также осадкой оснований ( $\delta_0$ ), составляющей 20%÷30% деформации зубьев ( $\delta_0 = 0,2\delta \div 0,3\delta$ ) [3;115], и деформацией изгиба зуба второго колеса ( $\delta_M$ );  $t(\xi)$  – текущее значение погонного момента, создаваемого напряжениями изгиба  $\sigma(v, \xi)$ .

Уравнение (2.1) соответствует передаче с жесткими звеньями.

В отличие от существующего численного метода определения составляющих податливости зуба [87] решим задачу аналитически. Перемещения точек контакта зубьев в направлении линии действия нагрузки и соответствующие им удельные податливости сдвига, сжатия и изгиба определим по формулам сопротивления материалов с использованием интегралов Мора:

$$\delta_Q = \int_0^l \frac{1,2 dy (\cos \alpha)^2}{GS(y)}, \delta_N = \int_0^l \frac{dy (\sin \alpha)^2}{ES(y)}, \delta_M = \int_0^h \frac{12z^2 dz}{ES^3(z)}, \quad (2.2)$$

где  $s(y) = s + 2y \tan \alpha$ ,  $s(z) = \frac{s}{\cos \alpha} + 2z \tan \alpha$ ,  $E$  – модуль упругости первого рода,  $\alpha$  – угол профиля зуба ( $\alpha \cong 20^\circ$  для стандартного эвольвентного колеса с нулевым коэффициентом смещения исходного контура),  $l$  – высота зуба от крайней точки его ломаного сечения до места приложения силы.

В уравнениях (2.2) поперечные сечения зубьев представлены в виде трапеций.

Тогда

$$\delta_w = \delta_H + \delta + \delta_0 - \delta_{M1}. \quad (2.3)$$

Здесь  $\delta = \delta_{Q1} + \delta_{Q2} + \delta_{N1} + \delta_{N2} + \delta_{M1} + \delta_{M2}$  (индексы 1,2 относятся к соответствующим зубьям зацепления); зависимость контактной податливости от нагрузки близка к линейной и, как показали теоретические и экспериментальные исследования ряда авторов, величина  $\delta_H \cong 4/E$  [2;63].

Разность смещений точек приложения нагрузки к рассматриваемому зубу в произвольном сечении и начале координат в результате его кручения может быть выражена через внутренний погонный момент и изгибную податливость  $\delta_{M1} = \delta_t$ :

$$\beta x - \delta_w [w(x) - w(0)] = \delta_t \frac{t(x) - t(0)}{h}. \quad (2.4)$$

Интегрирование этого уравнения с учетом уравнения статики

$$\int_0^b w(x)dx = \frac{1}{h} \int_0^b t(x)dx = wb$$

( $w$  – средняя погонная нагрузка,  $b$  - длина зуба) позволяет выразить  $t(0)$  через  $w(0)$ .

Подстановка выражения (2.4) в равенство (2.1) дает [80]

$$w(x) = \lambda^2 \int_0^x w(\xi)(x - \xi)d\xi + F(x), \quad (2.5)$$

где 
$$\lambda^2 = \frac{h^2}{I_k G} \frac{\delta_t + \delta_w}{\delta_t \delta_w}, \quad (2.6)$$

$$F(x) = w(0) + \frac{\beta x}{\delta_w} + 0,5(\lambda x)^2 \left[ \frac{\beta}{\delta_t + \delta_w} \left( \frac{b}{2} - \frac{x}{3} \right) - w \right]. \quad (2.7)$$

Решение уравнения (2.5), представляющего собой неоднородное интегральное уравнение Вольтерра типа свертки, методом операционного исчисления и подстановка его в равенство (2.4) позволяет найти законы изменения погонной силы и погонного момента, вызванного действием напряжений изгиба зуба [87]:

$$\begin{aligned} L^{-1}[w(P)] = \\ = w(x) = w + \frac{0,5b\beta}{\delta_t + \delta_w} \left[ \frac{2x}{b} - 1 + \frac{2\delta_t}{\lambda b \delta_w} \left( \sinh \lambda x + \frac{1 - \cosh \lambda b}{\sinh \lambda b} \cosh \lambda x \right) \right], \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\frac{t(x)}{h} = w + \frac{0,5b\beta}{\delta_t + \delta_w} \left[ \frac{2x}{b} - 1 - \frac{2}{\lambda b} \left( \sinh \lambda x + \frac{1 - \cosh \lambda b}{\sinh \lambda b} \cosh \lambda x \right) \right]. \quad (2.9)$$

В соответствии с этим максимальные значения силовых факторов и коэффициенты неравномерности, соответствующие  $x = b$  :

$$K_w = \frac{w(b)}{w} = 1 + \frac{0,5b\beta}{w(\delta_t + \delta_w)} \left( 1 + \frac{2\delta_t}{\lambda b \delta_w} \frac{\cosh \lambda b - 1}{\sinh \lambda b} \right), \quad (2.10)$$

$$K_t = \frac{t(b)}{hw} = 1 + \frac{0,5b\beta}{w(\delta_t + \delta_w)} \left( 1 - \frac{2}{\lambda b} \frac{\cosh \lambda b - 1}{\sinh \lambda b} \right). \quad (2.11)$$

В отличие от подобных уравнений, приведенных в работе [87], входящие в выражения (2.10), (2.11) составляющие податливости зубьев колес определяются аналитически, что предпочтительнее численного решения и, как показывают расчеты и эксперименты, дает достаточно точный результат.

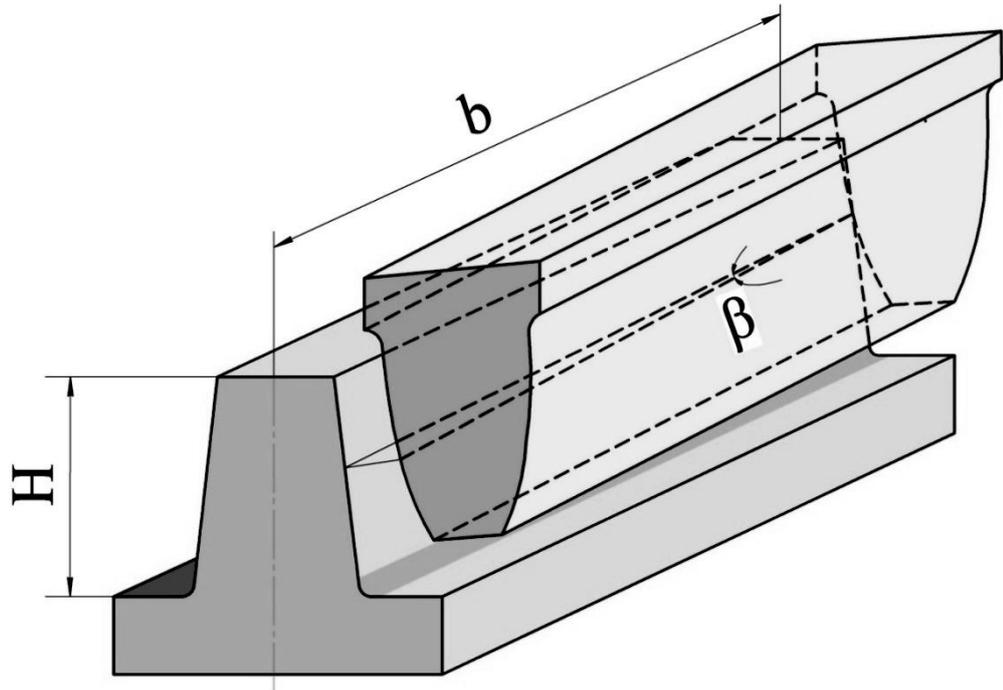


Рисунок 2.1 - Сопряжение зубьев колес при наличии угла начального неприлегания

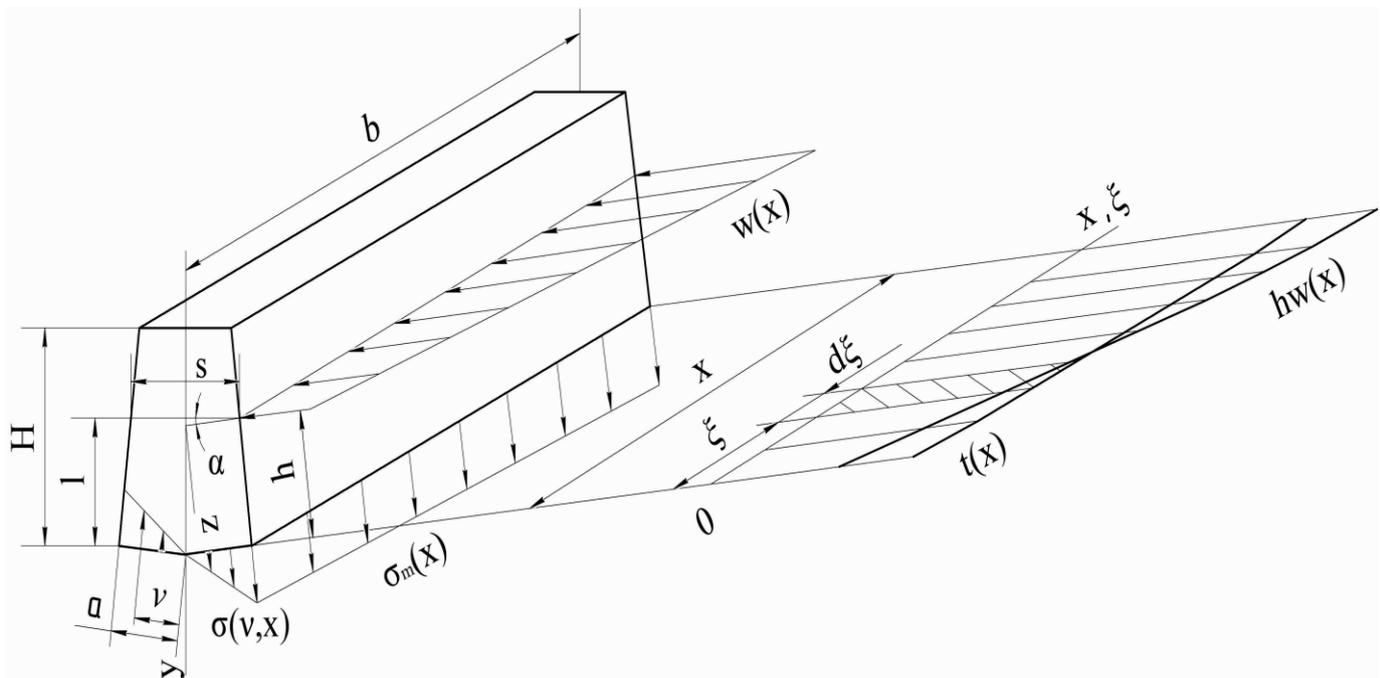


Рисунок 2.2 - Схема распределения напряжений изгиба и нагрузок, действующих на зуб колеса

Для учета повышенной контактной податливости зубьев у торцов следует множитель 0,5 в выражении (2.10) заменить на 0,4 в соответствии с рекомендациями [42,50] и ГОСТ 21354 - 87.

Найденный погонный момент  $t(x)$  выражается через нормальные напряжения изгиба в основании зуба (см. рисунок 2.2), причем зависимость близка к линейной:

$$t(x) = 2 \int_0^a \sigma(v, x) v dv = f[\sigma(a, x)] = R \sigma_m(x), \quad (2.12)$$

где  $\sigma_m(x) = \sigma(a, x)$  – максимальное значение напряжения изгиба в произвольном поперечном сечении зуба,  $R$  – коэффициент пропорциональности. Поэтому коэффициент  $K_t$  представляет собой коэффициент неравномерности распределения напряжений изгиба:  $K_t = \frac{\sigma_m(b)}{\sigma_m}$  ( $\sigma_m$  – среднее значение напряжения изгиба в крайних точках ломаного сечения).

На рисунках 2.3 – 2.6 представлены графики изменения силовых факторов  $W(X) = w(x)/w$ ,  $T(X) = t(x)/hw$  и соответствующих им коэффициентов неравномерности  $K_w = K_{H\beta}^0$  и  $K_t = K_{F\beta}^0$  в зависимости от безразмерных величин  $\gamma = \frac{\beta b E}{w}$ ,  $X = \frac{x}{b}$ . Коэффициенты неравномерности распределения нагрузки  $K_w = K_{H\beta}^0$  определялись с учетом повышенной податливости зубьев у торцов. Из графиков следует, что величины указанных силовых факторов отличаются друг от друга и существенно зависят от геометрических параметров.

Анализ выражений (2.7) – (2.9) и построенных по ним графиков показывает, что характер изменения нагрузки близок к характеру изменения начального неприлегания (линейной зависимости неприлегания соответствует близкая к линейной зависимость нагрузки). Более равномерное распределение напряжений изгиба по сравнению с нагрузкой обусловлено кручением зуба и появлением в результате этого касательных напряжений в сечениях, перпендикулярных продольной оси  $x$ . Указанные напряжения создают поддерживающий эффект и, с одной стороны, препятствуют выравниванию линии контакта, с другой - передают изгибающий момент от одного сечения к другому.

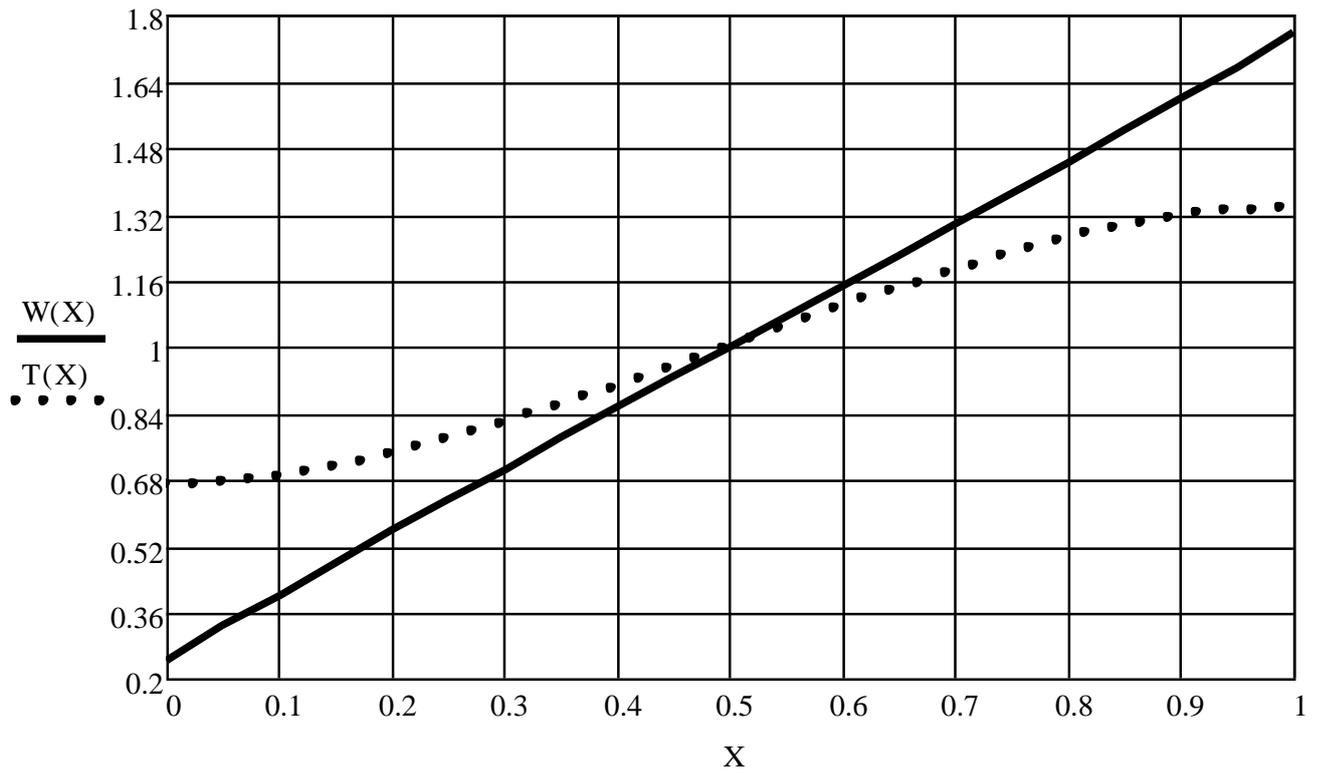


Рисунок 2.3 - Распределение относительных нагрузки и момента изгиба по длине зуба при  $b/H = 3; H/S = 1,5; H/h = 2; \gamma = 20$

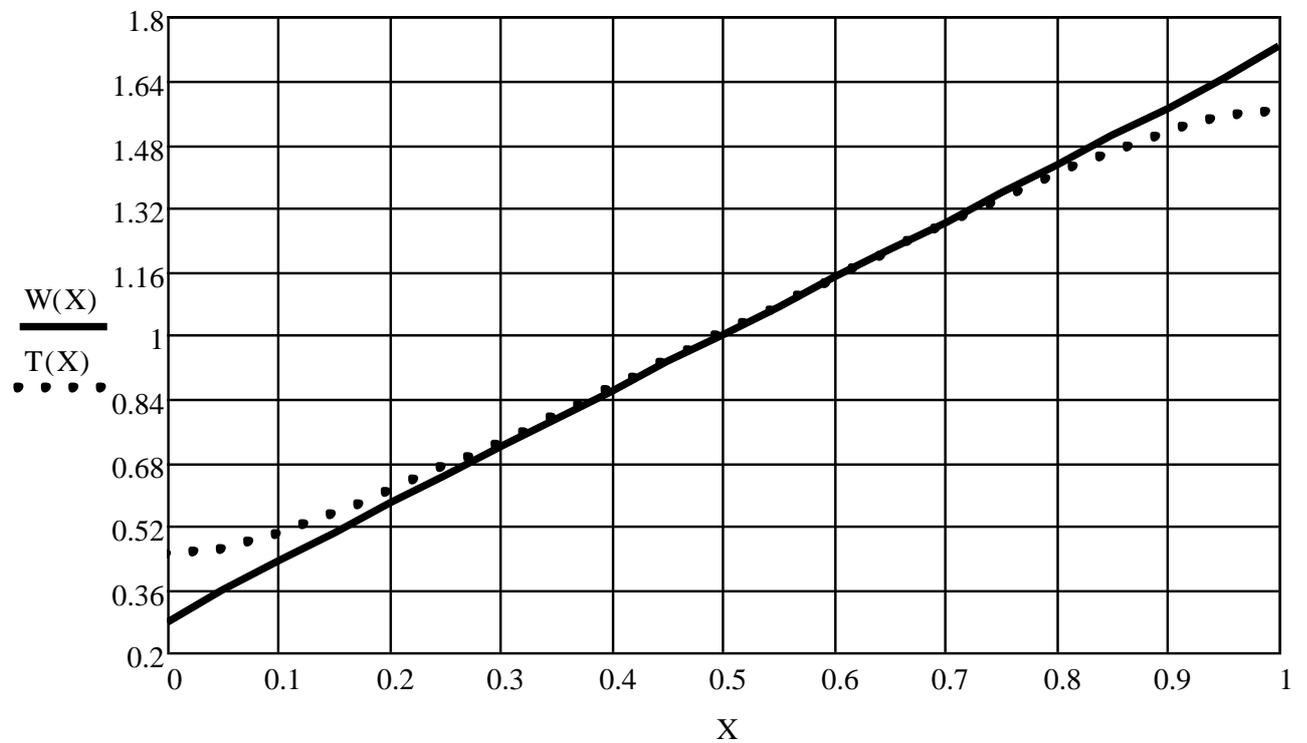


Рисунок 2.4 - Распределение относительных нагрузки и момента изгиба по длине зуба при  $b/H = 8; H/S = 1,5; H/h = 2; \gamma = 20$

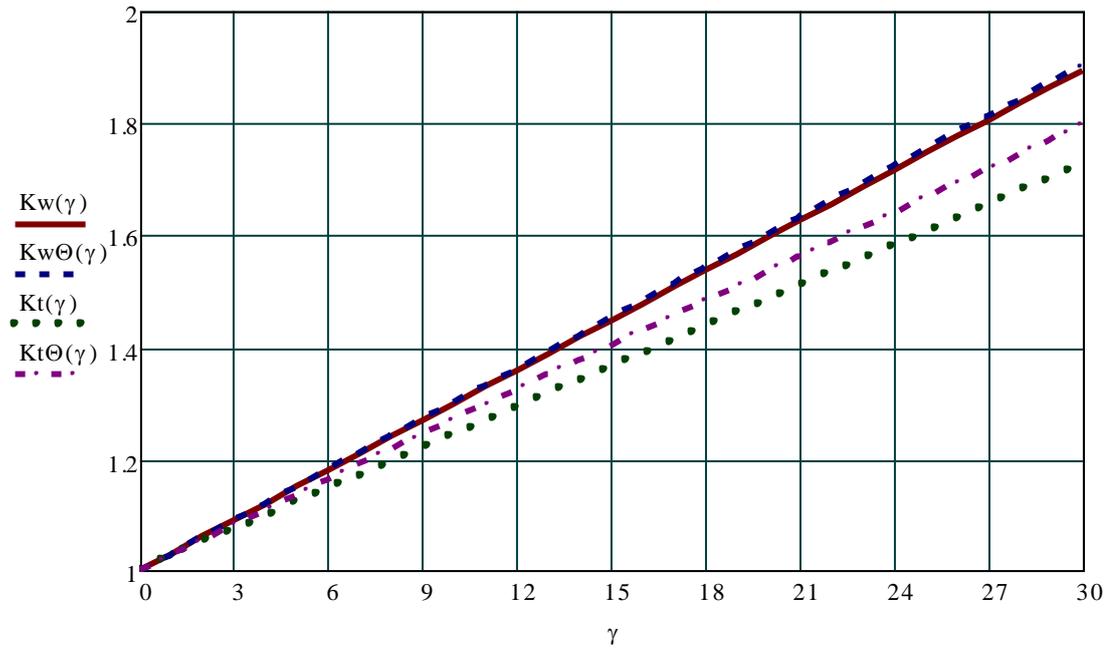


Рисунок 2.5 - Зависимость коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и момента изгиба зуба от относительного угла начального неparallelегания при  $b/m = 12$ ;  $H/S = 1,5$ ;  $H/h = 2$ : (- - - -, - . - . - данные работ [2], [42])

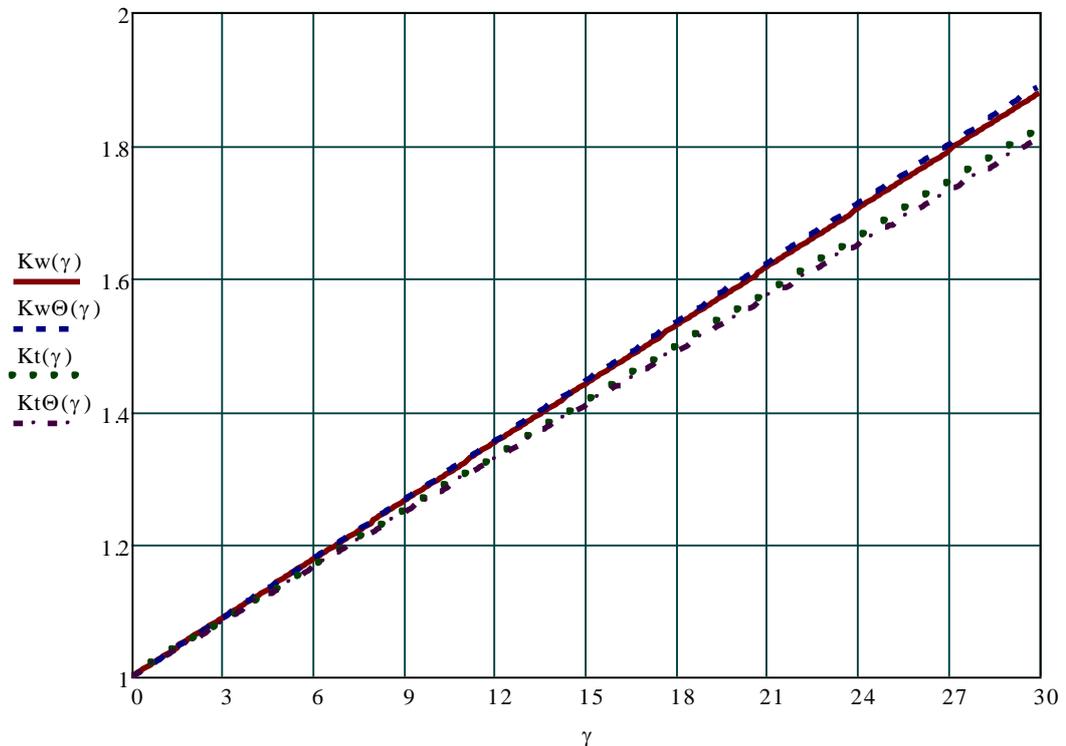


Рисунок 2.6 - Зависимость коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и момента изгиба зуба от относительного угла начального неparallelегания при  $b/m = 17$ ;  $H/S = 1,5$ ;  $H/h = 2$ : (- - - -, - . - . - данные работ [2], [42])

В частном случае, когда угол начального непрileгания имеет настолько большое значение, что действующая на зуб нагрузка представляет собой силу, близкую к сосредоточенной, уравнение совместности перемещений примет следующий вид:

$$\frac{h}{GI_k} \int_0^x t(\xi) (x - \xi) d\xi = \frac{t(x) - t(0) \delta_t}{h}. \quad (2.13)$$

В операторной форме

$$t(P) - \omega^2 \frac{t(P)}{P^2} = \frac{t(0)}{P}, \quad (2.14)$$

где  $\omega^2 = \frac{h^2}{\delta_t I_k G}$ .

Переходя к оригиналу и используя уравнение статики, получим

$$\frac{t(x)}{t} = \frac{\omega b \cosh \omega x}{\sinh \omega b}. \quad (2.15)$$

Здесь  $t$  — среднее значение погонного момента.

На рисунке 2.7 приведен график зависимости относительного момента и соответствующего ему относительного напряжения изгиба от  $X$  при различных параметрах.

Выражения (2.7), (2.15) позволяют определить перемещения точек приложения сил к зубу при любых значениях координаты  $x$ :

$$y_w(x) = \delta_\Sigma \left\{ w + \frac{0,5b\beta}{\delta_t + \delta_w} \left[ \frac{2x}{b} - 1 + \frac{2\delta_t}{\lambda b \delta_w} \left( \sinh \lambda x + \frac{1 - \cosh \lambda b}{\sinh \lambda b} \cosh \lambda x \right) \right] \right\}, \quad (2.16)$$

$$y_F(x) = \frac{\omega b t \delta_t \cosh \omega x}{h \sinh \omega b}, \quad (2.17)$$

где суммарная удельная податливость зуба

$$\delta_\Sigma = \delta_Q + \delta_N + \delta_0 + \delta_t + 0,5\delta_H.$$

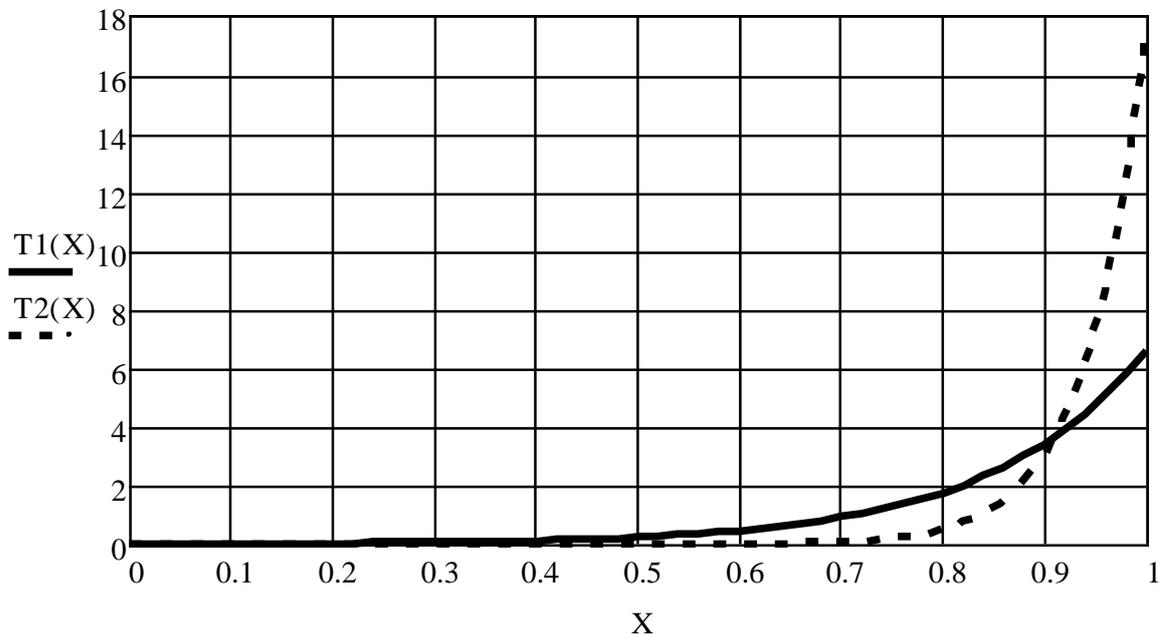
Из расчетов по приведенным зависимостям следует, что при длине зуба  $b = 7m$  и приложении нагрузки к у одного торца напряжения изгиба у ненагруженного торца составляют около 25% от среднего изгибного напряжения. При  $b \geq 10m$  напряжения изгиба зуба распространяются на длину  $9m$  от нагруженного торца, на остальной части зуба изгибные напряжения практически равны нулю. С ростом

длины зуба снижается разницей между коэффициентами неравномерности распределения нагрузки и момента изгиба.

Сравнительный анализ приведенного метода расчета с существующими [2],[42],[53], подтвержденными экспериментами, и с рекомендациями ГОСТа 21354-87 показывает, что при  $b/m > 10$  (наиболее распространенное на практике значение длины зубьев колес) имеет место близость коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и момента изгиба, найденных указанными методами (при  $b/m \geq 12$  разница составляет 6%-10%).

Кроме зубчатых зацеплений полученные зависимости могут быть использованы при расчете на прочность и жесткость звеньев других механизмов, содержащих детали с выступами в виде зубцов или жестко заделанных в основание пластин (например, зубчатые или кулачковые муфты), а также при исследовании виброакустических характеристик механизмов.

а)



б)

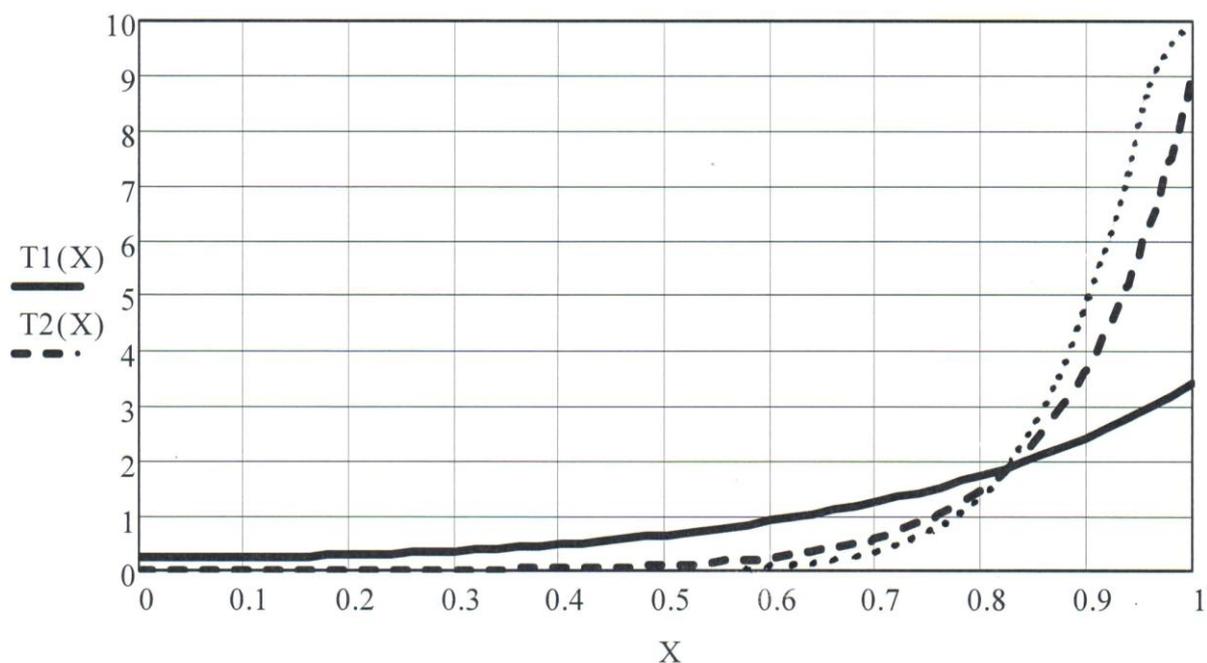


Рисунок 2.7 - Распределение момента изгиба по длине зуба колеса при действии сосредоточенной силы у торца,  $H/S = 1/5$  (а – нагрузка приложена в вершине зуба; б – в средней части зуба):  $T1(X) - b/H = 3$ ;  $T2(X) - b/H = 8$   
(••••• - данные работ [2], [42])

## 2.2. Распределение нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес с учетом их начального неприлегания и деформативности основных звеньев передачи

Деформативность звеньев планетарной передачи (водила, осей сателлитов, ободов колес, подшипников, солнечной шестерни) оказывает существенное влияние на распределение нагрузки и напряжений изгиба зубьев по их длине. Уравнения совместности перемещений в этом случае при отсутствии самоустанавливаемости сателлитов (рис.2.8) имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 & x\beta - x[\gamma_0(d_0, b) + \gamma_{II}(b_{II}) + \gamma_H(d_H, b)] \cos \alpha_w + 0,5\varphi_a(x)d_{ba} - \\
 & - \delta_w[w(x) - w(0)] - h_k[\theta_a(x) - \theta_a(0) + \theta_g(x) - \theta_g(0)] + \\
 & + \frac{h}{I_k G_0} \int_0^x [hw(\xi) - t(\xi)](x - \xi) d\xi = 0; \\
 & \delta_t[t(0) - t(x)] = \frac{h^2}{I_k G_0} \int_0^x [hw(\xi) - t(\xi)](x - \xi) d\xi,
 \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

где  $\beta$  - угол начального неприлегания зубьев, обусловленный погрешностями изготовления и монтажа передачи;  $\gamma_0$  - угол перекоса сателлита, вызванный деформацией его оси;  $\gamma_{II}$  - угол перекоса сателлита, связанный с податливостью подшипников;  $\gamma_H$  - угол перекоса сателлита, обусловленный деформацией водила;  $d_0$  - диаметр оси сателлита;  $b_{II}$  - ширина подшипника;  $b$  - ширина венца сателлита;  $d_H$  - диаметр перемычки водила;  $\alpha_w$  - угол зацепления;  $d_{ba}$  - диаметр основной окружности солнечной шестерни;  $\theta_a(x), \theta_g(x), \theta_a(0), \theta_g(0)$  - угловые перемещения ободов солнечной шестерни и сателлита в зоне зацепления;  $h_k$  - плечо действующей на зуб силы относительно центра изгиба обода колеса;  $w$  - средняя погонная нагрузка в зацеплении;  $\varphi_a(x)$  - угол кручения солнечной шестерни в произвольном сечении относительно торца (рисунок 2.9).

Последний определяется по известной формуле сопротивления материалов:

$$\varphi_a(x) = \frac{n_w d_{ba}}{2J_{pa} G_0} \int_0^x w(\xi)(x - \xi) d\xi, \quad (2.19)$$

где  $J_{pa}$  - полярный момент инерции сечения солнечной шестерни ( $J_{pa} = \pi d_a^4 [1 - (d_{0a}/d_a)^4] / 32$ ),  $d_a$  - диаметр делительной окружности шестерни,  $d_{0a}$  - внутренний ее диаметр,  $n_w$  - число сателлитов передачи.

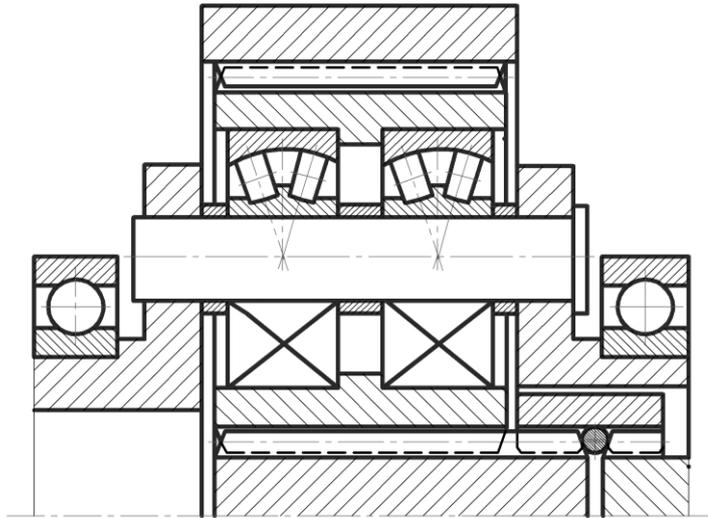


Рисунок 2.8 - Планетарная передача с двухпорными сателлитами и самоустанавливающейся солнечной шестерней

Используя методику [87], решим уравнения (2.18) по частям, рассмотрев вначале распределение нагрузки и напряжений изгиба без учета податливости основных звеньев передачи, учитывая только начальное неприлегание зубьев (угол неприлегания  $\beta$ ) и их податливость. В этом случае справедливы равенства (2.8) - (2.11).

Полученные уравнения и построенные по ним графики показывают, что характер изменения нагрузки, изгибающего момента и вызванных указанной нагрузкой напряжений изгиба по длине зуба аналогичны характеру начального неприлегания. В связи с этим уравнения (2.10), (2.11) могут быть представлены известной формулой А.И. Петрусевича, в которой удельная жесткость зацепления при определении коэффициента неравномерности распределения нагрузки

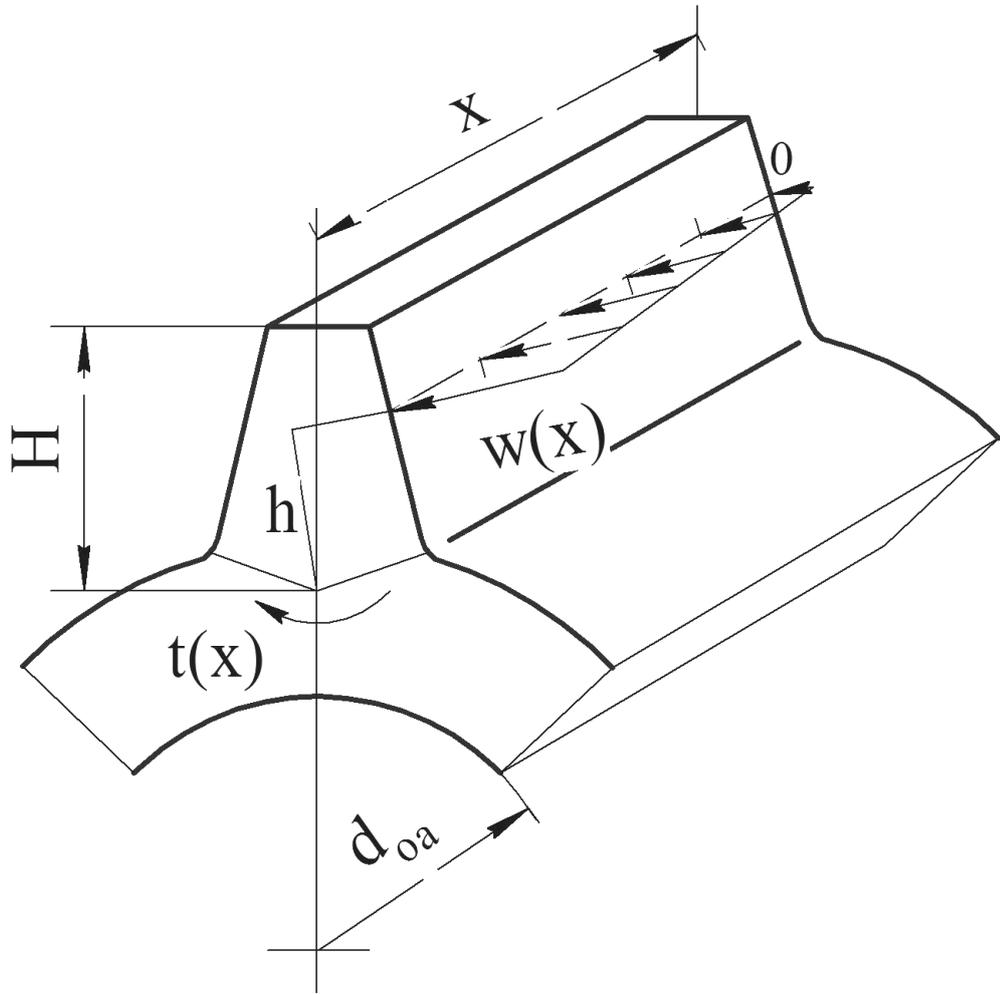


Рисунок 2.9 - Элемент солнечной шестерни и действующие на него силовые факторы

$$C_H(b) = C \left( 1 + \frac{2\delta_t}{\lambda b \delta_w} \frac{\cosh \lambda b - 1}{\sinh \lambda b} \right), \quad (2.20)$$

а при определении коэффициента неравномерности распределения момента и, следовательно, напряжений изгиба

$$C_F(b) = C \left( 1 - \frac{2}{\lambda b} \frac{\cosh \lambda b - 1}{\sinh \lambda b} \right). \quad (2.21)$$

На рисунке 2.10 представлены кривые зависимостей (2.20), (2.21), соответствующие жесткости зацепления  $C = 1/(\delta_w + \delta_t)$ ,  $\alpha = 20^\circ$  и контакту зубьев колес вблизи полюса зацепления ( $l \cong 1,05$ ;  $h \cong 1,1$ ).

Следовательно, выражения (2.8)-(2.11) представляют собой решение уравнений (2.18) при жестких основных звеньях передачи, то есть при  $\varphi_a(x) = 0$ ,

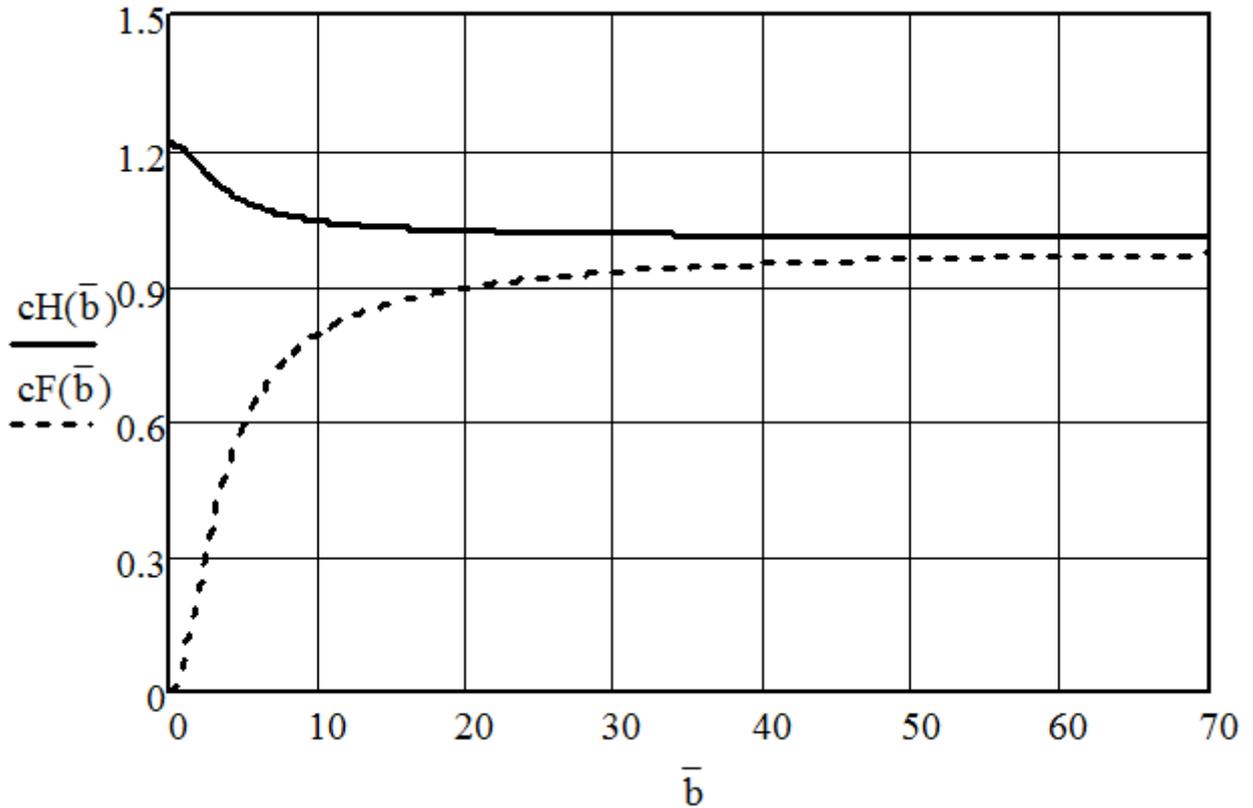


Рисунок 2.10 - Зависимости относительных жесткостей

$$cH(\bar{b}) = \frac{C_H(\bar{b})}{C}, \quad cF(\bar{b}) = \frac{C_F(\bar{b})}{C}$$

от относительной длины зуба  $\bar{b} = b/m$

$$\gamma_0(d_0, b) + \gamma_H(d_H, b) + \gamma_{II}(b_{II}) = 0, \quad \theta_a(x) - \theta_a(0) + \theta_g(x) - \theta_g(0) = 0.$$

С учетом равенств (2.20), (2.21) уравнения (2.8), (2.9) в этом случае могут быть записаны в виде [87]

$$\left. \begin{aligned} w(x) &= w(0) + \Phi(x)C_H(b), \\ \frac{t(x)}{h} &= \frac{t(0)}{h} + \Phi(x)C_F(b), \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

где функция неприлегания зубьев  $\Phi(x) = \beta x$ .

Для определения  $w(x)$ ,  $t(x)$  и соответствующих им коэффициентов неравномерности при наличии начального неприлегания зубьев, деформаций опор сателлита, его оси, водила, деформации кручения солнечной шестерни и податливости ободов колес можно использовать уравнения (2.22), в которых

$$\Phi(x) = \beta x - x[\gamma_0(d_0, b) + \gamma_{II}(b_{II}) + \gamma_H(d_H, b)] \cos \alpha_w + \frac{d_{ba}^2 n_w}{4J_{pa} G} \int_0^x w(\xi)(x - \xi) d\xi -$$

$$-h[\theta_a(x) - \theta_a(0) + \theta_g(x) - \theta_g(0)]. \quad (2.23)$$

Определим влияние деформации кручения солнечной шестерни на законы распределения нагрузки и напряжений изгиба зубьев при наличии начального их неприлегания, для чего воспользуемся вышеприведенными зависимостями. Тогда погонная нагрузка в зацеплении при неблагоприятном направлении начального неприлегания [87]

$$w(x) = w(0) + x\beta C_H(b) + \frac{d_{ba}^2 n_w C_H(b)}{4J_{pa} G} \int_0^x w(\xi)(x - \xi) d\xi. \quad (2.24)$$

Решение этого уравнения при  $w'(0) = \beta C_H(b)$  имеет вид

$$W(x) = \frac{w(x)}{w} = \frac{\cosh(\varepsilon x)}{\sinh(\varepsilon b)} \left\{ \varepsilon b - \frac{b\beta C_H(b)}{w\varepsilon b} [\cosh(\varepsilon b) - 1] \right\} + \frac{b\beta C_H(b)}{w\varepsilon b} \sinh(\varepsilon x), \quad (2.25)$$

где  $b\varepsilon = b \sqrt{\frac{d_{ba}^2 n_w C_H(b)}{4J_{pa} G}} = \frac{4\bar{b} \cos \alpha}{z_a} \sqrt{\frac{n_w (1 + \mu) C_H(b)}{\pi E [1 - (d_{0a}/d_a)^4]}}$ ,  $\mu$  – коэффициент Пуассона,

$z_a$  – число зубьев солнечной шестерни,  $\bar{b} = b/m$ .

После исключения  $\Phi(x)$  из уравнений (2.22) и выполнения преобразований с учетом уравнения статики

$$w - w(0) = \frac{C_H(b)}{C_F(b)} \left[ w - \frac{t(0)}{h} \right] \quad (2.26)$$

имеем

$$w(x) - w(0) = \frac{C_H(b)}{C_F(b)} [t(x) - t(0)] \frac{1}{h} \quad (2.27)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{t(0)}{h} &= \frac{C_F(b)}{C_H(b)} [w(0) - w] + w = \\ &= \frac{C_F(b)}{C_H(b)} \left\{ \frac{w}{\sinh(\varepsilon b)} \left[ \varepsilon b - \frac{b\beta C_H(b)}{w\varepsilon b} [\cosh(\varepsilon b) - 1] - w \right] + w \right\}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Подстановка равенства (2.28) в выражение (2.26) дает

$$T(x) = \frac{t(x)}{hw} = 1 + \frac{C_F(b)}{C_H(b)} \left[ \frac{w(x)}{w} - 1 \right]. \quad (2.29)$$

Максимальные значения найденных таким образом силовых факторов  $W(b)$  и  $T(b)$  представляют собой коэффициенты неравномерности без учета приработки зубьев [87]:

$$\left. \begin{aligned} K_w = K_{H\beta}^0 &= \varepsilon b \frac{\cosh(\varepsilon b)}{\sinh(\varepsilon b)} + \frac{\beta b C_H(b)}{w \varepsilon b} \frac{\cosh(\varepsilon b) - 1}{\sinh(\varepsilon b)}, \\ K_t = K_{F\beta}^0 &= 1 + \frac{C_F(b)}{C_H(b)} (K_{H\beta}^0 - 1). \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

На рисунках 2.11а, 2.12а приведены зависимости  $K_{H\beta}^0$ ,  $K_{F\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  при  $z_a = 18$ ,  $d_{0a} = 0$ ,  $n_w = 3$  и различных значениях безразмерной величины  $\gamma^* = \beta b C / w$ , построенные по приведенной методике при аналитическом методе определения составляющих деформации зуба, отличном от приведенного в работе [87]. На рис. 2.11б и 2.12б – аналогичные зависимости, построенные по данным В.Н. Кудрявцева, при этом коэффициент  $K_{F\beta}^0$  определялся в соответствии с рекомендацией ГОСТ 21354-87 по формуле  $K_{F\beta}^0 = (K_{H\beta}^0)^N$ , где для однопарного зацепления  $N = \bar{b}^2 / (\bar{b}^2 + 2\bar{b} + 4)$ .

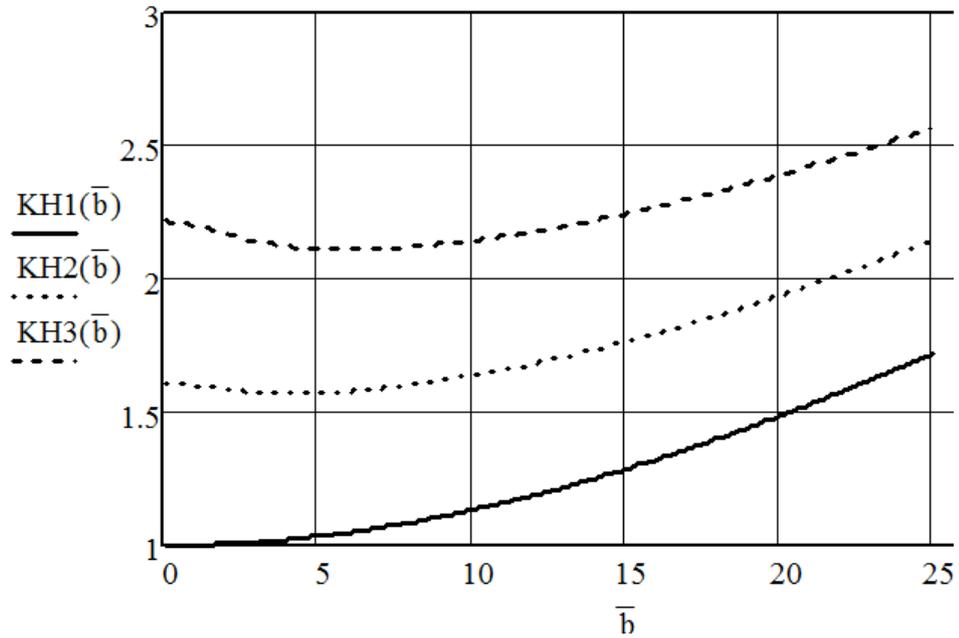
Используя выражения (2.22), (2.23), установим законы изменения силовых факторов зацепления с учетом начального неприлегания, податливости зубьев, деформации кручения солнечной шестерни, смещения одной щеки водила относительно другой, податливости оси и опор сателлита. Рассмотрим передачу с «плавающей» солнечной шестерней и несколькими сателлитами, каждый из которых установлен на оси посредством двух подшипников качения (см. рисунок 2.8). Используем известное [87] уравнение связи перемещений и нагрузки

$$w(x) = w(0) + \gamma_{\Sigma} x C_H(b) + \frac{d_{ba}^2 n_w C_H(b)}{4J_{pa} G} \int_0^x w(\xi)(x - \xi) d\xi, \quad (2.31)$$

решение которого имеет вид

$$W(x) = \frac{w(x)}{w} = \frac{\cosh(\varepsilon x)}{\sinh(\varepsilon b)} \left\{ \varepsilon b - \frac{b \gamma_{\Sigma} C_H(b)}{w \varepsilon b} [\cosh(\varepsilon b) - 1] \right\} + \frac{b \gamma_{\Sigma} C_H(b)}{w \varepsilon b} \sinh(\varepsilon x), \quad (2.32)$$

a)



б)

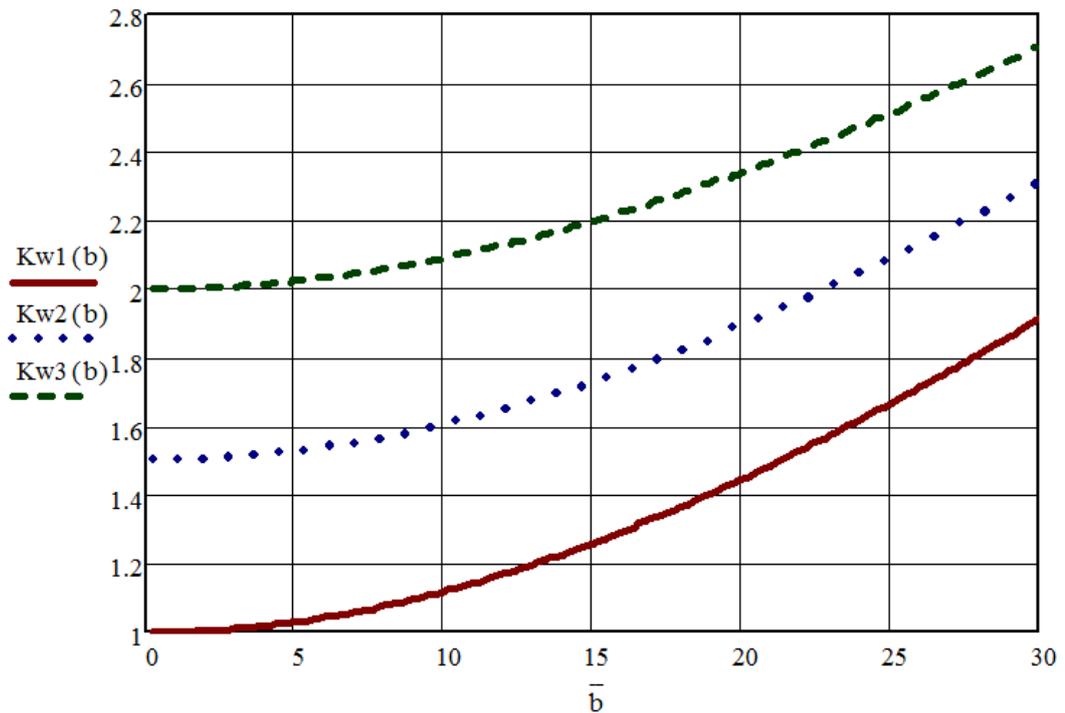
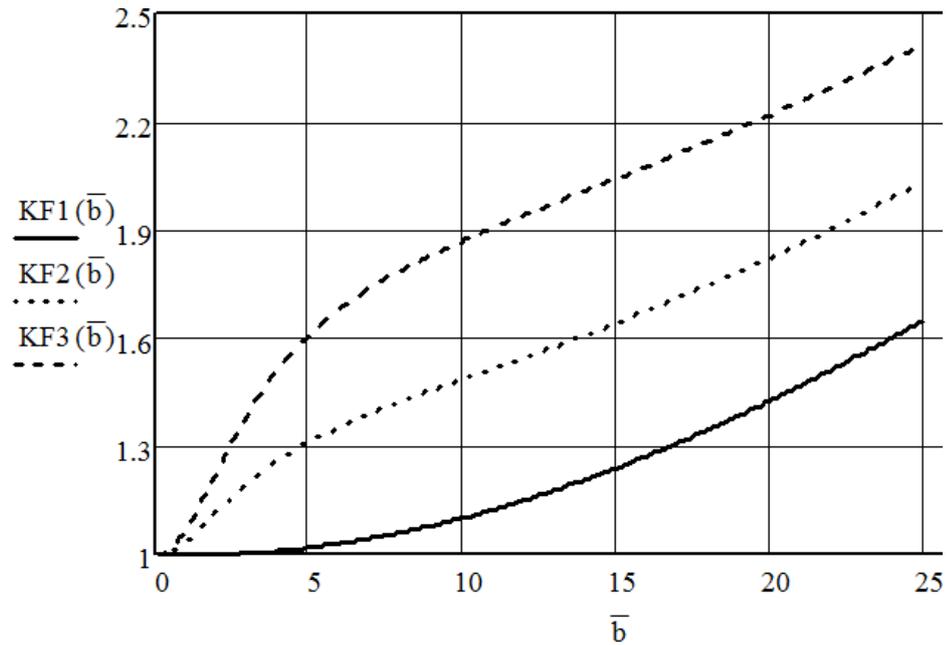


Рисунок 2.11 - Кривые зависимости  $K_w = K_{H\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  и  $\gamma^*$  при учете начального неприлегания зубьев, их податливости и деформации кручения шестерни (а – при комплексном решении задачи по уравнениям (2.30), б - по данным В.Н. Кудрявцева [50]):

----- (1) -  $\gamma^* = 0$ ; ..... (2) -  $\gamma^* = 1$ ; - - - - - (3) -  $\gamma^* = 2$

а)



б)

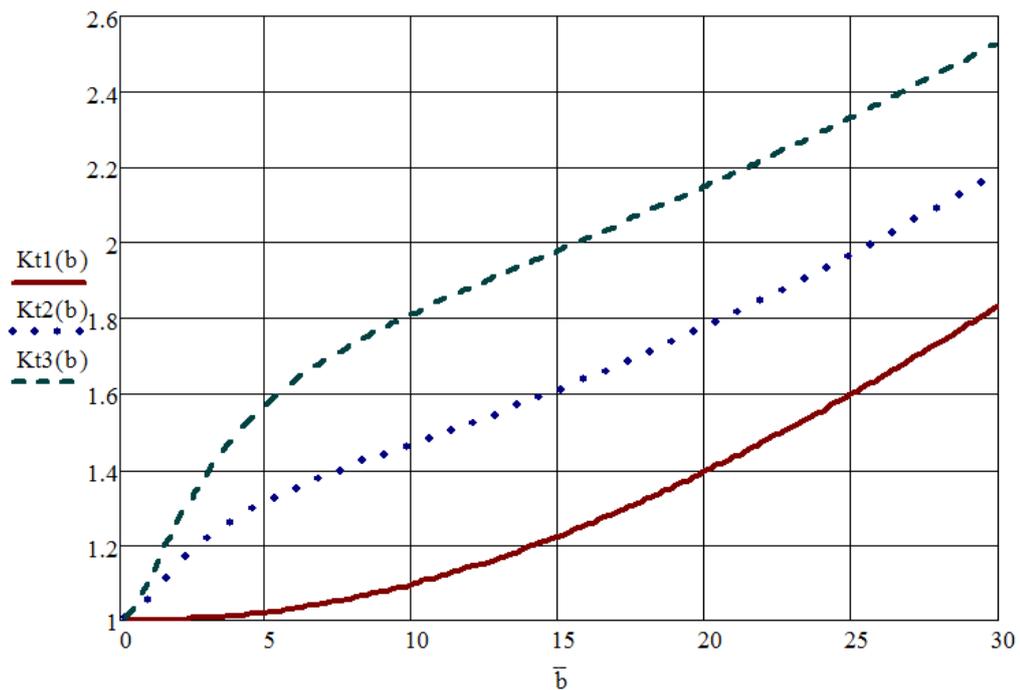


Рисунок 2.12 - Кривые зависимости  $K_t = K_{F\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  и  $\gamma^*$  при учете начального неприлегания зубьев, их податливости и деформации кручения шестерни (а – при комплексном решении задачи по уравнениям (2.30), б - по данным В.Н. Кудрявцева [50] с учетом рекомендации ГОСТ 21354-87):

----- (1) -  $\gamma^* = 0$ ; ..... (2) -  $\gamma^* = 1$ ; - - - - - (3) -  $\gamma^* = 2$

где  $\gamma_{\Sigma} = \beta - [\gamma_0(d_0, b) + \gamma_H(d_H, b) + \gamma_{II}(b_{II}, b)] \cos \alpha_w$ .

Определим входящие в это выражение деформации элементов передачи, учитывая близость к линейной зависимости погонной нагрузки в зацеплении от координаты  $x$ .

Прогиб оси и вызванный им угол перекоса сателлита  $\gamma_0$  найдем, используя формулы сопротивления материалов и учитывая принцип независимости действия сил. Тогда необходимую для определения угла перекоса разницу прогибов оси сателлита в местах установки подшипников найдем в соответствии со схемой (рисунок 2.13), где  $P_1, P_2$  - силы, действующие на подшипники и обусловленные разницей погонных нагрузок в крайних сечениях  $\Delta w = [w(b) - w(0)] \cos \alpha_w \cong 2[w(b) - w] \cos \alpha_w$ :

$$P_1 = 0,08b\Delta w; P_2 = 0,42b\Delta w.$$

Соответствующие им реакции опор (щек водила) (рис.2.14)

$$R_1 = \frac{2,1P_1(b + b_H)}{b + 0,66b_H} = \frac{0,17b\Delta w(b + b_H)}{b + 0,66b_H}, R_2 = P_1 + P_2 - R_1 = 0,5b\Delta w - R_1. \quad (2.33)$$

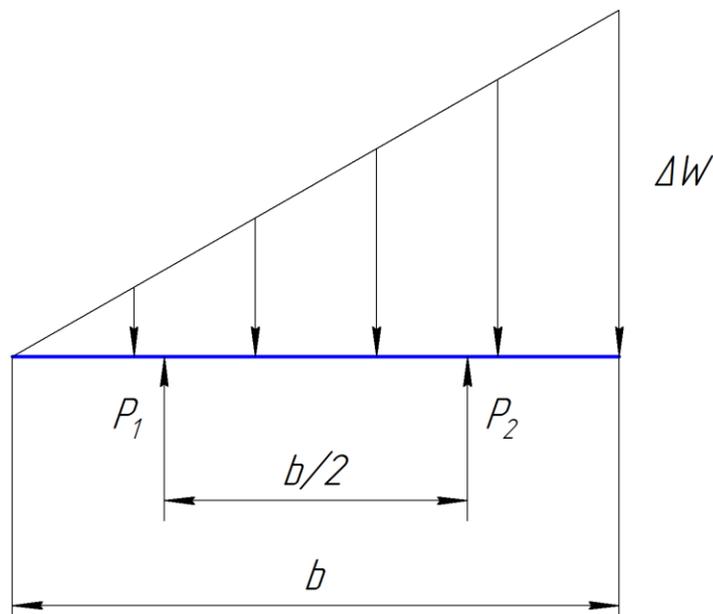


Рисунок 2.13 - Схема оси сателлита под действием части нагрузки, оказывающей влияние на ее перекося

Тогда, используя универсальное уравнение изогнутой оси, получим

$$\gamma_0 = \frac{|\Delta y_0|}{0,5b} = \frac{[w(b) - w](1,8 + 2,4\bar{b}_H)(0,75 + 0,52\bar{b}_H)^3 \cos \alpha_w}{\pi E b \bar{d}_0^4 (1 + 0,66\bar{b}_H)}. \quad (2.34)$$

Здесь  $\bar{d}_0$  – относительный диаметр оси ( $\bar{d}_0 = d_0 / b$ ),  $\bar{b}_H = b_H / b$ . Предполагалось, что нагрузка во внутреннем зацеплении распределяется равномерно (неподвижное центральное колесо обычно выполняется с тонким ободом для снижения неравномерности распределения нагрузки).

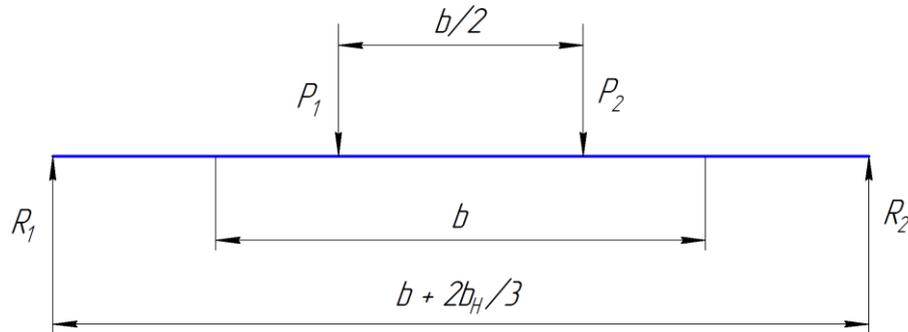


Рисунок 2.14 - Схема оси сателлита под действием сил со стороны подшипников и щек водила, обусловленных неравномерным распределением нагрузки в зацеплении

Для определения угла перекоса сателлита, вызванного осадкой подшипников качения,  $\gamma_{II}$  используем следующую зависимость:

$$\gamma_{II} = 2 \frac{\Delta y_{II}}{b} = \frac{P_2 - P_1}{0,5b b_{II} C_{II}} = 1,36 \frac{[w(b) - w] \cos \alpha_w}{b C_{II} \bar{b}_{II}}. \quad (2.36)$$

Здесь  $\bar{b}_{II} = b_{II} / b$ ;  $C_{II}$  - удельная жесткость роликовой опоры, которую можно определить в соответствии с работой [117] по следующей приближенной зависимости:

$$C_{II} = E / \sqrt[3]{6 \frac{K_{\Sigma} E b_{II}^3}{R_{\Sigma} P}},$$

где  $R_{\Sigma}$  - линейная величина, зависящая от радиусов кривизны поверхностей в сопряжениях роликов с кольцами подшипника;  $K_{\Sigma}$  - коэффициент, зависящий от

числа роликов, разницы кривизн сопрягаемых поверхностей, угла наклона оси ролика к оси подшипника;  $P$  - радиальная нагрузка на подшипник (для роликовых подшипников средней серии и наиболее часто используемых типоразмеров  $C_H \cong 0,1 \div 0,15E$ ).

Угол перекоса оси сателлита в результате деформации перемычек водила  $\gamma_H$  может быть найден в соответствии со схемой (рис. 2.15), где сила и момент, действующие на перемычку водила,

$$R_H = \frac{Q_2 a_w}{a_H} = \frac{a_w}{a_H (1 + 0,67 \bar{d}_H)} \left[ w(0,83 + 0,33 \bar{d}_H) + 0,17 w(b) \right] b \cos \alpha_w, \quad (2.37)$$

$$M_H = 0,5 R_H b. \quad (2.38)$$

Тогда

$$\gamma_H = \frac{y_H}{b} = \frac{b}{EI_0} \left( \frac{R_H b}{3} - \frac{M_H}{2} \right) = \frac{5,33 R_H}{\pi E b^2 d_H^4}. \quad (2.39)$$

Последнее выражение справедливо для конструкции, состоящей из двух соединенных круглыми перемычками жестких щек. Здесь  $a_w$  - межосевое расстояние,  $a_H$  - радиус окружности, проходящей через центры сечений перемычек,  $\bar{d}_H$  - относительный диаметр перемычки ( $\bar{d}_H = d_H / b$ ).

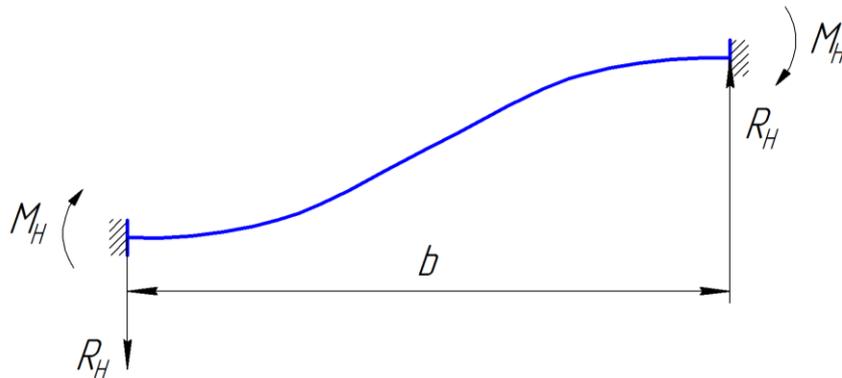


Рисунок 2.15 - Схема деформированной перемычки водила

Подставляя уравнения (2.34)-(2.39) в равенство (2.32), определим коэффициент неравномерности распределения нагрузки  $K_{H\beta}^0 = W(b) = w(b) / w$ , а

затем из уравнения (2.30) коэффициент неравномерности распределения изгибающего зуб момента  $K_{F\beta}^0$ :

$$K_{H\beta}^0 = \frac{\varepsilon b \frac{\cosh(\varepsilon b)}{\sinh(\varepsilon b)} + \frac{\cosh(\varepsilon b) - 1}{\varepsilon b \sinh(\varepsilon b)} \left[ \frac{\beta b}{w} + \frac{\cos^2 \alpha_w}{E} \left( \frac{1,5}{\pi \bar{d}_0^4} - \frac{4,2 a_w}{\pi a_H \bar{d}_H^4} + \frac{1,36 E}{C_{II} \bar{b}_{II}} \right) \right] C_H(b)}{1 + \frac{\cosh(\varepsilon b) - 1}{\varepsilon b \sinh(\varepsilon b)} \left( \frac{1,5}{\pi \bar{d}_0^4} + \frac{0,75 a_w}{\pi a_H \bar{d}_H^4} + \frac{1,36 E}{C_{II} \bar{b}_{II}} \right) C_H(b) \frac{\cos^2 \alpha_w}{E}}, \quad (2.40)$$

$$K_{F\beta}^0 = 1 + \frac{C_F(b)}{C_H(b)} (K_{H\beta}^0 - 1).$$

Приведенные уравнения (2.40) соответствуют  $\bar{b}_H = b_H / b = 0,3$ .

На рисунках 2.16, 2.17 приведены графики зависимостей  $K_{H\beta}^0$  и  $K_{F\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  при  $z_a = 18$ ,  $d_{0a} = 0$ ,  $n_w = 3$ ,  $C_{II} = 0,2E$ ,  $a_H = a_w$ ,  $\bar{d}_0 = d_0 / b = 0,5$ ,  $\bar{d}_H = d_H / b = 0,7$ ,  $\bar{b}_H = b_H / b = 0,3$ ,  $\alpha_w = 20^\circ$ ,  $\bar{b}_{II} = b_{II} / b = 0,4$  и различных значениях относительного начального неприлегания зубьев  $\gamma^* = \beta b C / w$ .

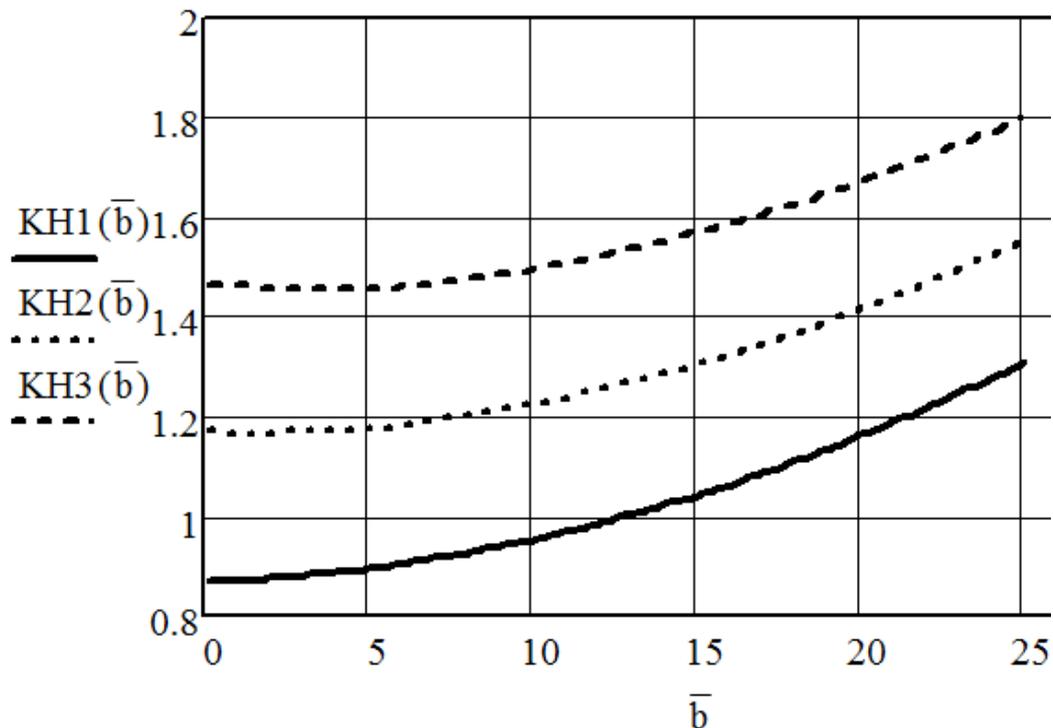


Рисунок 2.16 - Зависимость  $K_w = K_{H\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  и  $\gamma^*$  при учете начального неприлегания и податливости зубьев, деформации кручения шестерни,

податливости водила, оси и подшипников сателлита:

----- (1) -  $\gamma^* = 0$ ; ..... (2) -  $\gamma^* = 1$ ; - - - - - (3) -  $\gamma^* = 2$

При снижении толщины обода сателлита, начиная с величины  $3m$ , податливость зацепления возрастает, что положительно сказывается на распределении нагрузки по длине зуба (солнечная шестерня обычно выполняется с толстым ободом) [50,53]. На рисунках 2.18, 2.19 показаны графики зависимостей  $K_{H\beta}^0$  и  $K_{F\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  при тех же параметрах передачи, что и графики рисунков 2.16, 2.17, но при податливом ободу сателлита, толщина которого соответствует смещению нагруженного зуба сателлита на величину  $\Theta_g h_k = 13w(x)/E$ . Однако следует отметить, что чрезмерное снижение толщины обода может привести к его поломке. Поэтому использование тонкостенного обода сателлита может быть оправданным в передачах, рассчитанных на сравнительно небольшой срок службы.

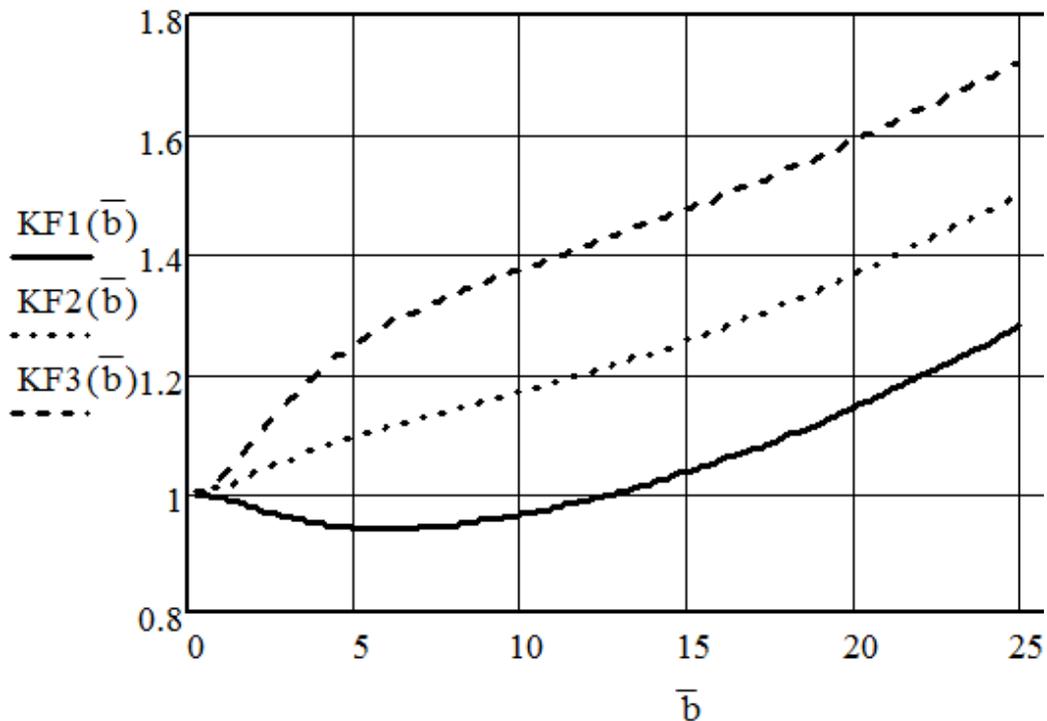


Рисунок 2.17 - Зависимость  $K_t = K_{F\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  и  $\gamma^*$  при учете начального неприлегания и податливости зубьев, деформации кручения шестерни, податливости водила, оси и подшипников сателлита:  
 ----- (1) -  $\gamma^* = 0$ ; ..... (2) -  $\gamma^* = 1$ ; - - - - - (3) -  $\gamma^* = 2$

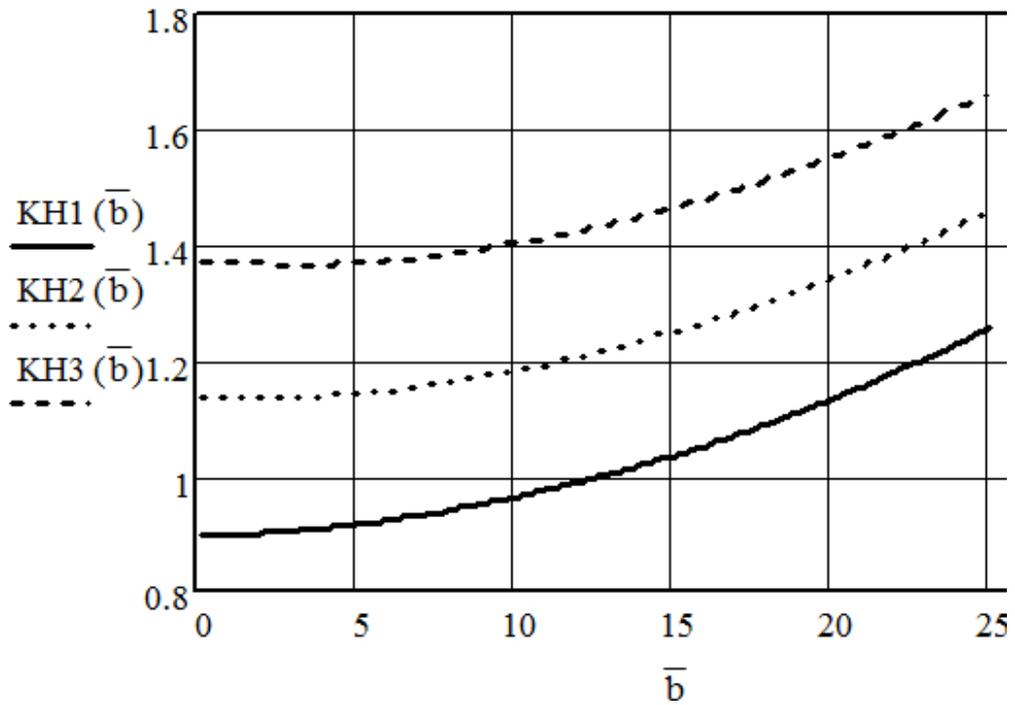


Рисунок 2.18 - Зависимость  $K_w = K_{H\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  и  $\gamma^*$  при учете начального неприлегания и податливости зубьев, деформации кручения шестерни, податливости водила, оси и подшипников сателлита с гибким ободом:

----- (1) -  $\gamma^* = 0$ ; ..... (2) -  $\gamma^* = 1$ ; - - - - - (3) -  $\gamma^* = 2$

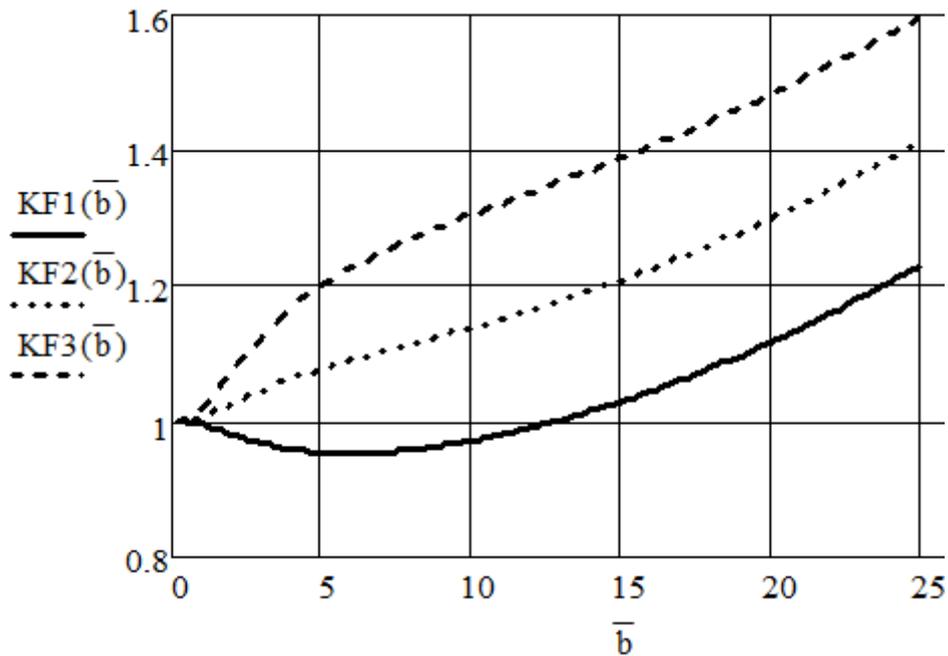


Рисунок 2.19 - Зависимость  $K_t = K_{F\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  и  $\gamma^*$  при учете начального неприлегания и податливости зубьев, деформации кручения шестерни, податливости водила, оси и подшипников сателлита с гибким ободом:

----- (1) -  $\gamma^* = 0$ ; ..... (2) -  $\gamma^* = 1$ ; - - - - - (3) -  $\gamma^* = 2$

Анализ приведенных зависимостей и построенных по ним графиков показывает, что при заданном угле начального неприлегания зубьев податливость оси сателлита, его подшипников качения, водила и обода сателлита оказывают существенное влияние на распределение нагрузки и напряжений изгиба зубьев по их длине, снижая коэффициенты неравномерности распределения этих силовых факторов. Так, при  $\bar{b} = b/m = 25$ ,  $\gamma^* = 1$  и рациональных параметрах передачи податливость оси сателлита, его опор, обода и водила обеспечивают снижение коэффициента неравномерности распределения нагрузки по длине зуба  $K_{НВ}^0$  примерно на 45%. Примерно на столько же снижается и коэффициент неравномерности распределения напряжений изгиба зуба  $K_{FB}^0$ .

### **2.3. Распределение нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес двухсателлитной передачи со сборным П-образным водилом**

Широко распространенные планетарные передачи Джеймса, обладая хорошими технико-экономическими показателями, имеют существенный недостаток: содержат сложное в изготовлении, нетехнологичное водило, выполняемое обычно в виде вала, жестко соединенного с одним-двумя дисками, в которых располагаются оси сателлитов [16;19;51].

При сравнительно небольшой нагрузочной способности передача может быть выполнена двухсателлитной со сборным водилом, представляющим собой П-образный элемент (изогнутый пруток), вставленный в паз или отверстие на выходном валу (рисунок 2.20). Концы этого элемента водила выполняют функцию осей сателлитов. Такую конструкцию целесообразно использовать в качестве быстроходной ступени двух- или многоступенчатой планетарной передачи.

Деформация прутка в приведенной конструкции ведет, с одной стороны, к неравномерному распределению нагрузки по ширине венца сателлита (если последний не является самоустанавливающимся), с другой стороны, способствует наиболее полному выравниванию нагрузки по сателлитам.

Установим влияние податливости П-образного элемента водила на распределение нагрузки по ширине венца сателлита при отсутствии его самоустанавливаемости [104]. Величины коэффициентов неравномерности  $K_{H\beta}, K_{F\beta}$  зависят от перекоса оси, вызванного кручением и прогибом элемента водила.

Угол кручения определим по известной формуле сопротивления материалов с учетом близости к линейному закону распределения нагрузки на ось сателлита (см. рисунок 2.20):

$$\varphi_K = \frac{32a_w qb}{\pi d^4 G} (L + x_c); \quad (2.41)$$

здесь  $a_w$  - межосевое расстояние передачи;  $G$  - модуль упругости 2 рода;  $d$  - диаметр прутка, из которого выполнен элемент водила (примерно равен диаметру оси сателлита);  $L$  - расстояние от оси прутка в месте его сопряжения с валом до торца подшипника;  $b$  - ширина подшипника сателлита;  $q$  - средняя погонная нагрузка на ось ( $q = 2w \frac{b_w}{b} \cos \alpha_w$ ,  $w$  - средняя погонная нагрузка в зацеплении,  $\alpha_w$  - угол зацепления,  $b_w$  - рабочая ширина венца сателлита);  $x_c$  - координата центра тяжести эпюры нагрузки; с учетом близости зависимости к линейной

$$x_c = \frac{\int_0^b q(x) x dx}{\int_0^b q(x) dx},$$

$$q(x) = \left[ \frac{2x}{b} (K_{H\beta}^0 - 1) - K_{H\beta}^0 + 2 \right] q. \quad (2.42)$$

Это выражение получено с учетом близости коэффициентов неравномерности распределения нагрузок в зацеплении и в зоне контакта оси с кольцом подшипника.

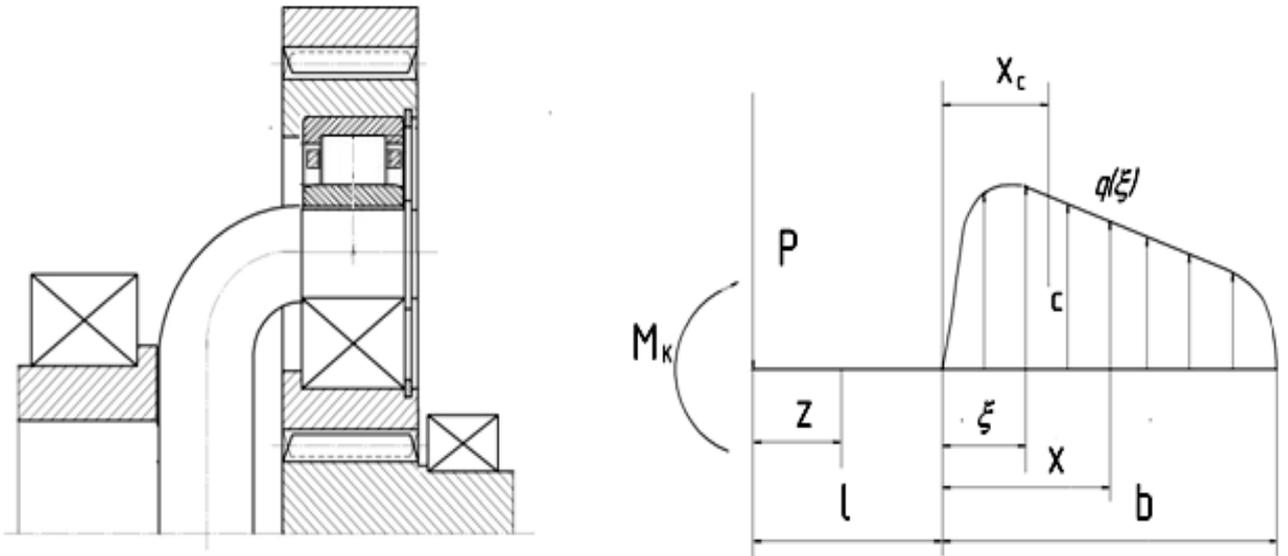


Рисунок 2.20 - Планетарная передача со сборным П - образным водилом и схема нагружения оси несамонастраивающегося сателлита

Угловое перемещение оси сателлита в плоскости симметрии (при  $x = 0,5b$ ) под действием изгибающего момента

$$\varphi_M = \frac{64}{\pi d^4 E} \left[ \int_0^l P(l + x_c - z) dz + \int_0^{b/2} M(x) dx \right], \quad (2.43)$$

где  $M(x) = P(x_c - x) + \int_0^x q(\xi)(x - \xi) d\xi$ ,  $l = L - 0,5d$ ,  $P = qb$ ,  $E$  - модуль Юнга.

Угол прогиба оси под действием поперечной силы

$$\varphi_Q = \frac{8,8}{\pi d^2 G b} \int_0^{b/2} [P - \int_0^x q(\xi) d\xi] dx. \quad (2.44)$$

Отсюда определяется суммарный угол перекоса оси

$$\gamma_\Sigma = \varphi_K + \varphi_M + \varphi_Q. \quad (2.45)$$

Подставив выражение (2.45) в равенство (2.10) и решая полученное уравнение при  $\beta = \gamma_\Sigma$  относительно  $K_w = K_{H\beta}^0$ , найдем зависимость указанного коэффициента от параметров передачи, а затем из выражения (2.30)  $K_{F\beta}^0$ .

На рисунках 2.21, 2.22 представлены графики зависимости коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и момента (или напряжений) изгиба

зуба от параметров передачи, построенные при  $b = b_w$ ;  $\bar{l} = l/b = 0,6$ ;  $b = 10m$  и различных значениях  $D = d/b$ , из которого следует, что даже при отсутствии начального неприлегания зубьев колес и минимальном угле кручения солнечной шестерни неравномерность распределения нагрузки и напряжений изгиба зубьев по ширине венца несоосного сателлита недопустимо велики вследствие деформативности сборного водила. В связи с этим целесообразно сателлиты установить на сферические подшипники либо предусмотреть другие методы выравнивания нагрузки и напряжений. Это же относится, как показывают расчеты, и к передачам с консольным расположением осей сателлитов в щеле водила.

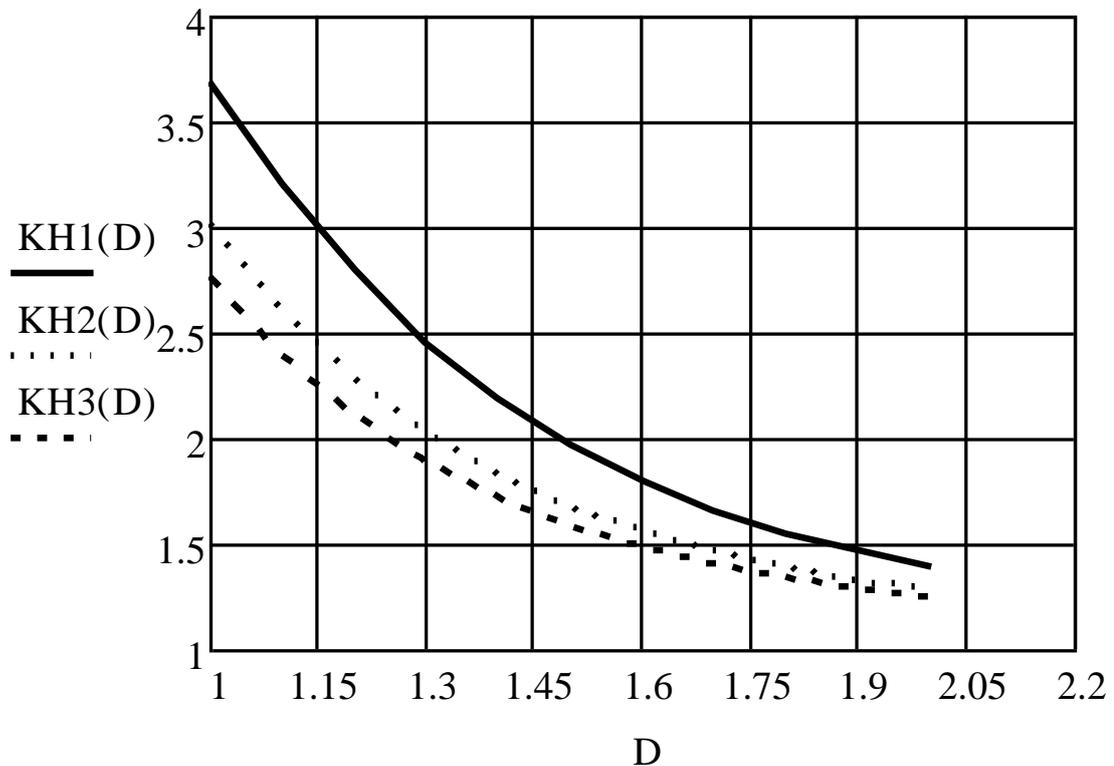


Рисунок 2.21 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по ширине венца несоосного сателлита  $KН = K_{Н\beta}^0$  от относительного диаметра оси водила  $D = d/b$ : -----(1) -  $A = a_w/b = 2$ ;  
 .....(2) -  $A = 1$ ; - - - - - (3) -  $A = 0,7$

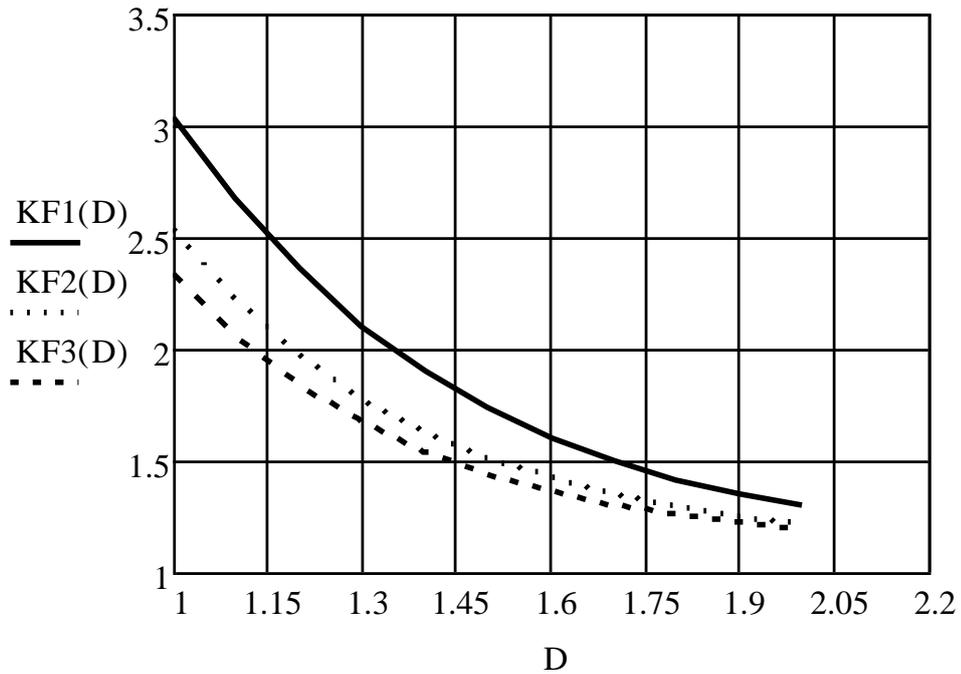


Рисунок 2.22 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения момента изгиба зуба по ширине венца несамоустанавливающегося сателлита  $KF = K_{FB}^0$  от относительного диаметра оси водила  $D = d/b$ :----- (1) -  $A = a_w/b = 2$ ; ..... (2) -  $A = 1$ ; - - - - - (3) -  $A = 0,7$

#### 2.4. Неравномерность распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев самоустанавливающихся сателлитов

Наиболее эффективным методом выравнивания нагрузки и напряжений изгиба по длине зубьев колес и по потокам мощности является установка сателлитов на сферические подшипники и выполнение солнечной шестерни «плавающей» (рисунок 2.23). В такой конструкции передачи начальное неприлегание зубьев, деформации оси сателлита, подшипников, водила практически не оказывают влияния на коэффициенты неравномерности  $K_{HB}^0, K_{FB}^0$ . При расположении сателлита на двух подшипниках качения для обеспечения его самоустанавливаемости подшипники устанавливаются в стакане со сферической внешней поверхностью. Однако нелинейный характер распределения нагрузки по длине зубьев, обусловленный кручением солнечной шестерни, является

причиной неравномерности распределения нагрузки и напряжений даже при самоустанавливающимися звеньях.

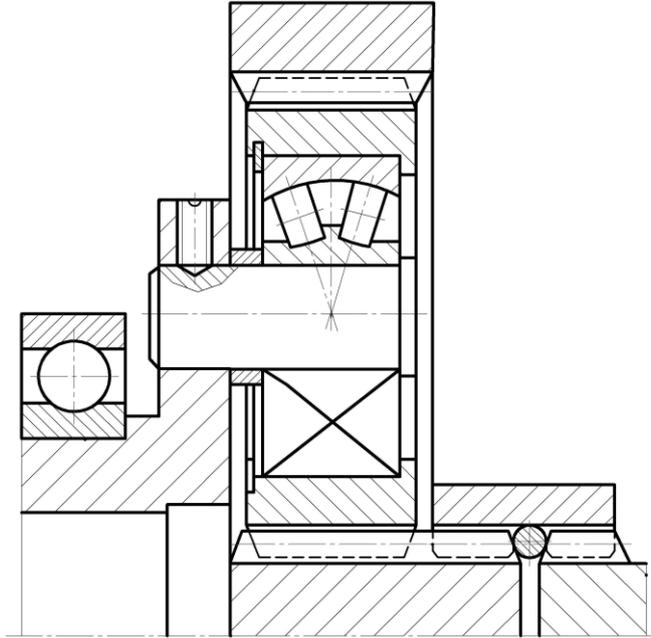


Рисунок 2.23 - Планетарная передача с самоустанавливающимися  
одновенцовыми сателлитами и «плавающей» солнечной шестерней

В указанной конструкции передачи с самоустанавливающимися сателлитами угол начального неперилегания  $\beta = 0$  и уравнение совместности перемещений (2.24) принимает вид

$$w(x) = w(0) + \frac{n_w C_H(b) d_{ba}^2}{4J_{pa} G} \int_0^x w(\xi)(x - \xi) d\xi. \quad (2.46)$$

Решение его с учетом уравнений статики  $\int_0^b w(x) dx = wb$ ,  $w(0) = w(b)$

$$\frac{w(x)}{w} = \frac{\varepsilon b 0,5}{\sinh(\varepsilon b)} [1 + \cosh(\varepsilon b)] ch(\varepsilon x) - 0,5 \varepsilon b \sinh(\varepsilon x), \quad (2.47)$$

а коэффициенты неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба

$$\left. \begin{aligned} K_{H\beta}^0 &= 0,5 \frac{\varepsilon b}{\sinh(\varepsilon b)} [1 + \cosh(\varepsilon b)], \\ K_{F\beta}^0 &= 1 + \frac{C_F(b)}{C_H(b)} (K_{H\beta}^0 - 1). \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

На рисунке 2.24 приведен график зависимости (2.47) для трехсателлитной конструкции передачи при  $z_a = 18$ . Из него следует, что при относительной ширине венца солнечной шестерни  $b^* = b/d_a \leq 1$  теоретически неравномерность распределения нагрузки сводится к минимуму за счет ликвидации избыточных связей и самоустанавливаемости сателлитов. Некоторое увеличение коэффициента  $K_{H\beta}^0$  по сравнению с теоретическим возможно в результате действия сил трения, препятствующих полной самоустановке. Однако при больших значениях  $b^*$  равномерность распределения нагрузки не обеспечивается и ликвидацией избыточных связей.

На рисунке 2.25 приведены графики зависимостей (2.48) при  $n_w = 3$ , показывающие, что в рациональной конструкции планетарной передачи отношение рабочей ширины венца солнечной шестерни к диаметру ее окружности  $b^*$  при самоустанавливающихся сателлитах не должно превышать 1,5, в противном случае величина коэффициента неравномерности распределения нагрузки  $K_{H\beta}^0 \geq 1,23$ .

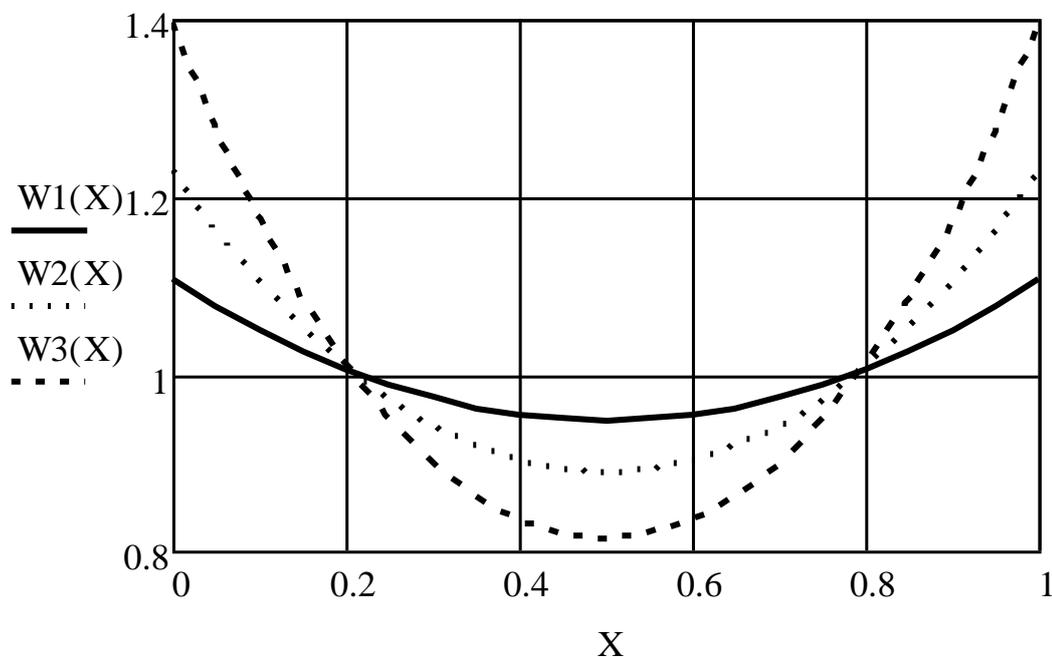


Рисунок 2.24 - Распределение нагрузки  $W(X) = w(X)/w$  по длине зуба солнечной шестерни при самоустанавливающихся сателлитах ( $X = x/b$ ): ----- (1) -  $b^* = 1$ ;  
 ..... (2) -  $b^* = 1,5$ ; - - - - - (3) -  $b^* = 2$

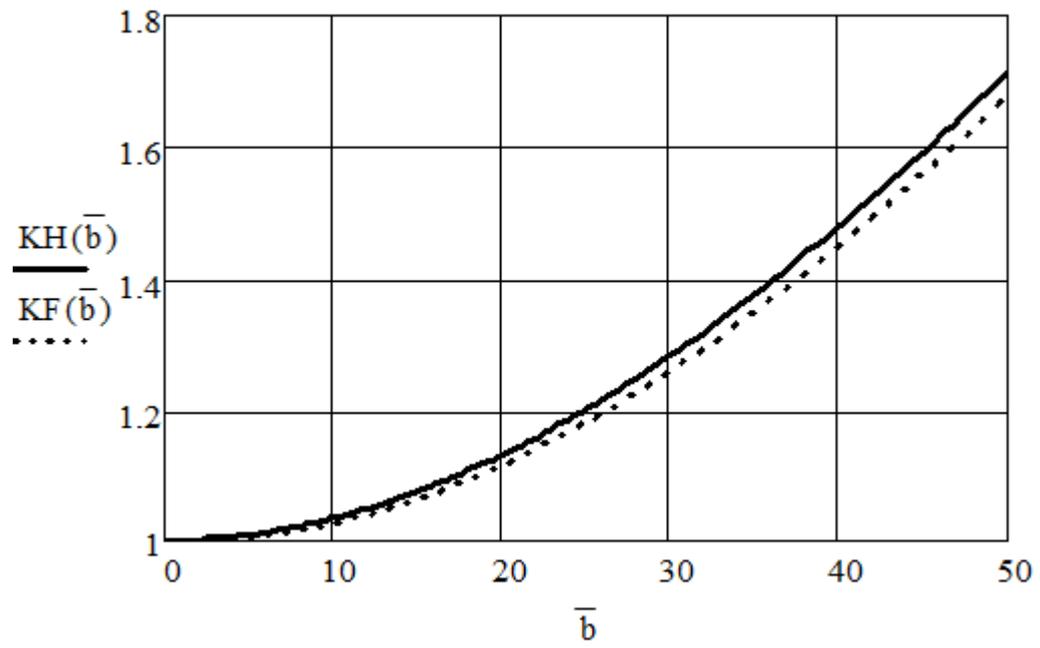


Рисунок 2.25 - Зависимости  $K_w = K_{H\beta}^0$  и  $K_t = K_{F\beta}^0$  от  $\bar{b} = b/m$  при  $z_a = 18$ ,  $n_w = 3$ ,  $d_{0a} = 0$  и самоустанавливающихся сателлитах

### 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ ПО ПОТОКАМ МОЩНОСТИ МНОГОСАТЕЛЛИТНОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ

#### 3.1. Влияние деформативности элементов на распределение нагрузки по потокам мощности передачи с двухпорными осями сателлитов и самоустанавливающимися звеньями

Для ликвидации избыточных связей и выравнивания нагрузки в зацеплениях колес планетарной передачи сателлиты располагаются на сферических подшипниках, а солнечная шестерня – на зубчатой подвеске (рисунок 3.1). Однако такая конструкция позволяет полностью избавиться от избыточных связей только при трехсателлитном ее исполнении. На практике же часто используются планетарные механизмы с большим числом сателлитов (пять и более). Неизбежные погрешности их изготовления приводят к неравномерному распределению нагрузки по потокам мощности даже при наличии «плавающих» и самоустанавливающихся звеньев. Податливость элементов передачи таких, как подшипники и оси сателлитов, частично компенсирует эти погрешности, поэтому важно исследовать влияние указанных факторов на величину коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности.

Деформация оси обусловлена ее податливостью в местах сопряжения с подшипником сателлита и щеками водила, а также прогибом на промежуточных участках (рисунок 3.2).

Представив ось в месте сопряжения со щекой водила балкой на упругом основании, запишем известное из строительной механики [33] уравнение нагруженно-деформированного состояния в следующем виде:

$$y''(x) = -\frac{q''(x)}{C} = \frac{M(x)}{IE} - 1,1 \frac{q(x)}{SG}, \quad (3.1)$$

где  $M(x) = M(0) - Fx + \int_0^x q(v)(x-v)dv$ ,  $M(0)$  - момент в сечении оси при  $x=0$ ,  $F$  - половина окружной силы, действующей на ось сателлита,  $C$  - контактная жесткость сопряжения (найденное экспериментальным путем значение  $C \cong E/1,2$ ),

$I$  – осевой момент инерции сечения,  $S$  - площадь поперечного сечения оси,  $E$  и  $G$  - модули упругости 1 и 2 рода, соответственно,  $q(x)$  - погонная нагрузка ( $q(x) = [\lambda - y(x)]C$ ,  $\lambda = const$ ).

Дифференцируя выражение (3.1) по  $x$  дважды, получим однородное дифференциальное уравнение четвертого порядка [75]

$$q^{IV}(x) - \frac{1,1C}{SG} q''(x) + \frac{C}{IE} q(x) = 0. \quad (3.2)$$

Решение этого уравнения методом Эйлера имеет следующий вид:

$$q(x) = C_1 \sinh(\gamma x) \sin(\beta x) + C_2 \cosh(\gamma x) \sin(\beta x) + C_3 \sinh(\gamma x) \cos(\beta x) + C_4 \cosh(\gamma x) \cos(\beta x), \quad (3.3)$$

где  $\gamma = \sqrt[4]{\frac{C}{IE}} \cos \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \frac{\sqrt{IEC}}{2GS} \right) \right]$ ,  $\beta = \sqrt[4]{\frac{C}{IE}} \sin \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \frac{\sqrt{IEC}}{2GS} \right) \right]$ .

Аналогично, на участке сопряжения оси сателлита с кольцом подшипника погонная нагрузка, найденная с учетом равенств  $\omega'(0) = \omega'''(0) = 0$ ,

$$\omega(z) = C_5 \sinh(\gamma z) \sin(\beta z) + C_6 \cosh(\gamma z) \cos(\beta z). \quad (3.4)$$

Постоянные интегрирования  $C_1 \div C_6$ , входящие в выражения (3.3), (3.4), определим из следующих уравнений статики и граничных условий:

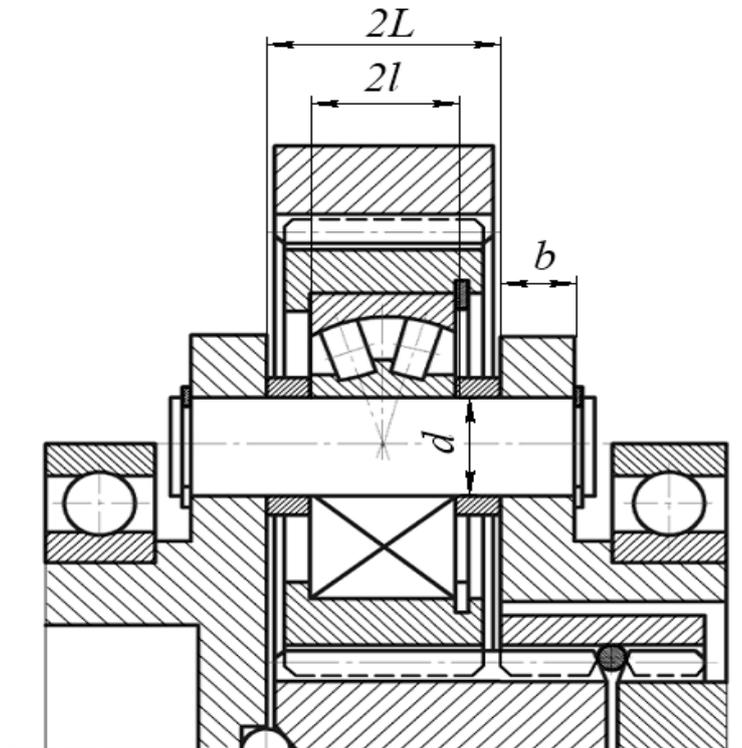


Рисунок 3.1 - Многопоточная планетарная передача с самоустанавливающимися звеньями

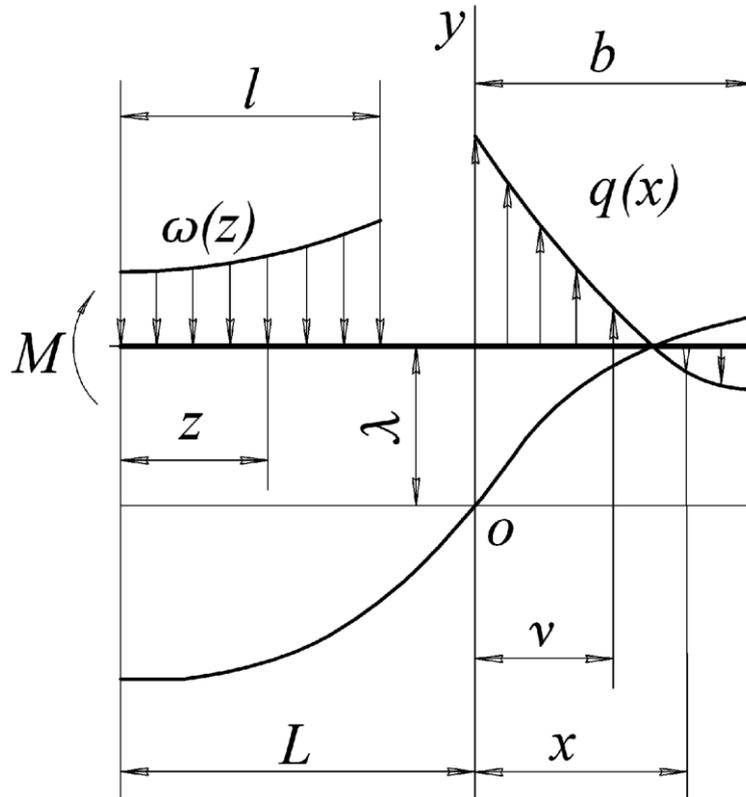


Рисунок 3.2 - Схема нагруженно-деформированного состояния оси сателлита планетарной передачи

$$1) \int_0^b q(x) dx = F ;$$

$$2) \int_0^l \omega(z) dz = F ;$$

3) при  $x = b$   $M(x) = 0$  и в соответствии с уравнением изогнутой оси (3.1)

$$q''(b) = 1,1 \frac{Cq(b)}{SG} ;$$

$$4) \text{ при } x = 0 \quad M(x) = M(0) = \int_0^b q(x) x dx = IE \left[ 1,1 \frac{q(0)}{SG} - \frac{q''(0)}{C} \right] ;$$

5) моменты изгиба на участках при  $x = 0$  и  $z = l$  связаны равенством

$$M(l) = IE \left[ \frac{\omega''(l)}{C} - 1,1 \frac{\omega(l)}{SG} \right] = F(L-l) + M(0) ;$$

6) взаимосвязь между угловыми деформациями участков оси имеет вид

$$-\frac{\omega'(l)}{C} = \frac{q'(0)}{C} + \frac{M(0)}{IE} (L-l) + 1,1 \frac{F}{SG} + \frac{F(L-l)^2}{2IE} .$$

На рисунке 3.3 приведены графики изменения относительной погонной нагрузки  $W(z) = \omega(z)/\omega$  и  $Q(x) = q(x)/q$  в зонах сопряжения оси сателлита с подшипником и щекой водила, построенные на базе выполненных таким образом расчетов ( $\omega$  и  $q$  - средние значения погонных нагрузок,  $X = x/b$ ,  $Z = z/l$ ).

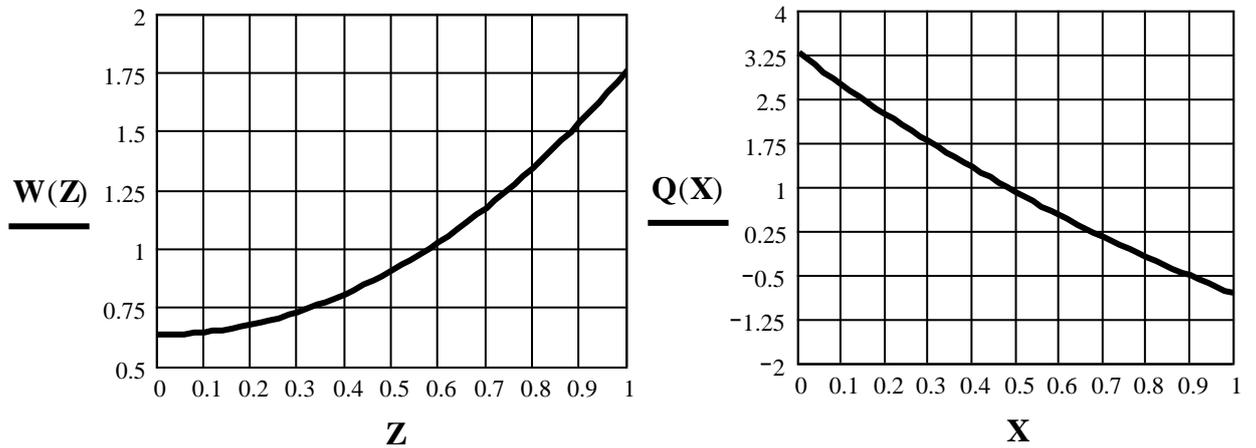


Рисунок 3.3 - Распределение нагрузки в зонах сопряжения оси сателлита с подшипником и щекой водила при  $\bar{b} = b/d = 0,6$ ,  $l/d = 0,5$ ,  $L/d = 1$

Окружное смещение сателлита, обусловленное деформацией его оси и сопрягаемых с ней щек водила и кольца подшипника,

$$y_0 = \frac{q(0)}{C} + \frac{\omega(l)}{C} + \frac{\omega'(l)}{C}(L-l) + \frac{M(0)}{2IE}(L-l)^2 + \frac{F}{3IE}(L-l)^3. \quad (3.5)$$

Сближение внешнего и внутреннего колец двухрядного сферического роликового подшипника под действием радиальной нагрузки  $2F$  зависит от размеров его элементов [5,6] и может быть определено следующим образом [117]:

$$y_P = 0.5 \left( n_H \sqrt[3]{\Sigma \rho_H} + n_B \sqrt[3]{\Sigma \rho_B} \right) \sqrt[3]{ \left[ \frac{15F(1-\mu^2)}{ZE \cos \beta} \right]^2 }, \quad (3.6)$$

где  $Z$  - число роликов в ряду,  $\beta$  - угол наклона оси ролика к оси подшипника,  $\Sigma \rho_H$  и  $\Sigma \rho_B$  - приведенные кривизны поверхностей в сопряжениях ролика с наружным и внутренним кольцами подшипника,  $\mu$  - коэффициент Пуассона,  $n_H$  и  $n_B$  -

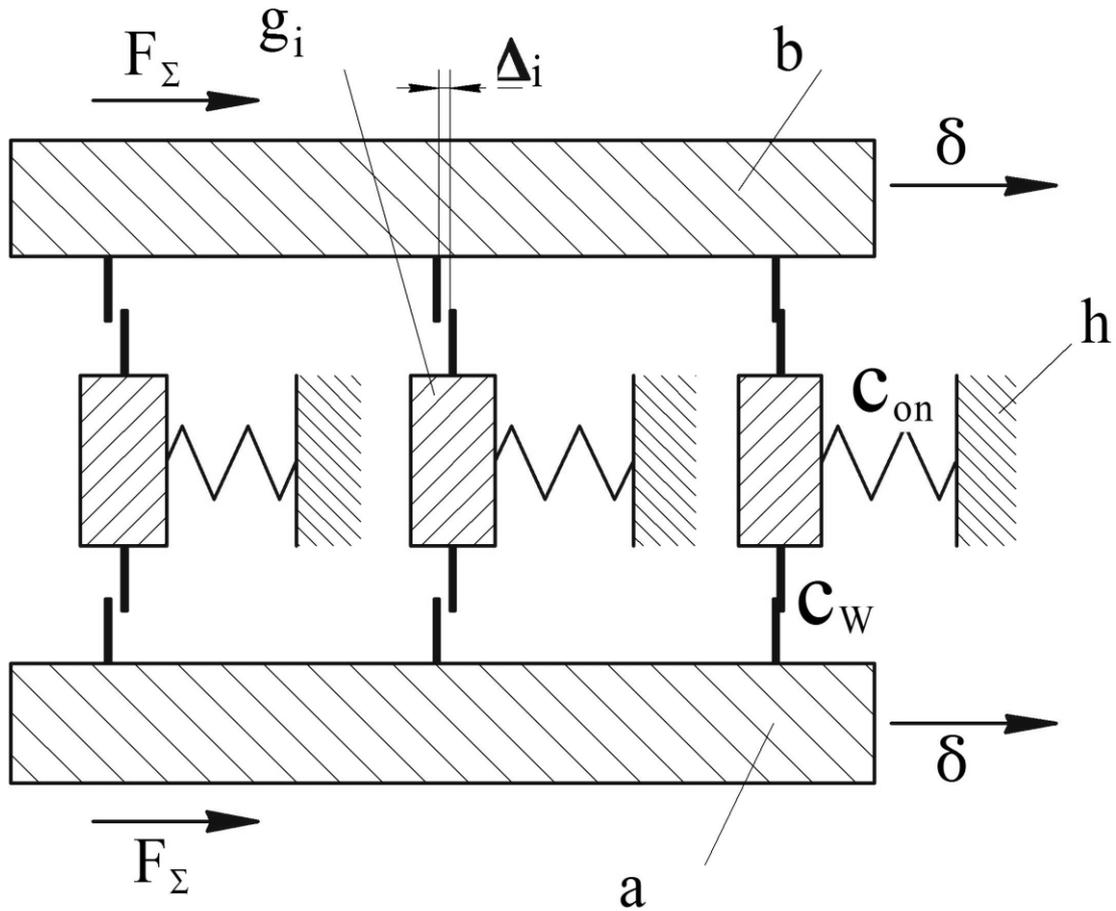


Рисунок 3.4 - Модель планетарной передачи как статически неопределимой механической системы

коэффициенты разности кривизн в сопряжениях ролика с наружным и внутренним кольцами подшипника.

Для определения нагрузки в зацеплениях колес и коэффициента неравномерности ее распределения по сателлитам представим передачу в виде статически неопределимой механической системы (рисунок 3.4) и воспользуемся известным из строительной механики методом сил [33], записав систему канонических уравнений в следующем виде [106]:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} F_{01} - \Lambda_{F1} &= 0, \\ \text{-----}, \\ \delta_{ii} F_{0i} - \Lambda_{Fi} &= 0, \\ \text{-----}, \\ \delta_{nn} F_{0n} - \Lambda_{Fn} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Здесь  $\delta_{11} = \dots = \delta_{ii} = \dots = \delta_{nn} = \delta_0$  – суммарная податливость  $i$ -го сопряжения механической системы (см. рисунок 3.4), равная перемещению от единичной окружной силы в зацеплении и учитывающая деформативность зубьев и других элементов передачи, влияющих на распределение нагрузки (величина обратная жесткости  $C_\Sigma = c_w b_w c_{on} \cos \alpha_w / (c_w b_w \cos \alpha_w + c_{on})$ );  $\alpha_w$  – угол зацепления;  $c_w$  – удельная жесткость зацепления ( $c_w \cong 0,075E$ );  $c_{on}$  – суммарная жесткость оси, опор и других выполненных податливыми элементов;  $F_{0i}$  – сила в  $i$ -м сопряжении механизма (окружная сила в зацеплении);  $\Lambda_{Fi}$  – перемещение  $i$ -го элемента механической системы под действием суммарной внешней нагрузки  $F_\Sigma$ ;

$$\Lambda_{Fi} = \delta - \Delta_i,$$

где  $\Delta_i$  – зазор в  $i$ -ом сопряжении (погрешность окружного расположения оси  $i$ -го сателлита);  $\delta$  – перемещение рам  $a$  и  $b$  под действием  $F_\Sigma$  (линейная деформация наиболее нагруженного сопряжения);

$$\delta = \left( \delta_0 F_\Sigma + \sum_{i=1}^n \Delta_i \right) / n.$$

Указанная система уравнений может быть представлена в следующем виде [75]:

$$\left. \begin{aligned} F_{n1} &= w_{n1} b_w = b_w c_w [\lambda - y_{01}(F_1) - \Delta_1 - y_{p1}(F_1)] \cos \alpha_w, \\ &\text{-----}, \\ F_{ni} &= w_{ni} b_w = b_w c_w [\lambda - y_{0i}(F_n) - \Delta_i - y_{pi}(F_i)] \cos \alpha_w, \\ &\text{-----}, \\ F_{nn} &= w_{nn} b_w = b_w c_w [\lambda - y_{0n}(F_n) - \Delta_n - y_{pn}(F_n)] \cos \alpha_w, \\ \sum_{i=1}^n F_{ni} &= F_n n = n w_n b_w, \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

где  $\lambda$  – окружная линейная деформация наиболее нагруженного сопряжения зубчатых колес;  $w_{ni}$  – нормальная погонная нагрузка в зацеплении сателлита с колесом или солнечной шестерней;  $w_n$  – средняя погонная нагрузка;  $n$  – число сателлитов;  $F_{ni}$  – нормальная нагрузка в зацеплении сателлита с колесом или солнечной шестерней ( $F_{ni} = F_i / \cos \alpha_w$ );  $b_w$  – рабочая ширина венца сателлита;  $F_n$  – среднее значение нормальной нагрузки в зацеплении ( $F_n = F / \cos \alpha_w$ );

перемещения  $y_{oi}$  и  $y_{pi}$  определяются из уравнений (3.5), (3.6) при  $F = F_i = F_{ni} \cos \alpha_w$ .

Подстановка в систему (3.7) перемещений, выраженных через соответствующие сателлитам силы  $F_i$  уравнениями (3.5), (3.6), позволяет определить составляющие нагрузки и коэффициент неравномерности ее распределения  $K = F_{n\max} / F_n$ .

На рисунках 3.5, 3.6, 3.7 приведены графики зависимости коэффициента неравномерности  $K$  от относительной погрешности  $\Theta = \frac{Eb_w \Delta}{F_n}$  для пяти-, шести- и семисателлитной конструкций передачи при углах зацеплений колес  $\alpha_w = 20^\circ$  и разных значениях параметров механизма. Графики соответствуют подшипникам средней серии и неблагоприятному для передачи с «плавающей» солнечной шестерней соотношению между отклонениями осей сателлитов от теоретически точного положения: при  $n=5$   $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ ,  $\Delta_3 = \Delta_4 = \Delta_5 = 0$ ; при  $n=6$   $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = \Delta$ ,  $\Delta_5 = \Delta_6 = 0$ ; при  $n=7$   $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = \Delta$ ,  $\Delta_5 = \Delta_6 = \Delta_7 = 0$ .

Для оценки точности аналитического метода расчета деформативности элементов передачи осуществлено исследование напряженно-деформированного состояния оси и сопрягаемых с ней деталей с помощью конечно-элементного анализа в среде Solid Works, результаты которого близки к полученным по вышеприведенным зависимостям значениям податливости.

Оценить нагрузочную способность многосателлитной планетарной передачи можно, воспользовавшись зависимостью  $T = T_1 n / K$  ( $T_1$  – момент, приходящийся на один сателлит). Из выполненных таким образом расчетов следует, что при «плавающей» солнечной шестерне и неблагоприятном соотношении между отклонениями осей сателлитов от теоретически точного положения нагрузочная способность пятисателлитной конструкции, степень точности, размеры и нагрузка в зацеплениях которой соответствуют величине  $\Theta = \frac{Eb_w \Delta}{F_n} = 50$ , практически не

отличается от указанного показателя передачи с шестью сателлитами, так как повышение нагрузочной способности за счет увеличения числа потоков мощности компенсируется повышением коэффициента неравномерности распределения нагрузки в зацеплениях колес. Нагрузочная способность семисателлитной передачи при наличии погрешностей ее изготовления превышает указанный технико-экономический показатель пяти- и шестисателлитной конструкций примерно на 20%-30% (при отсутствии погрешностей – на 40% и 17%, соответственно), что следует учитывать как при расчете на прочность, так и определении вибро-акустических характеристик планетарных передач.

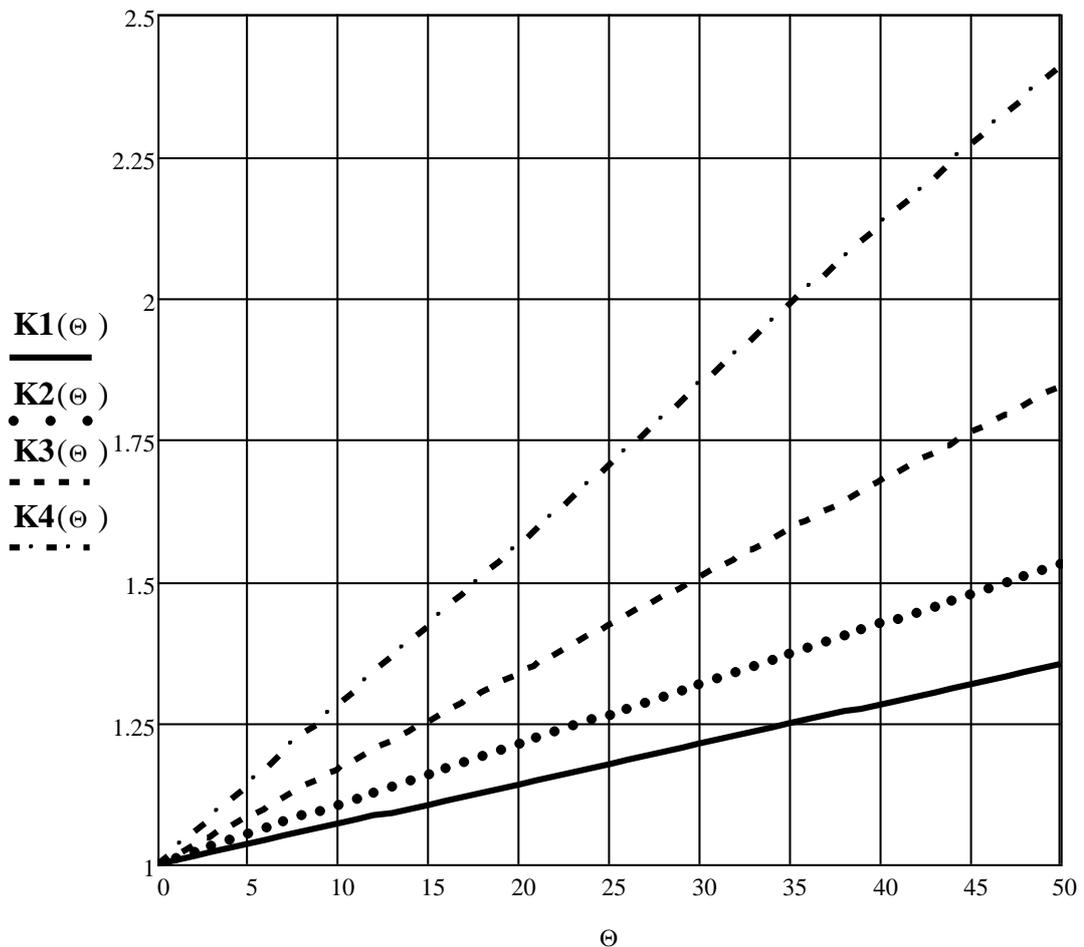


Рисунок 3. 5 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности от относительной погрешности при  $n = 5$ ,

$0,5 \leq b/d \leq 0,7$ ,  $l/d = 0,5$ ,  $b_w/L = 1,8$ : ----- (1) -  $L/d = 1$ ; ..... (2) -  $L/d = 0,7$ ; - - - - -  
 (3) – жесткие оси и водило; - . - . - . (4) - жесткие оси, водило и подшипники

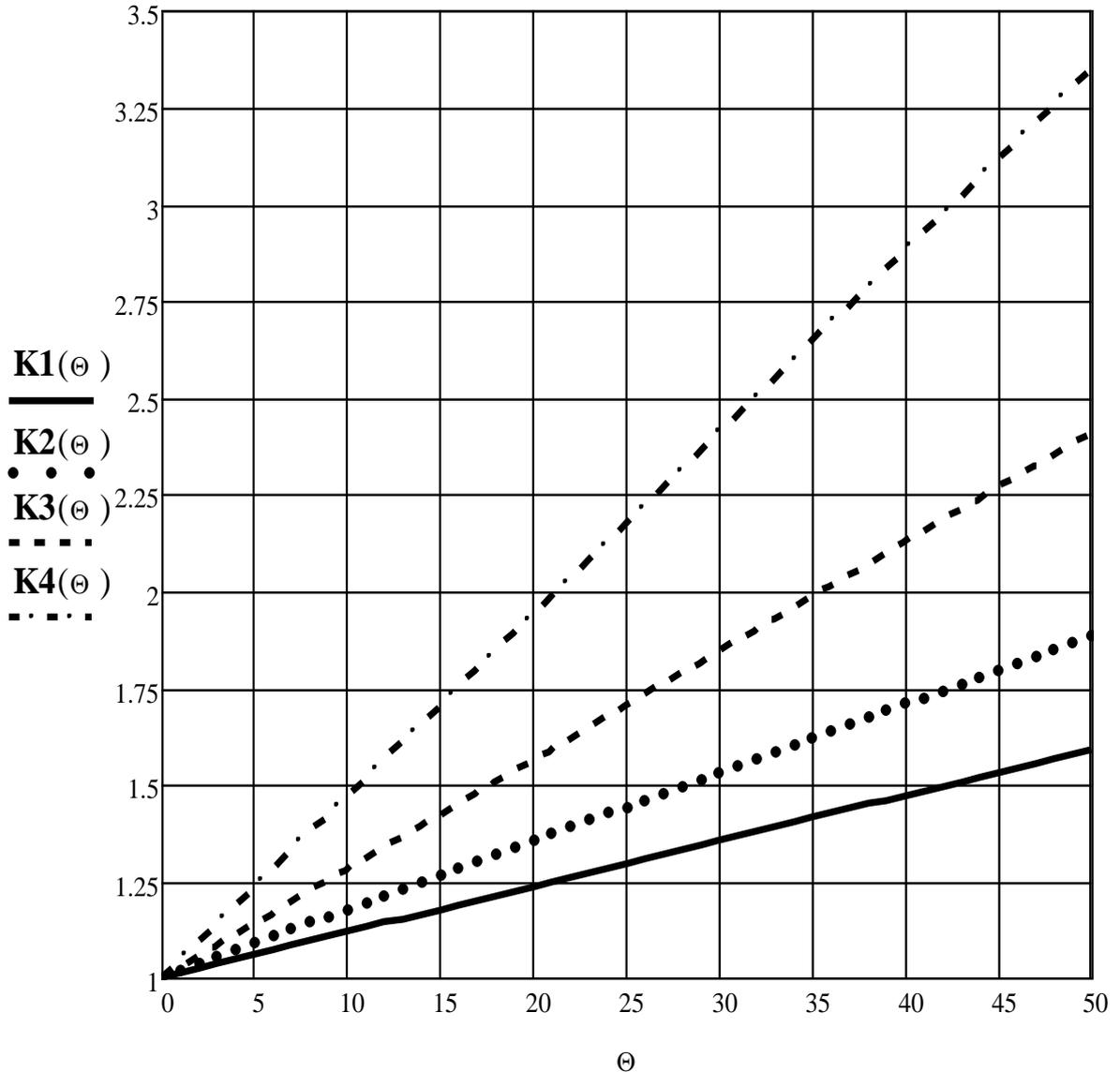


Рисунок 3.6 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности от относительной погрешности при  $n = 6$ ,  $0,5 \leq b/d \leq 0,7$ ,  $l/d = 0,5$ ,  $b_w/L = 1,8$ : ----- (1) -  $L/d = 1$ ; ..... (2) -  $L/d = 0,7$ ; - - - - - (3) - жесткие оси и водило; - . - . - . (4) - жесткие оси, ВОДИЛО И ПОДШИПНИК

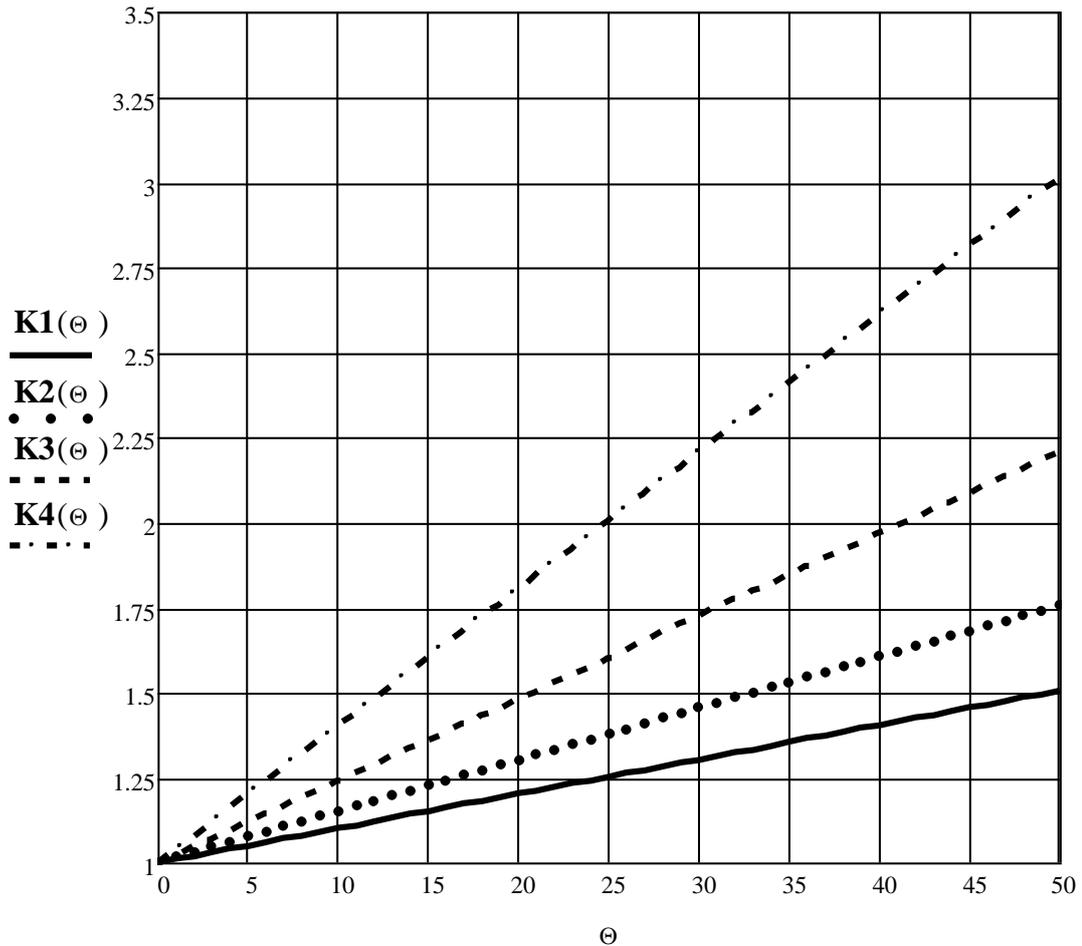


Рисунок 3.7- Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности от относительной погрешности при  $n = 7$ ,  $0,5 \leq b/d \leq 0,7$ ,  $l/d = 0,5$ ,  $b_w/L = 1,8$ :----- (1) -  $L/d = 1$ ; ..... (2) -  $L/d = 0,7$ ; - - - - (3) - жесткие оси и водило; - . - . - (4) - жесткие оси, водило и подшипник

### 3.2. Распределение нагрузки по сателлитам на консольных осях

Выполнение основного звена передачи самоустанавливающимся («плавающим») требует дополнительных затрат на изготовление механизма самоустановки (чаще всего в качестве такового используется зубчатая муфта, реже муфта Ольдгейма) и ведет к увеличению размеров передачи. В то же время податливость звеньев планетарной передачи (особенно при консольном исполнении осей сателлитов) способствует снижению коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности и при рационально подобранных параметрах может обеспечить близкое к равномерному

распределение нагрузки даже при сравнительно невысокой степени точности изготовления привода и отсутствии механизма самоустановки солнечной шестерни или другого основного звена (рисунок 3.8) [62].

В этом случае коэффициент неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности, учитывающий деформацию консольных осей сателлитов, щеки водила, податливость подшипников качения и зубьев колес, может быть найден по выражениям (3.7).

На рисунке 3.9 представлен график зависимости коэффициента неравномерности  $K$  от  $\Theta = \frac{Eb_w \Delta}{F_n} = \frac{\Delta E}{w_n}$  для трехсателлитной передачи при отсутствии «плавающих» звеньев,  $\alpha_w = 20^\circ$ ;  $\bar{l} = l/d = 1$ ;  $\bar{b}_w = b_w/l = 1$ ;  $\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta$ ;  $\Delta_1 = 0$  (наиболее неблагоприятный в отношении распределения нагрузки случай) и различных значениях  $\bar{b} = b/d$  ( $b$  – ширина щеки водила,  $d$  – диаметр оси сателлита,  $l$  – длина консольной части оси,  $b_w$  – рабочая ширина колеса).

На рисунке 3.10 приведен график зависимости  $K$  от  $\Theta$  для четырехсателлитной конструкции с «плавающей» солнечной шестерней при  $\alpha_w = 20^\circ$ ;  $\bar{l} = 1$ ;  $\bar{b}_w = 1$ ;  $\Delta_3 = \Delta_4 = \Delta$ ,  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$  (при неблагоприятном распределении погрешностей расположения осей сателлитов самоустанавливаемость основных звеньев приводит к выравниванию нагрузки только по двум сателлитам).

Рисунки 3.9, 3.10 соответствуют податливости подшипников средней серии.

Из графиков следует, что деформация консольных осей ведет к существенному снижению неравномерности распределения нагрузки по сателлитам передачи с избыточными связями. При  $\bar{b} = b/d = 0,6$  неравномерность распределения нагрузки по сателлитам мала даже при значительной погрешности изготовления передачи. Однако в этом случае существует опасность выхода планетарного механизма из строя из-за больших напряжений в зоне сопряжения оси со щекой водила, поэтому такую конструкцию с малой относительной толщиной щеки водила целесообразно использовать при сравнительно небольшом моменте на выходном валу и осуществлять анализ напряженно-деформированного состояния сопряжения.

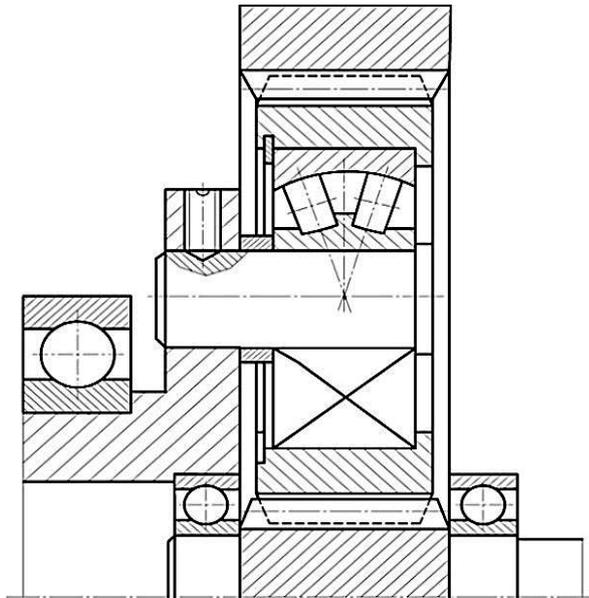


Рисунок 3.8 - Планетарная передача 2К-Н с консольными осями сателлитов и отсутствии самоустанавливающихся основных звеньев

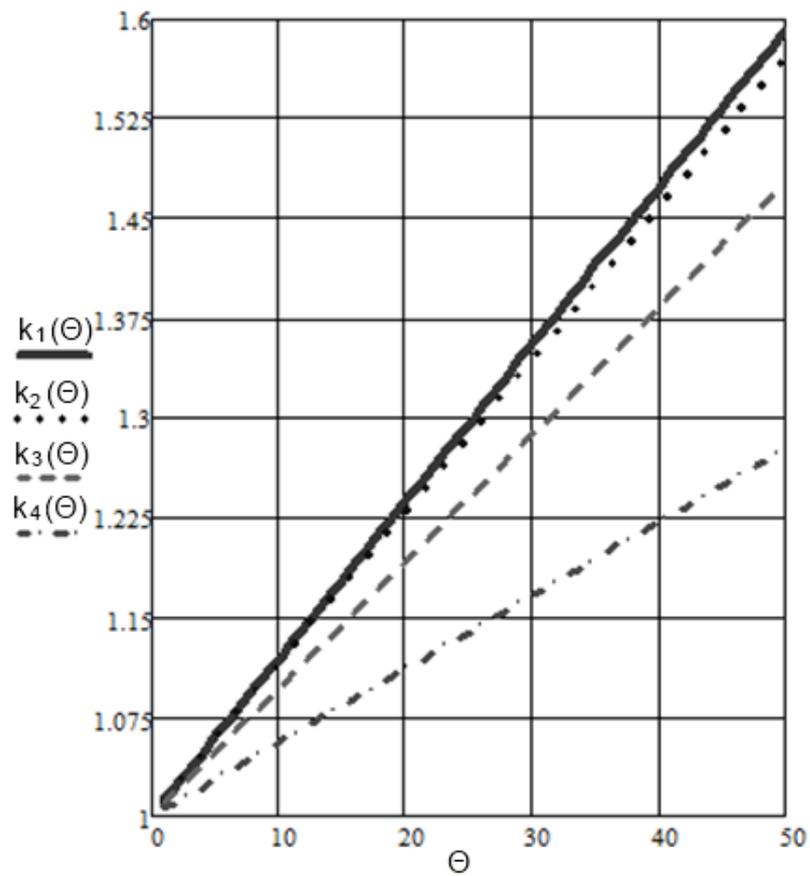


Рис.3.9. График зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки по трем сателлитам от величины относительного начального неприлегания зубьев: — (1) -  $\bar{b} = 2$ ;  $\dots\dots$  (2) -  $\bar{b} = 1,5$ ;  $\text{---}$  (3) -  $\bar{b} = 1$ ;  $\text{-}\cdot\text{-}\cdot\text{-}$  (4) -  $\bar{b} = 0,6$

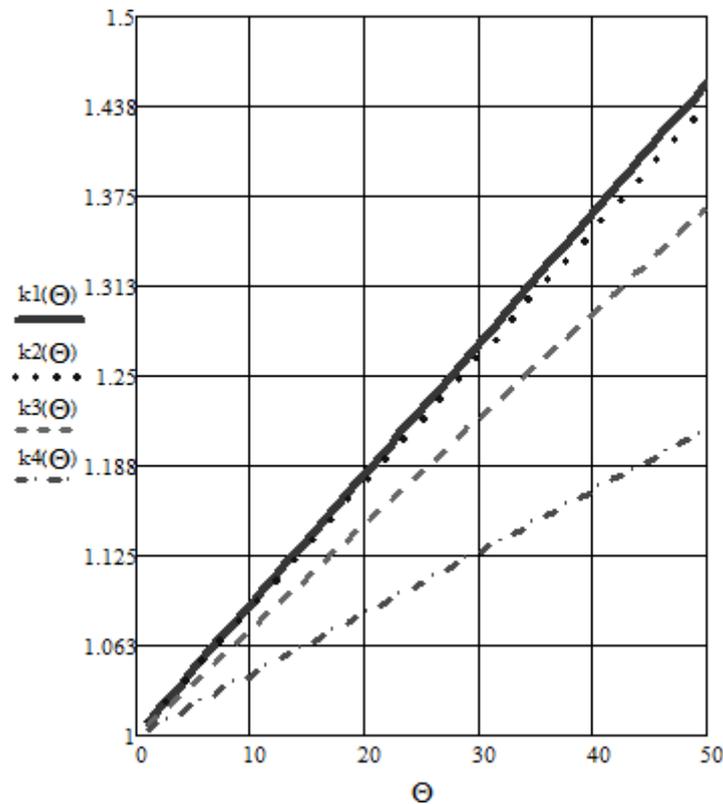


Рисунок 3.10 - График зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки по четырем спутникам от величины относительного начального неприлегания зубьев: — (1) -  $\bar{b} = 2$ ; ..... (2) -  $\bar{b} = 1,5$ ; ----- (3) -  $\bar{b} = 1$ ; -.-.-.- (4) -  $\bar{b} = 0,6$

### 3.3. Распределение нагрузки по спутникам планетарной передачи со сборным П-образным водилом

Конструкция сборного П – образного водила позволяет снизить отрицательное влияние погрешностей изготовления передачи на распределение нагрузки по спутникам за счет их самоустановки (см. рисунок 2.20). Однако силы трения П – образного элемента в зоне его сопряжения со ступицей выходного вала препятствуют полному выравниванию нагрузки. Рассмотрим равновесие указанного элемента под действием приложенных к нему сил (рисунок 3.11).

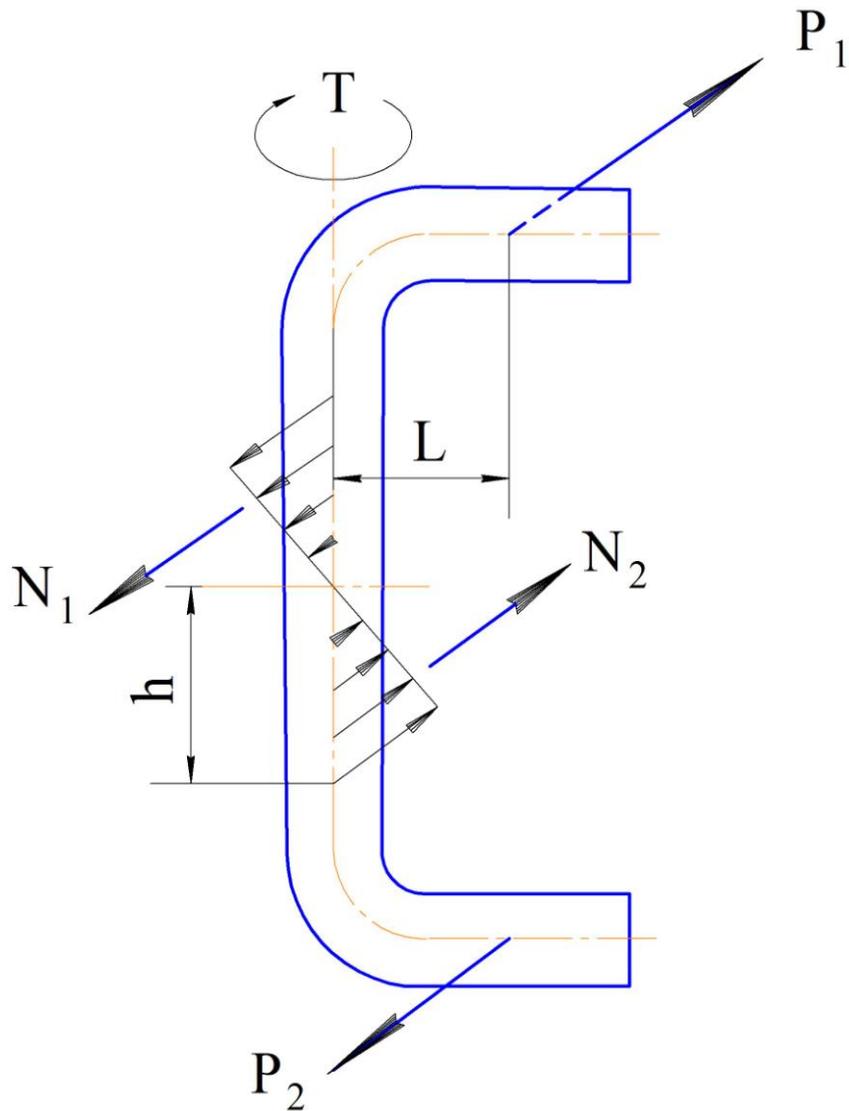


Рисунок 3.11 - Схема нагружения элемента сборного водила

При  $P_1 > P_2$  соотношение между окружными силами, действующими на оси сателлита, и моментом сил трения водила о ступицу выходного вала  $T$

$$(P_1 - P_2)L - T = 0, \quad (3.8)$$

где  $L = l + 0,5b$ ,  $T = 0,5F_T d$ ,  $F_T$  - сила трения, определяемая с учетом близости к линейному закону распределения нагрузки по длине площадки контакта П – образного водила и ступицы выходного вала (см. рисунки 2.20, 3.11):

$$\frac{2}{3}h(N_1 + N_2) = a_w(P_1 + P_2), \quad (3.9)$$

$$F_T = f(N_1 + N_2) = \frac{3a_w f(P_1 + P_2)}{2h}. \quad (3.10)$$

Здесь  $f$  - коэффициент трения ( $f \cong 0,1$ ),  $h$  - радиус ступицы выходного вала.

Учитывая, что  $P_2 = 2P - P_1$  ( $P$  - средняя окружная сила, действующая на ось сателлита), получим

$$K = \frac{P_1}{P} = 1 + \frac{3a_w f d}{4hL}. \quad (3.11)$$

На рисунке 3.12 приведен график зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки между двумя сателлитами планетарной передачи со сборным  $\Pi$  – образным водилом (см. рисунок 2.20) при  $b = b_w$ ;  $\bar{l} = l/b = 0,6$ ;  $b = 10m$  и различных значениях  $D = d/b$ ,  $\bar{H} = h/a_w$ .

Из графика следует, что с ростом диаметра прутка, из которого выполнен  $\Pi$  – образный элемент водила, коэффициент неравномерности распределения нагрузки по двум самоустанавливающимся (на сферических опорах) сателлитам возрастает, а с увеличением радиуса ступицы выходного вала падает.

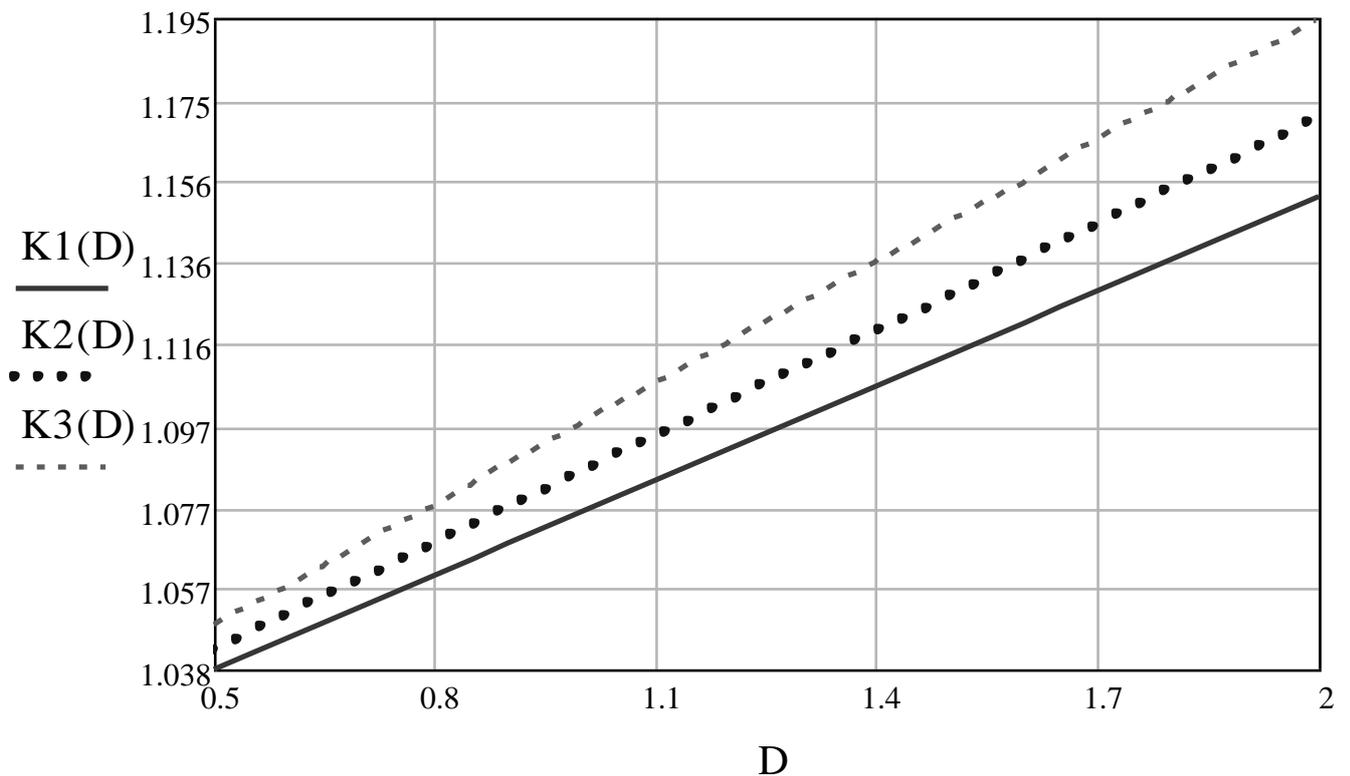


Рисунок 3.12 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам передачи с  $\Pi$  – образным водилом от параметра  $D = d/b$ :

----- (1) -  $\bar{H} = h/a_w = 0,9$ ; ..... (2) -  $\bar{H} = 0,8$ ; - - - - - (3) -  $\bar{H} = 0,7$

### 3.4. Распределение нагрузки по сателлитам передачи с податливым водилом и самоустанавливающимися звеньями

Конструктивные особенности планетарной передачи оказывают существенное влияние на деформативность ее элементов, что может быть использовано для компенсации погрешностей изготовления механизма и выравнивания нагрузки в зацеплениях колес.

На рисунке 3.13 представлена конструкция многосателлитной планетарной передачи с пазами в щеках водила, снижающими их жесткость и обеспечивающими при рациональном выборе параметров механизма повышение его несущей способности. Установим влияние податливости основных элементов этой передачи (осей сателлитов, подшипников качения, щек водила) на распределение нагрузки по потокам мощности [69,75, 105].

Погонная нагрузка в местах сопряжения оси со щеками водила и подшипником сателлита и соответствующая ей деформация определяются из решения дифференциальных уравнений нагруженно – деформированного состояния балки на упругом основании (3.1), (3.2) (см. рисунок 3.2):

$$q(x) = C_1 sh(\gamma x) \sin(\beta x) + C_2 ch(\gamma x) \sin(\beta x) + C_3 sh(\gamma x) \cos(\beta x) + C_4 ch(\gamma x) \cos(\beta x), \quad (3.12)$$

$$\omega(z) = C_5 sh(\psi z) \sin(\eta z) + C_6 ch(\psi z) \cos(\eta z), \quad (3.13)$$

где 
$$\gamma = \sqrt[4]{\frac{C_q}{IE}} \cos \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \frac{\sqrt{IE C_q}}{2GS} \right) \right], \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{C_q}{IE}} \sin \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \frac{\sqrt{IE C_q}}{2GS} \right) \right],$$

$$\psi = \sqrt[4]{\frac{C_\omega}{IE}} \cos \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \frac{\sqrt{IE C_\omega}}{2GS} \right) \right], \quad \eta = \sqrt[4]{\frac{C_\omega}{IE}} \sin \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \frac{\sqrt{IE C_\omega}}{2GS} \right) \right],$$

$C_\omega$  - удельная контактная жесткость сопряжения ось сателлита – кольцо подшипника ( $C_\omega \cong E/1,2$ ),  $I$  – осевой момент инерции сечения,  $S$  - площадь поперечного сечения оси,  $E$  и  $G$  - модули упругости 1 и 2 рода, соответственно,  $C_q$  - удельная жесткость сопряжения ось сателлита – щека водила.

Постоянные интегрирования  $C_1 \div C_6$ , входящие в выражения (3.12), (3.13), определяются из следующих уравнений статики и граничных условий:

$$1) \int_0^b q(x) dx = F;$$

$$2) \int_0^l \omega(z) dz = F;$$

3) при  $x = b$  момент  $M(x) = 0$  и в соответствии с уравнением изогнутой оси

$$q''(b) = 1,1 \frac{C_q q(b)}{SG};$$

$$4) \text{ при } x = 0 \quad M(x) = M(0) = \int_0^b q(x) x dx = IE \left[ 1,1 \frac{q(0)}{SG} - \frac{q''(0)}{C_q} \right];$$

5) моменты изгиба оси на участках сопряжения при  $x = 0$  и  $z = l$  связаны

$$\text{равенством } M(l) = IE \left[ \frac{\omega''(l)}{C_\omega} - 1,1 \frac{\omega(l)}{SG} \right] = F(L-l) + M(0);$$

б) взаимосвязь между угловыми деформациями участков оси имеет вид

$$-\frac{\omega'(l)}{C_\omega} = \frac{q'(0)}{C_q} + \frac{M(0)}{IE}(L-l) + 1,1 \frac{F}{SG} + \frac{F(L-l)^2}{2IE}.$$

В соответствии с этим окружное смещение сателлита

$$y_{0H}(F) = \frac{q(0)}{C_q} + \frac{\omega(l)}{C_\omega} + \frac{\omega'(l)}{C_\omega}(L-l) + \frac{M(0)}{2IE}(L-l)^2 + \frac{F}{3IE}(L-l)^3. \quad (3.14)$$

Для определения жесткости  $C_q$  выделим элемент щеки водила (рисунок 3.14) и установим влияние действующей на него со стороны оси сателлита силы  $F$ .

Смещение сечения бруса большой кривизны в направлении силы  $F$ , обусловленное действием на него изгибающего момента и поперечной силы, определяется по следующей общеизвестной зависимости:

$$y = \int_0^{\pi/2} \frac{M(\varphi) \bar{M}(\varphi)}{ESe} d\varphi + 1,2 \int_0^{\pi/2} \frac{Q(\varphi) \bar{Q}(\varphi) R_0}{GS} d\varphi, \quad (3.15)$$

где статический момент поперечного сечения бруса относительно нейтрального

слоя  $Se \cong \frac{bh^3}{12R_0} \left( 1 + \frac{h^2}{15R_0^2} \right)$ ,  $b$  и  $h$  – ширина и высота прямоугольного поперечного

сечения бруса,  $R_0$  – радиус окружности центров тяжести сечений,  $M(\varphi)$  –

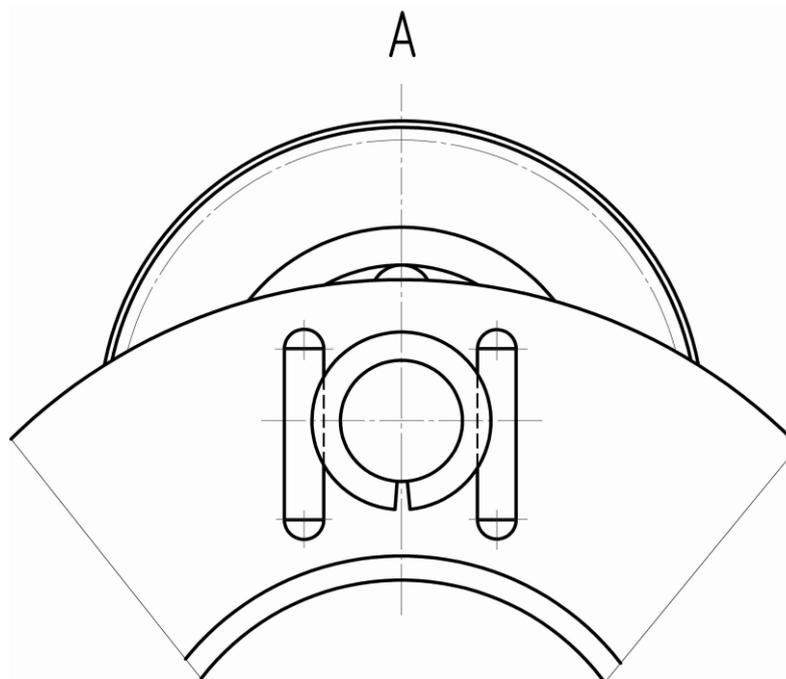
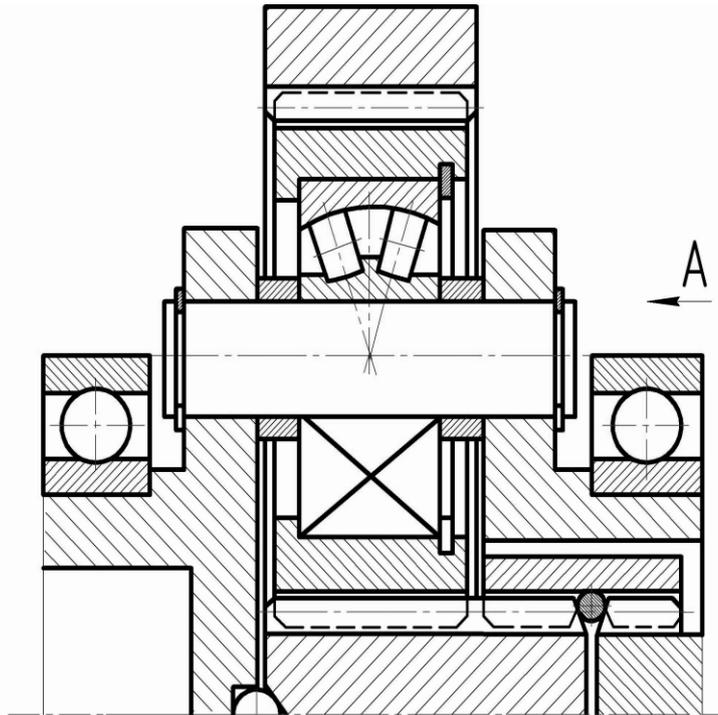


Рисунок 3.13 - Многопоточная планетарная передача с самоустанавливающимися звеньями и податливым водилом

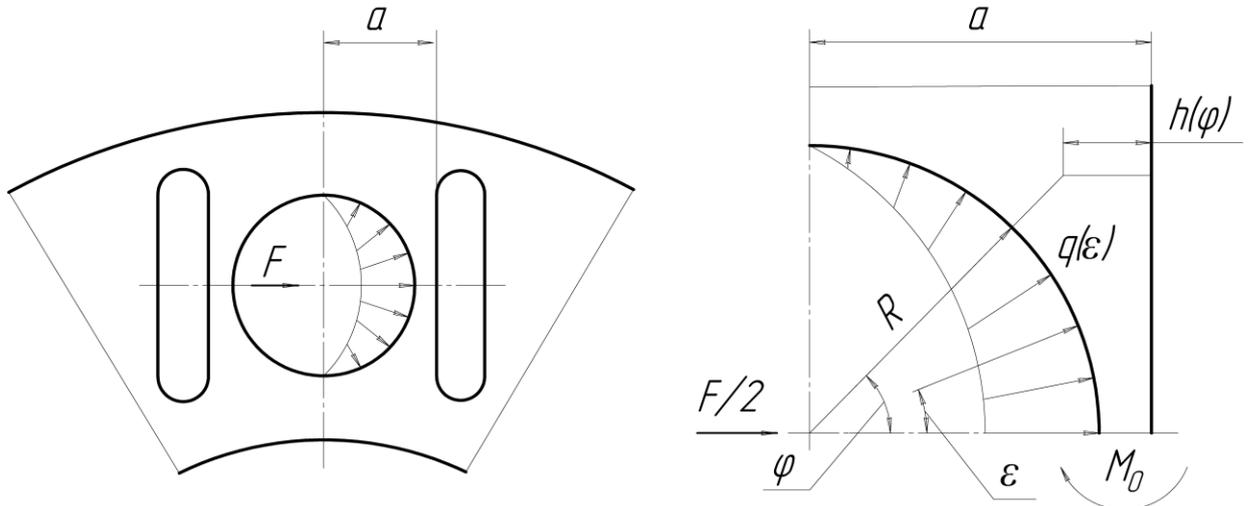


Рисунок 3.14 - Элемент щеки податливого водила

изгибающий момент от внешней нагрузки,  $\bar{M}(\varphi)$  – изгибающий момент от единичной силы,  $Q(\varphi)$  – поперечная сила от внешней нагрузки,  $\bar{Q}(\varphi)$  – поперечная сила от единичной нагрузки.

Однако в нашем случае данные выражения не приемлемы, так как элемент щеки отличается от кривого бруса. Поэтому при определении смещения, обусловленного действием изгибающего момента, целесообразно рассматривать не плоские, а ломаные сечения.

Момент в нижней части выделенного элемента щеки  $M_0$  найдем, используя интеграл Мора (угловое перемещение в данном сечении равно нулю). Тогда

$$M_0 = \frac{F}{\pi} \left[ \int_0^{\pi/2} \varphi \left( \frac{1}{h(\varphi)} \right)^3 \frac{R+a}{1+\cos\varphi} \sin\varphi d\varphi \right] / \int_0^{\pi/2} \left( \frac{1}{h(\varphi)} \right)^3 d\varphi, \quad (3.16)$$

$$M(\varphi) = \int_0^{\varphi} q(\varepsilon) [R+h(\varphi)] \sin(\varphi-\varepsilon) R d\varepsilon - M_0 = \frac{F(R+a)}{\pi(1+\cos\varphi)} \varphi \sin\varphi - M_0. \quad (3.17)$$

Здесь  $R$  - радиус оси сателлита ( $R=0,5d$ ),  $h(\varphi)$  – половина общей длины ломаного сечения ( $h(\varphi) = \frac{a-R\cos\varphi}{1+\cos\varphi}$ ),  $q(\varepsilon)$  – распределенная нагрузка ( $q(\varepsilon) = q_0 \cos\varepsilon = 2F \frac{\cos\varepsilon}{\pi R}$ ).

Перемещение оси в направлении силы  $F$

$$y_H = \frac{R}{b} \left[ \frac{1,5}{E} \int_0^{\pi/2} \frac{M(\varphi)[R+h(\varphi)] \sin \varphi}{h^3(\varphi)} d\varphi + \frac{1,2}{G} \int_0^{\pi/2} \frac{Q(\varphi)}{a-R \cos \varphi} d\varphi \right], \quad (3.18)$$

где

$$Q(\varphi) = R \int_0^{\varphi} q(\varepsilon) \cos \varepsilon d\varepsilon = \frac{F}{\pi} (\varphi + 0,5 \sin 2\varphi).$$

Решая указанные уравнения, определим удельную жесткость щеки водила (деформацией, обусловленной действием продольной силы, пренебрегаем ввиду ее малости). Зависимость указанной жесткости от относительного параметра  $\bar{a} = a/2R = a/d$  при  $0,55 \leq \bar{a} \leq 0,7$  может быть представлена аппроксимацией:

$$C_q = F/by_H \cong E/\left[-7733(\bar{a})^3 + 15480(\bar{a})^2 - 10360\bar{a} + 2325,5\right]. \quad (3.19)$$

Сближение внешнего и внутреннего колец двухрядного сферического роликового подшипника определяется по формуле (3.6).

Нагрузка в зацеплениях колес и коэффициент неравномерности ее распределения по сателлитам могут быть найдены по уравнениям (3.7), записанным в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} F_{n1} &= w_{n1} b_w = b_w c_w [\delta / \cos \alpha_w - \Delta_1 - y_{0H}(F_1) - y_p(F_1)] \cos \alpha_w, \\ F_{ni} &= w_{ni} b_w = b_w c_w [\delta / \cos \alpha_w - \Delta_i - y_{0H}(F_i) - y_p(F_i)] \cos \alpha_w, \\ F_{nn} &= w_{nn} b_w = b_w c_w [\delta / \cos \alpha_w - \Delta_n - y_{0H}(F_n) - y_p(F_n)] \cos \alpha_w, \\ \delta &= F_n \left( \frac{1}{c_w b_w} + \delta_{\Sigma} \cos \alpha_w^2 \right) + \frac{\sum \Delta_i \cos \alpha_w}{n}, \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

здесь  $\delta$  - линейная деформация наиболее нагруженного сопряжения зубчатых колес в направлении линии действия нормальной силы;  $\alpha_w$  - угол зацепления сателлита с колесом и солнечной шестерней;  $w_{ni}$  - нормальная погонная нагрузка в зацеплениях колес;  $w_n$  - средняя нормальная погонная нагрузка;  $n$  - число сателлитов;  $F_{ni}$  - нормальная нагрузка в зацеплении  $i$ -го сателлита с колесом и солнечной шестерней ( $F_{ni} = F_i / \cos \alpha_w$ );  $b_w$  - рабочая ширина венца сателлита;  $c_w$  - удельная жесткость зацепления;  $F_n$  - среднее значение нормальной нагрузки в зацеплении ( $F_n = F / \cos \alpha_w$ );  $\Delta_i$  - погрешность окружного расположения осей сателлитов;  $y_{0H}(F_i) = [y_0(F_i) + y_H(F_i)]$ ,  $y_p(F_i)$  - перемещения, определяемые из

уравнений (3.19), (3.14), (3.6) при  $F = F_i = F_{ni} \cos \alpha_w$ ;  $\delta_\Sigma$  – коэффициент суммарной податливости элементов передачи ( $\delta_\Sigma = [y_{0H}(F_n) + y_p(F_n)]/F_n$ ).

В соответствие с этим коэффициент неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности передачи с «плавающей» солнечной шестерней при нечетном числе сателлитов

$$K = \frac{F_{n\max}}{F_n} = 1 + \frac{(n-3)\Delta c_w b_w \cos \alpha_w}{nF_n [1 + c_w b_w \delta_\Sigma \cos \alpha_w^2]}. \quad (3.21)$$

На рисунках 3.15, 3.16 приведены графики зависимости коэффициента неравномерности  $K$  от относительной погрешности  $\Theta = \frac{Eb_w \Delta}{F_n} = \frac{\Delta E}{w_n}$  для пяти- и семисателлитной конструкций передачи при углах зацеплений колес  $\alpha_w = 20^\circ$  и разных значениях параметров механизма. Графики соответствуют подшипникам средней серии и неблагоприятному для передачи с «плавающей» солнечной шестерней соотношению между отклонениями осей сателлитов от теоретически точного положения: при  $n=5$   $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ ,  $\Delta_3 = \Delta_4 = \Delta_5 = 0$ ; при  $n=7$   $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = \Delta$ ,  $\Delta_5 = \Delta_6 = \Delta_7 = 0$  (при нечетном числе сателлитов зазоры в трех из них выбираются в результате самоустановки солнечной шестерни даже при небольшой нагрузке).

Из выполненного исследования можно заключить, что использование конструкции многосателлитной планетарной передачи с самоустанавливающимися звеньями и повышенной податливостью щек водила позволяет существенно снизить неравномерность распределения нагрузки в зацеплениях колес и при рациональном выборе параметров механизма повысить его несущую способность (при  $0,55 \leq \bar{a} \leq 0,6$  за счет уменьшения жесткости щек водила коэффициент неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности пяти- и семисателлитной конструкций передачи снижается примерно на 10% -18%). Аналогичный коэффициент неравномерности распределения нагрузки трехсателлитной передачи без «плавающих» звеньев снижается на 20%-30%.

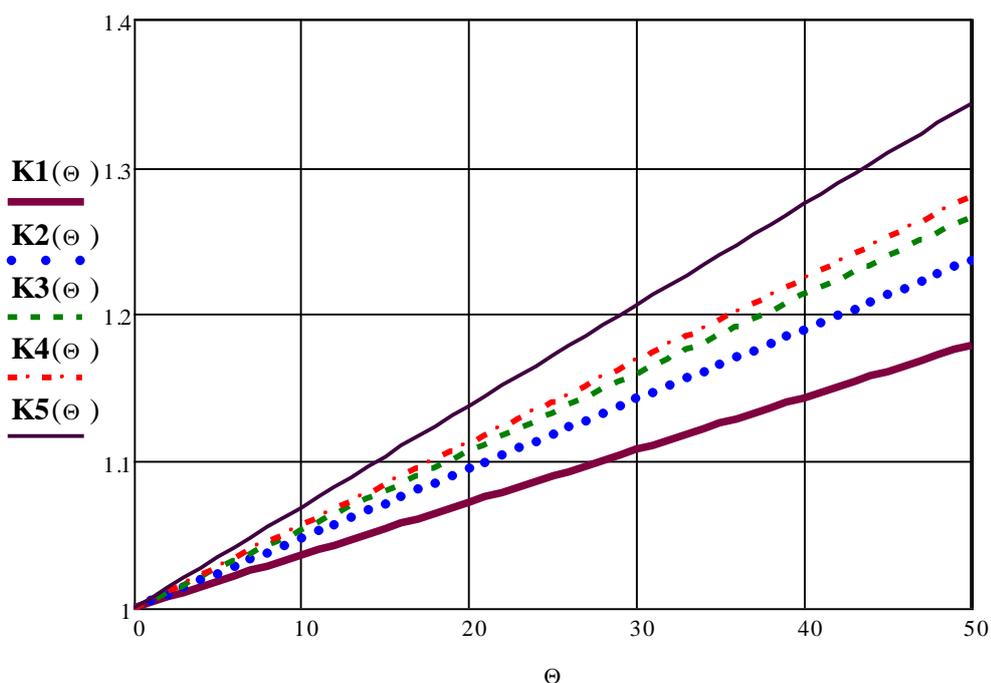


Рисунок 3.15 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по спутникам от относительной погрешности при  $n=5$ ;  $b/d=0,6$ ;  $l/d=0,5$ ;  $L/d=1,0$ ;  $b_w/L=1,8$ : ----- (K1) -  $\bar{a}=a/d=0,55$ ; .....(K2) -  $\bar{a}=0,6$ ; - . - . - (K3) -  $\bar{a}=0,65$ ; - . . . . (K4) -  $\bar{a}=0,7$ ; ——— (K5) - жесткое водило

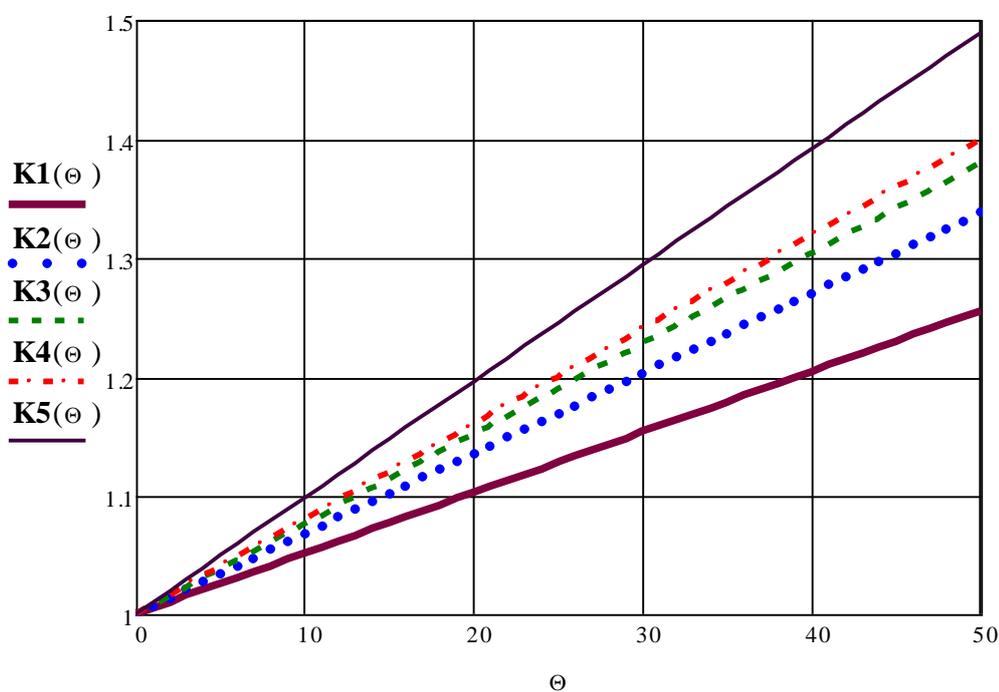


Рисунок 3.16 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по спутникам от относительной погрешности при  $n=7$ ;  $b/d=0,6$ ;  $l/d=0,5$ ;  $L/d=1,0$ ;  $b_w/L=1,8$ : ----- (K1) -  $\bar{a}=a/d=0,55$ ; .....(K2) -  $\bar{a}=0,6$ ; - . - . - (K3) -  $\bar{a}=0,65$ ; - . . . . (K4) -  $\bar{a}=0,7$ ; ——— (K5) - жесткое водило

## 4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ ПО РЯДАМ САТЕЛЛИТОВ

### 4.1. Влияние деформативности элементов передачи с податливыми щеками водила на распределение нагрузки по венцам двухрядного сателлита

Ликвидация избыточных связей в рассмотренных выше конструкциях планетарной передачи с одновенцовыми сателлитами (выполнение основных звеньев самоустанавливающимися) позволяет существенно улучшить ее качественные и эксплуатационные показатели. Однако при небольшом передаточном отношении и ограниченном радиальном размере передачи установка сателлита на один сферический подшипник не обеспечивает требуемой ее нагрузочной способности, а установка на два подшипника ведет, как было показано выше, к неравномерному распределению нагрузки. Обеспечить же угловую подвижность такого сателлита затруднительно. Снизить неравномерность распределения нагрузки и напряжений по длине зубьев колес передачи с двухпорными сателлитами можно выполнив сателлит в виде двух одинаковых колес, установленных на сферические подшипники. В таких передачах солнечная шестерня обычно имеет небольшое отношение ширины к диаметру и небольшую деформацию кручения.

Нагрузка по ширине каждого венца сателлита такой передачи распределяется практически равномерно, но имеет место неравномерность распределения ее по отдельным венцам, то есть нагрузка по длине зубьев центральных колес распределяется ступенчато. Это несколько улучшает показатели прочности планетарного механизма, способствует повышению его нагрузочной способности, но не в достаточной степени.

Деформативность элементов передачи способствует, как было показано выше, выравниванию нагрузок в зацеплениях. Поэтому в качестве одной из мер, направленных на выравнивание нагрузки по отдельным венцам сателлита, может быть предложено использование водила с податливыми вкладышами (рисунок 4.1) или податливыми щеками (рисунок 4.2).

Удельная податливость нежесткого водила с пазами в щеках  $\delta_q$  определяется по выражению (3.18), (3.19) (см. рисунок 3.14). На рисунке 4.3 приведена зависимость относительной удельной податливости щеки водила  $\overline{\delta}_q = E/C_q$  от параметра  $\overline{a}$ .

Используя уравнения связи между начальным углом перекоса, жесткостью зацепления и нагрузкой, определим силы взаимодействия оси сателлита со щеками водила и величину уменьшения угла перекоса оси за счет податливости сопряжения  $\Delta\gamma$  [83,105]. При неблагоприятном направлении угла перекоса оси сателлита

$$\left. \begin{aligned} \Delta w_n &= c_w \cos \alpha_w (\gamma - \Delta\gamma_H) l, \\ \Delta\gamma_H &= \delta_q (F_2 - F_1) / bL, \\ (F_2 - F_1)L &= 2\Delta w_n b_w l \cos \alpha_w, \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

где  $F_1$  и  $F_2$  – нагрузка, действующая на левую и правую щеки водила, ( $F_2 \geq F_1$ ),  $\Delta w_n$  – разница погонных нагрузок в зацеплениях левого и правого венцов сателлита,  $l$  – расстояние между центрами венцов сателлитов ( $l \cong 1,1b_w$ ),  $L$  – расстояние между центрами опорных поверхностей щек водила ( $L \cong 2,2b_w + 0,8b$ ),  $\gamma$  – начальный угол перекоса оси,  $b_w$  – ширина одного венца сателлита,  $b$  – толщина щеки водила.

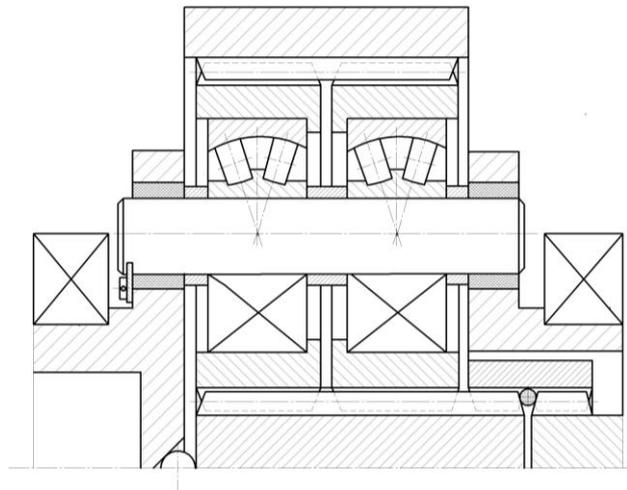


Рисунок 4.1 - Планетарная передача типа с двухрядными самоустанавливающимися сателлитами и упругими вкладышами в щеках водила

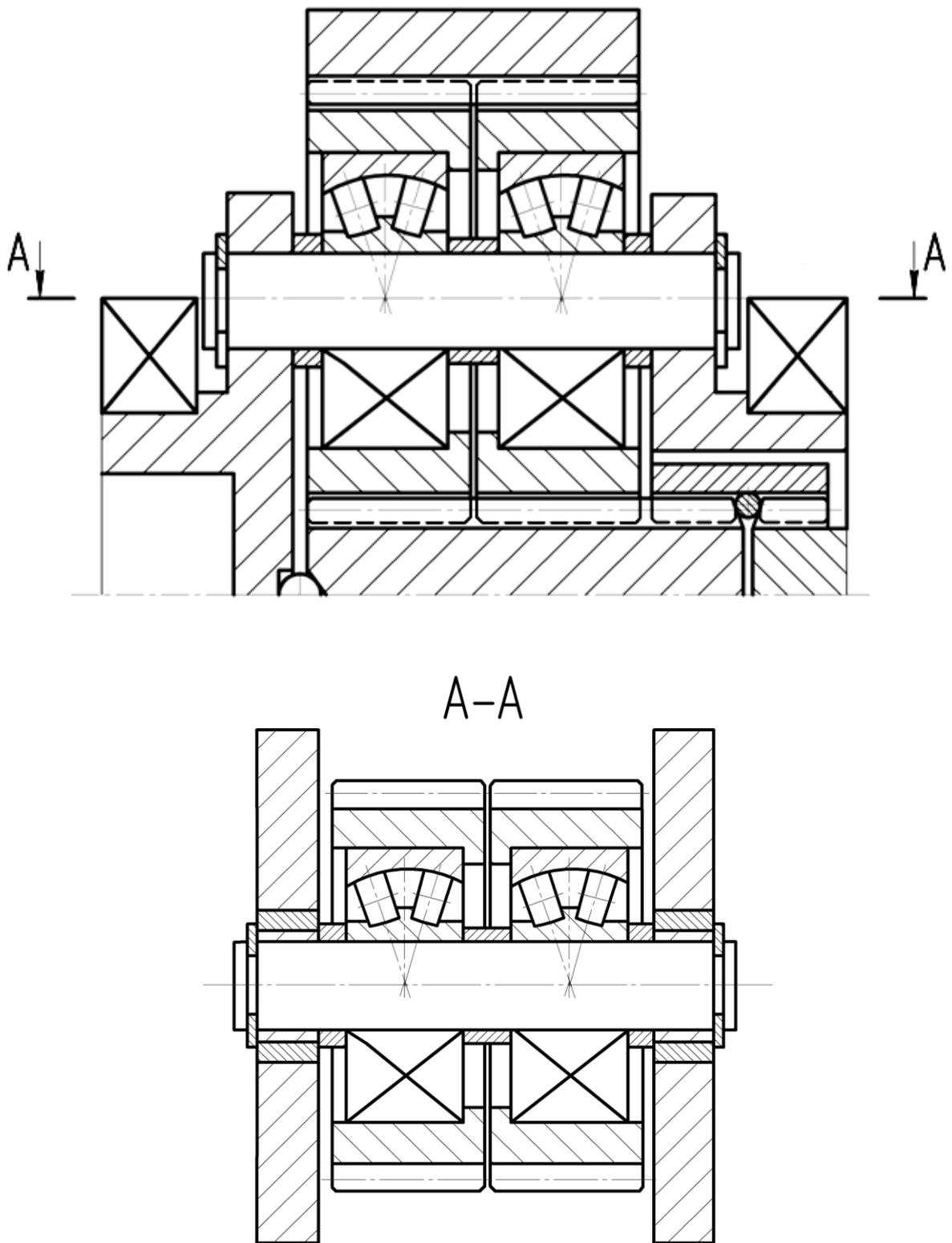


Рисунок 4.2 - Планетарная передача с податливыми щеками водила

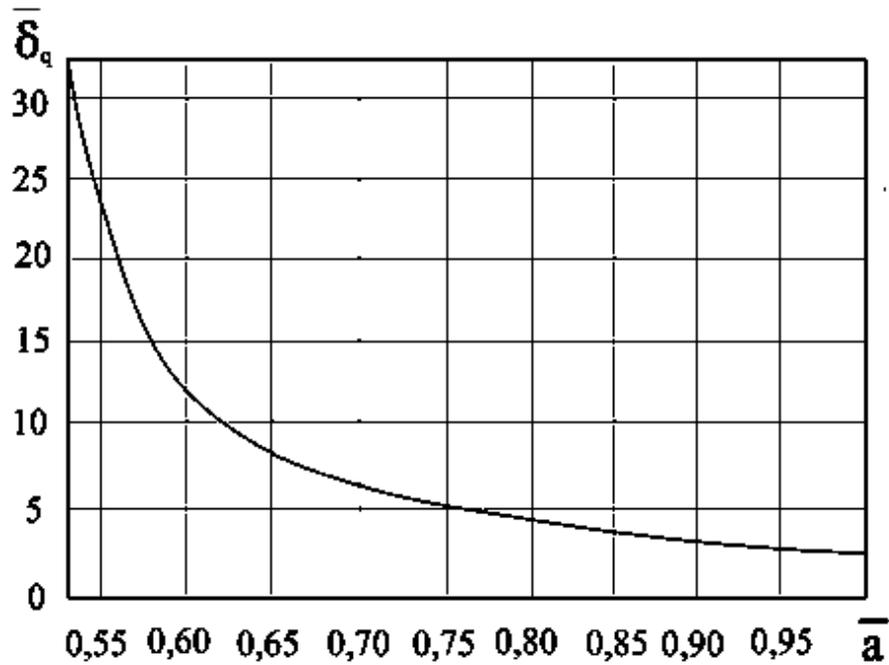


Рисунок 4.3 - Зависимость относительной удельной податливости щеки водила от параметра  $\bar{a} = a/d$

Из уравнений (4.1) следует

$$\frac{\Delta\gamma_H}{\gamma} = 1 / \left\{ 1 + \left[ 2\delta_q c_w \frac{b_w}{b} \left( \frac{l}{L} \cos \alpha_w \right)^2 \right]^{-1} \right\}. \quad (4.2)$$

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита с учетом  $\Delta\gamma_h$

$$K_w(\gamma) = 1 + \frac{\Delta w_n}{2w_n} = 1 + \frac{\gamma c_w l \cos \alpha_w}{2w_n} \left( 1 - \frac{\Delta\gamma_H}{\gamma} \right), \quad (4.3)$$

где  $w_n$  – средняя погонная нагрузка в зацеплении.

На рисунке 4.4 представлены графики зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки от  $\gamma^* = \gamma E b_w / w_n$ , построенные при  $\alpha_w = 20^\circ$ ,  $b/b_w = \bar{b} = 0,4$  и различных значениях  $\bar{a} = a/d$ .

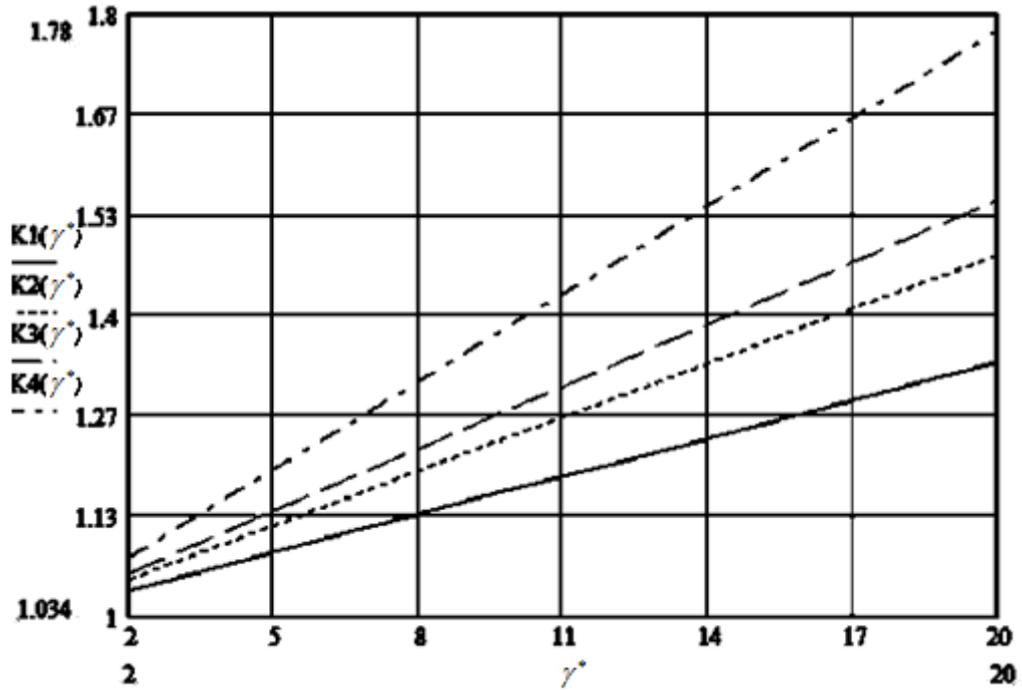


Рисунок 4.4 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам спутника от относительного угла перекоса оси спутника с учетом податливости щек водила при жестких осях и подшипниках и  $\bar{b} = 0,4$ :

----- (1) -  $a/d = 0,55$ ; ..... (2) -  $a/d = 0,6$ ; - - - - - (3) -  $a/d = 0,65$ ;  
 - . . . . - (4) - жесткое водило

Уменьшение угла перекоса оси спутника за счет ее прогиба (с учетом влияния поперечной силы)

$$\Delta\gamma_0 = \frac{\Delta y_0}{l} = \frac{16\Delta w_n b_w \cos \alpha_w L^3}{3\pi E(l+L)d^4} \Lambda, \quad (4.4)$$

где  $\Lambda = -\left[(1-l/L)^3 - 4(1-l/L) + 0,5(1-l/L)(1+l/L)^3 + 2(d/L)^2 [1 - (l/L)^2]\right]$ .

Угол перекоса, вызванный сдвигом одной щеки водила относительно другой, при числе перемычек равно числу спутников и длине перемычки равной  $2,2b_w$

$$\Delta\gamma_h = \frac{a_w \Delta w_n b_w \cos \alpha_w}{\pi E a_H d_H^4} (22d_H^2 + 52b_w^2), \quad (4.5)$$

где  $d_H$  – диаметр перемычки водила,  $a_H$  – радиус окружности центров сечений перемычек.

Деформация, обусловленная податливостью подшипников сателлитов ( $b_{\Pi}$  - ширина подшипника,  $C_{\Pi}$  – его удельная жесткость),

$$\Delta\gamma_{\Pi} = \frac{2\Delta w_n b_w \cos \alpha_w}{C_{\Pi} l b_{\Pi}}. \quad (4.6)$$

Тогда

$$\Delta w_n = c_w l (\gamma - \Delta\gamma_0 - \Delta\gamma_H - \Delta\gamma_{\Pi} + \Delta\gamma_h) \cos \alpha_w,$$

или

$$\Delta w_n = \frac{\gamma c_w l \cos \alpha_w}{1 + \frac{b_w c_w l \cos^2 \alpha_w}{E} \left[ \frac{2IE \delta_q}{bL^2} + \frac{5,3\Lambda L^3}{\pi(L+l)d^4} + \frac{2E}{C_{\Pi} l b_{\Pi}} - \frac{a_w (22d_H^2 + 52b_w^2)}{a_H \pi d_H^4} \right]}. \quad (4.7)$$

С учетом этого в случае неблагоприятного направления угла начального перекося оси сателлита коэффициент неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита, учитывающий деформацию оси сателлита, подшипников качения, податливость щек водила и смещение одной щеки относительно другой,

$$K_w(\gamma) = 1 + \frac{\Delta w_n}{2w_n} = 1 + \frac{(0,5\gamma c_w l \cos \alpha_w) / w_n}{1 + \frac{b_w c_w l \cos^2 \alpha_w}{E} \left[ \frac{2IE \delta_q}{bL^2} + \frac{5,3\Lambda L^3}{\pi(L+l)d^4} + \frac{2E}{C_{\Pi} l b_{\Pi}} - \frac{a_w (22d_H^2 + 52b_w^2)}{a_H \pi d_H^4} \right]}. \quad (4.8)$$

На рисунке 4.5 приведены зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита от  $\gamma^*$  при удельной жесткости подшипника сателлита  $C_{\Pi} = 0,2E$ ,  $a_w = a_H$ ,  $\bar{d}_H = d_H / b_w = 1,4$ ,  $\bar{d} = d / b_w = 1$ ,  $\bar{b}_{\Pi} = b_{\Pi} / b_w = 0,8$ ,  $\bar{b} = b / b_w = 0,4$  и различных значениях параметра  $\bar{a}$ ; на рис. 4.6 – то же при  $\bar{b} = 0,6$ , а на рисунке 4.7 – то же при  $\bar{b} = 0,6$  и  $\bar{d}_H = 2$ .

Расчеты показывают, что при степени точности, размерах и нагрузке, соответствующих величине  $\gamma^* = \gamma E b_w / w_n = 20$ , коэффициент неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита передачи с податливым водилом на 8%-11% ниже аналогичного коэффициента передачи с жестким водилом.

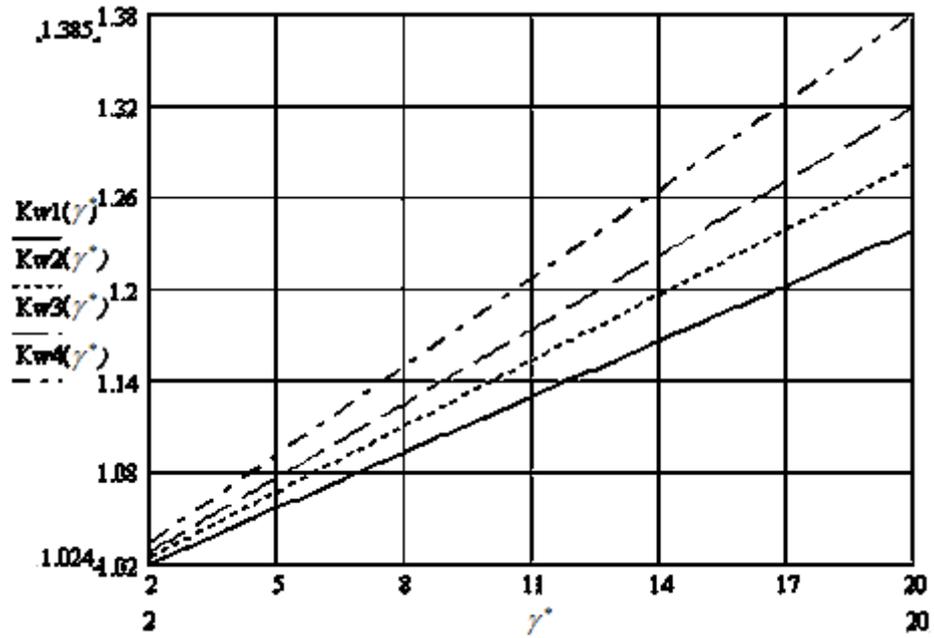


Рисунок 4.5 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита от относительного угла перекоса оси сателлита с учетом податливости основных звеньев передачи при  $\bar{d}_H = 1,4$ ;  $\bar{b} = 0,4$  :

- (1) -  $a/d = 0,55$ ; ..... (2) -  $a/d = 0,6$ ; - . - . - . (3) -  $a/d = 0,65$ ;  
 - . . . . . (4) - жесткое водило

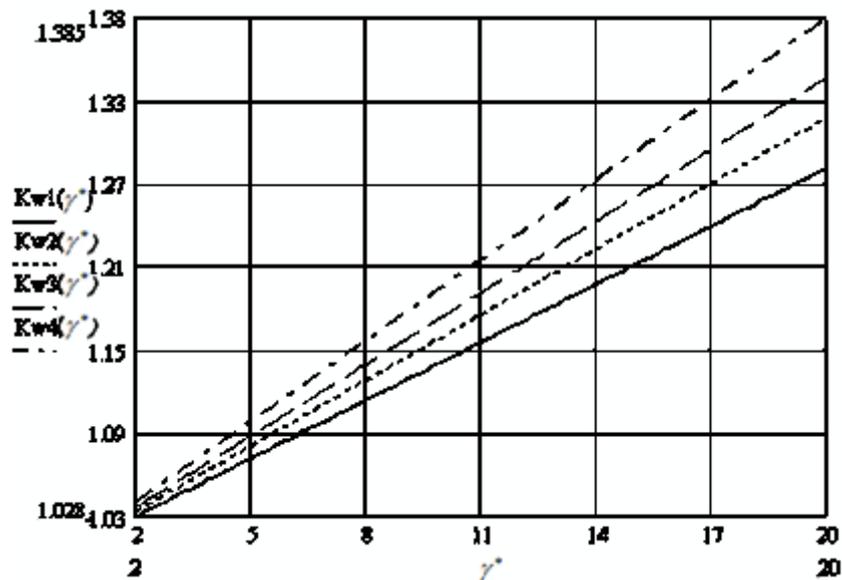


Рисунок 4.6 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита от относительного угла перекоса оси сателлита с учетом податливости основных звеньев передачи при  $\bar{d}_H = 1,4$ ;  $\bar{b} = 0,6$  :

- (1) -  $a/d = 0,55$ ; ..... (2) -  $a/d = 0,6$ ; - . - . - . (3) -  $a/d = 0,65$ ;  
 - . . . . . (4) - жесткое водило

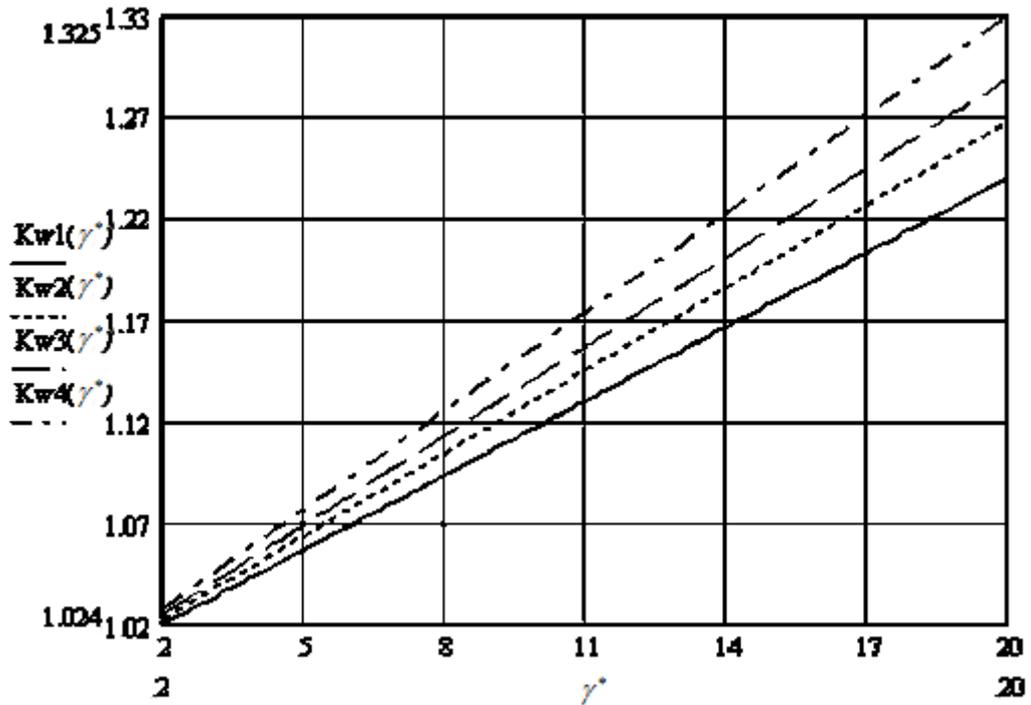


Рисунок 4.7 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита от относительного угла перекоса оси сателлита с учетом податливости основных звеньев передачи при  $\bar{d}_H = 2$ ,  $\bar{b} = 0,6$ :

----- (1) -  $a/d = 0,55$ ; ..... (2) -  $a/d = 0,6$ ; - - - - - (3) -  $a/d = 0,65$ ;  
 - . . . . - (4) - жесткое водило

Найденные в соответствии с вышеприведенными уравнениями параметры водила, рациональные с точки зрения распределения нагрузки в зацеплениях, должны удовлетворять требованиям прочности.

Учитывая, что  $F = 2b_w w_n \cos \alpha_w$ , определим нормальные напряжения изгиба и касательные напряжения сдвига в опасных сечениях, используя известные формулы сопротивления материалов.

Так,

$$\sigma = \frac{6w_n K_w \bar{M}_0 \cos \alpha_w}{\pi R \bar{b} (\bar{2a} - 1)^2} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T}, \quad (4.9)$$

то есть допускаемая относительная погонная нагрузка в зацеплении

$$\omega_\sigma = \frac{w_n K_w}{R \sigma_T} \leq \frac{\pi \bar{b} (\bar{2a} - 1)^2}{6 n_T \cos \alpha_w \bar{M}_0}, \quad (4.10)$$

где в соответствии с уравнением (3.16)  $\bar{M}_0 = 2b \pi M_0 / FR$ .

Касательные напряжения в произвольном сечении элемента щеки водила

$$\tau(\varphi) = \frac{Q(\varphi)}{R(2\bar{a} - \cos \varphi)} = \frac{w_n K_w [2\varphi + \sin(2\varphi)] \cos \alpha_w}{\pi \bar{b} R (2\bar{a} - \cos \varphi)}. \quad (4.11)$$

Для определения опасного в отношении сдвига поперечного сечения решим уравнение  $d\tau(\varphi)/d\varphi = 0$ , или

$$[1 + \cos(2\varphi_M)](2\bar{a} - \cos \varphi_M) - [\varphi_M + 0,5 \sin(2\varphi_M)] \sin \varphi_M = 0. \quad (4.12)$$

Тогда  $\tau(\varphi_M) \leq [\tau] = 0,5[\sigma]$  и

$$\omega_\tau = \frac{w_n K_w}{R \sigma_T} \leq \frac{\pi \bar{b} (2\bar{a} - \cos \varphi_M)}{2n_T [\varphi_M + \sin(2\varphi_M)] \cos \alpha_w}. \quad (4.13)$$

На рисунке 4.8 представлены графики зависимостей (4.10), (4.13), построенные при  $\alpha_w = 20^\circ$ ,  $\bar{b} = 0,4$ ,  $n_T = 2$ .

Таким образом, приведенные зависимости позволяют осуществить расчет на прочность и жесткость соединения оси сателлита с водилом передачи, оценить влияние его податливости на неравномерность распределения нагрузки в зацеплениях колес, найти рациональные значения параметров планетарного механизма.

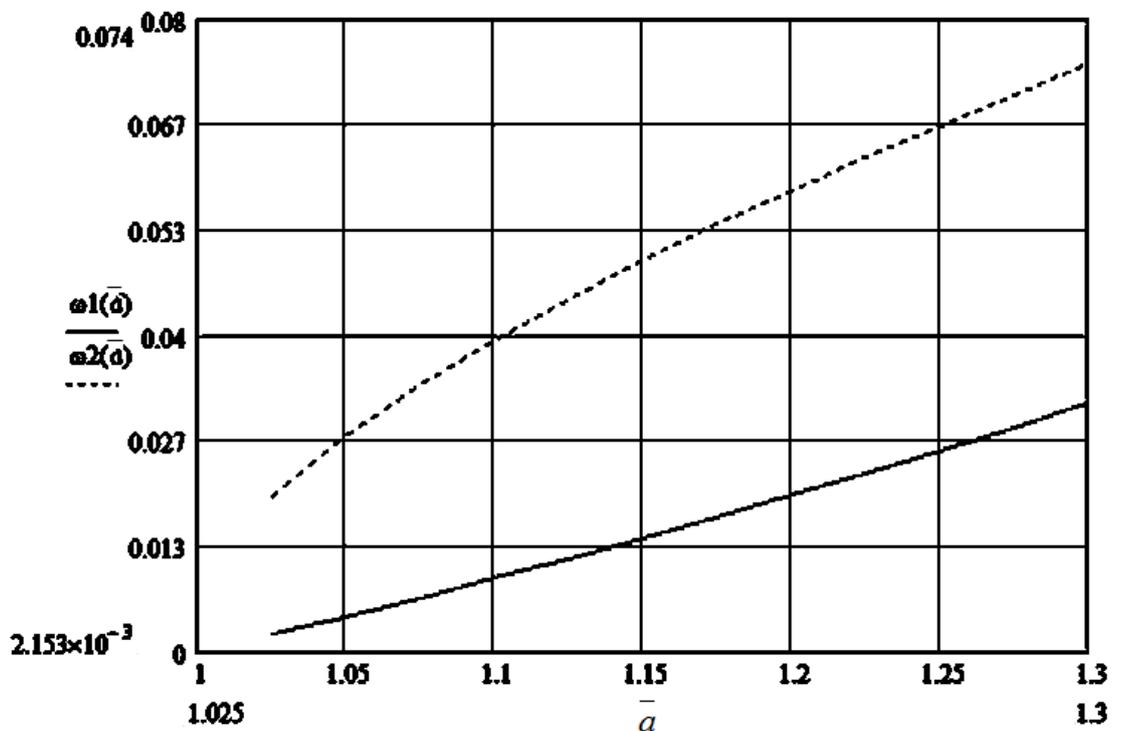


Рисунок 4.8 - Зависимости  $\omega_\sigma$  (-----) и  $\omega_\tau$  (- - -) от параметра  $\bar{a} = a/R = 2a/d$

## 4.2. Распределение нагрузки по венцам двухрядного сателлита с консольными осями

В технике широко распространены простые по конструкции, технологичные многопоточные планетарные передачи 2К-Н с консольно расположенными в водиле осями сателлитов. Последние устанавливаются на сферические подшипники. Однако при ограниченном радиальном размере механического привода несущая способность передачи лимитируется, как известно, работоспособностью подшипников сателлитов. В связи с этим при консольном расположении осей сателлит также может быть выполнен в виде двух одинаковых самоустанавливающихся венцов (рисунок 4.9). Это позволяет повысить работоспособность подшипникового узла, но деформация консольной оси приводит к неравномерному распределению нагрузки по венцам сателлита, что снижает эффект многопоточности планетарного механизма.

Установим влияние деформации оси сателлита на закон распределения нагрузки по венцам такого (расчлененного) сателлита. Учитывая искривление оси и повышенную податливость кольца подшипника у его торцов, примем синусоидальный закон изменения нагрузки в месте сопряжения оси и кольца подшипника (рисунок 4.10):

$$q_1(x) = P_1 \frac{\pi}{2b} \sin\left(\frac{\pi x}{b}\right); \quad q_2(x) = P_2 \frac{\pi}{2b} \sin\left(\frac{\pi x}{b}\right), \quad (4.14)$$

где  $P_1 = 2w_{n1}b_w \cos \alpha_w$ ,  $P_2 = 2w_{n2}b_w \cos \alpha_w$ ,  $P_1 + P_2 = R = 2P = 4w_n b_w \cos \alpha_w$ ,  $w_n$  - средняя нормальная погонная нагрузка в зацеплении венца сателлита,  $P$  - средняя сила, действующая на ось со стороны венца сателлита,  $\alpha_w$  - угол зацепления,  $b$  - ширина зоны контакта оси и опоры сателлита,  $b_w$  - ширина венца ( $b_w \cong b$ ).

Используя интеграл Мора и учитывая характер распределения погонной нагрузки в зоне сопряжения оси сателлита и щеки водила, определим перемещения оси в местах расположения опор (в центральных их частях). Перемещения, обусловленные действием изгибающего момента,

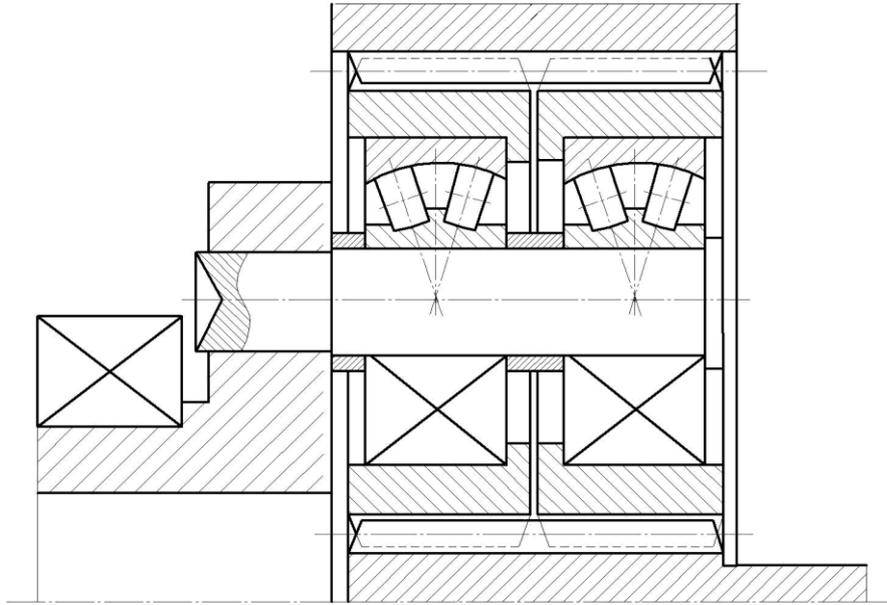


Рисунок 4.9 - Многопоточная планетарная передача с расчлененными сателлитами и консольными их осями

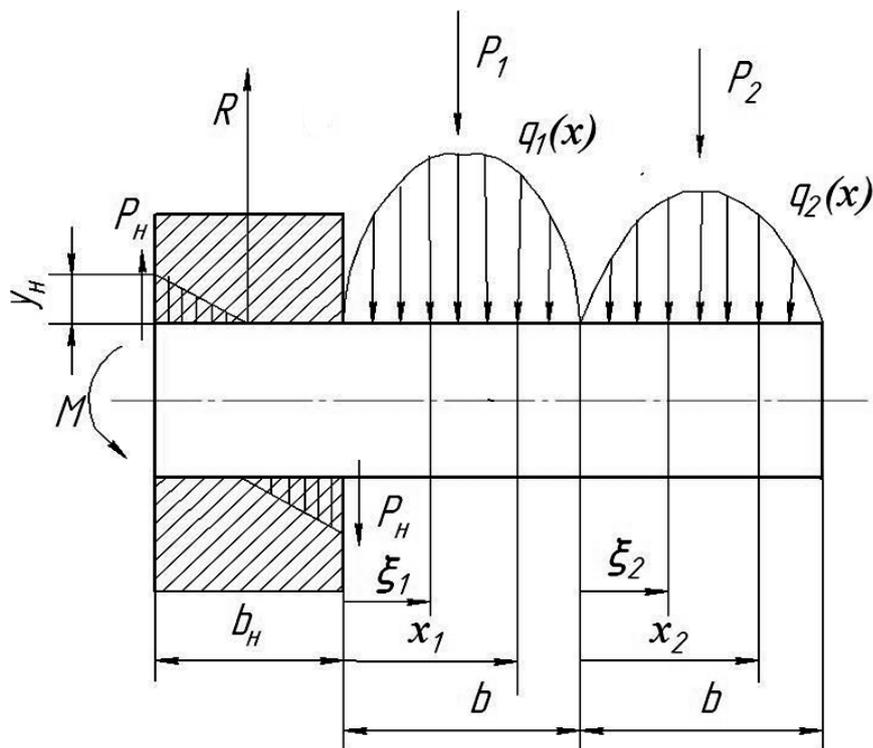


Рисунок 4.10 - Схема нагружения консольной оси расчлененного сателлита

$$y_{M1} = \frac{1}{IE} \int_0^{b/2} (x - 0,5b) M_1(x) dx, \quad (4.15)$$

$$y_{M2} = \frac{1}{IE} \left[ \int_0^b (x - 1,5b) M_1(x) dx + \int_0^{b/2} (x - 0,5b) M_2(x) dx \right], \quad (4.16)$$

где  $M_1(x) = R(x + 0,5b_H) - M - \int_0^x q_1(\xi)(x - \xi) d\xi$ ,  $M_2(x) = R(x + 0,5b_H + b) - M -$   
 $- P_1(x + 0,5b) - \int_0^x q_2(\xi)(x - \xi) d\xi$ ,  $M = b[P(3 + \bar{b}_H) - P_1]$ ,  $I$  – осевой момент инерции,  
 $E$  – модуль Юнга.

Угол перекося оси, вызванного контактной податливостью щеки водила, определим с учетом того, что погонная нагрузка в зоне контакта и деформация распределяются по закону, близкому к линейному:

$$\gamma_H = 2y_H / b_H = 2\bar{\delta}_H \frac{P_H}{Eb_H}, \quad (4.17)$$

здесь погонная нагрузка  $P_H = \frac{6M}{b^2_H}$ ,  $\bar{\delta}_H$  – удельная относительная контактная податливость сопряжения ось-щека водила ( $\bar{\delta}_H = \delta_H / E \approx 1,2$ ).

Тогда перемещения участков оси

$$y_{H1} = 0,5\gamma_H (b + b_H), \quad (4.18)$$

$$y_{H2} = 0,5\gamma_H (3b + b_H). \quad (4.19)$$

Перемещения, обусловленные действием поперечной силы,

$$y_{Q1} = \frac{1,1}{GF} \int_0^{b/2} Q_1(x) dx, \quad (4.20)$$

$$y_{Q2} = \frac{1,1}{GF} \left[ \int_0^b Q_1(x) dx + \int_0^{b/2} Q_2(x) dx \right], \quad (4.21)$$

где  $Q_1(x) = R - \int_0^x q_1(\xi) d\xi$ ,  $Q_2(x) = R - P_1 - \int_0^x q_2(\xi) d\xi$ ,  $G$  – модуль сдвига,  $F$  – площадь поперечного сечения оси.

Суммируя перемещения на отдельных участках оси, получим значения перемещений и соотношение между ними и коэффициентом неравномерности:

$$y_{\Sigma 1} = y_{M1} + y_{H1} + y_{Q1}, \quad (4.22)$$

$$y_{\Sigma 2} = y_{M2} + y_{H2} + y_{Q2}, \quad (4.23)$$

$$\Delta y = y_{\Sigma 2} - y_{\Sigma 1} = \frac{P}{Eb} \left[ \frac{64}{\pi} \bar{b}^4 (1,93 - 0,68K_w) + \frac{6\bar{\delta}_H}{\bar{b}_H^3} (6 + 2\bar{b}_H - 2K_w) + 3,53\bar{b}^2 (1,18 - 0,82K_w) \right], \quad (4.24)$$

здесь  $K_w$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита ( $K_w = P_1/P$ ),  $\bar{b} \cong \bar{b}_w = b/d$ ,  $\bar{b}_H = b_H/b$ .

С другой стороны, в соответствии с формулой А.И. Петрусевича коэффициент неравномерности распределения нагрузки

$$K_w = 1 + (\gamma + |\Delta\gamma|) \frac{bc_w \cos \alpha_w}{2w_n}, \quad (4.25)$$

где  $\gamma$  – угол начального перекося оси (принято неблагоприятное в отношении  $K_w$  направление этого угла),  $\Delta\gamma = \Delta y/b$  – угол перекося, обусловленный деформацией оси.

Подстановка уравнения (4.25) в (4.24) позволяет выразить  $K_w$  через параметры передачи.

На рисунке 4.11 представлены зависимости найденного таким образом коэффициента неравномерности от параметров при  $\gamma = 0$ ,  $\alpha_w = 20^\circ$ .

Снизить неравномерность распределения нагрузки можно, выполнив обод первого венца сателлита более тонким и податливым, чем второго. В этом случае имеет место снижение разницы перемещений зубьев в зацеплениях венцов сателлита на величину

$$\Delta y_0 = \frac{P}{Eb} [0,5K_w \bar{\delta}_{01} - \bar{\delta}_{02} (1 - 0,5K_w)], \quad (4.26)$$

где  $\bar{\delta}_{01}, \bar{\delta}_{02}$  – относительные удельные податливости ободов сателлита.

Тогда  $\Delta\gamma = (\Delta y - \Delta y_0)/b$  и

$$K_w = \frac{30 + 1,1\gamma^* + 79\bar{b}^4 + 72,6\bar{\delta}_H / \bar{b}_H^3 + 8,5\bar{b}^2 + 24,2\bar{\delta}_H / \bar{b}_H^2 + 2\bar{\delta}_{02}}{30 + 27,9\bar{b}^4 + 24,2\bar{\delta}_H / \bar{b}_H^3 + 5,8\bar{b}^2 + \bar{\delta}_{01} + \bar{\delta}_{02}}, \quad (4.27)$$

( $\gamma^* = \gamma b E / \omega$ ).

Для обеспечения равномерного распределения нагрузки по венцам ( $K_w = 1$ ) при  $\gamma = 0$  следует выполнить условие

$$\bar{\delta}_0 = \bar{\delta}_{01} - \bar{\delta}_{02} = 51,1\bar{b}^4 + 48,4\bar{\delta}_H / \bar{b}_H^3 + 2,7\bar{b}^2 + 24,2\bar{\delta}_H / \bar{b}_H^2. \quad (4.28)$$

На рисунке 4.12 приведен график зависимости (4.28).

Таким образом, использование в планетарной передаче расчлененных самоустанавливающихся сателлитов, установленных через сферические подшипники на консольные оси, позволяет при соответствующих размерах ободов сателлита обеспечить близкое к равномерному распределение нагрузки в зацеплениях, что дает возможность улучшить массо-габаритные показатели привода при высокой его несущей способности и сравнительно простой конструкции. Но это возможно при сравнительно большом диаметре оси сателлита и небольшом отношении длины ее консольной части к толщине щеки водила, в противном случае контактное напряжение в зоне сопряжения оси и щеки может превысить допустимое значение [82].

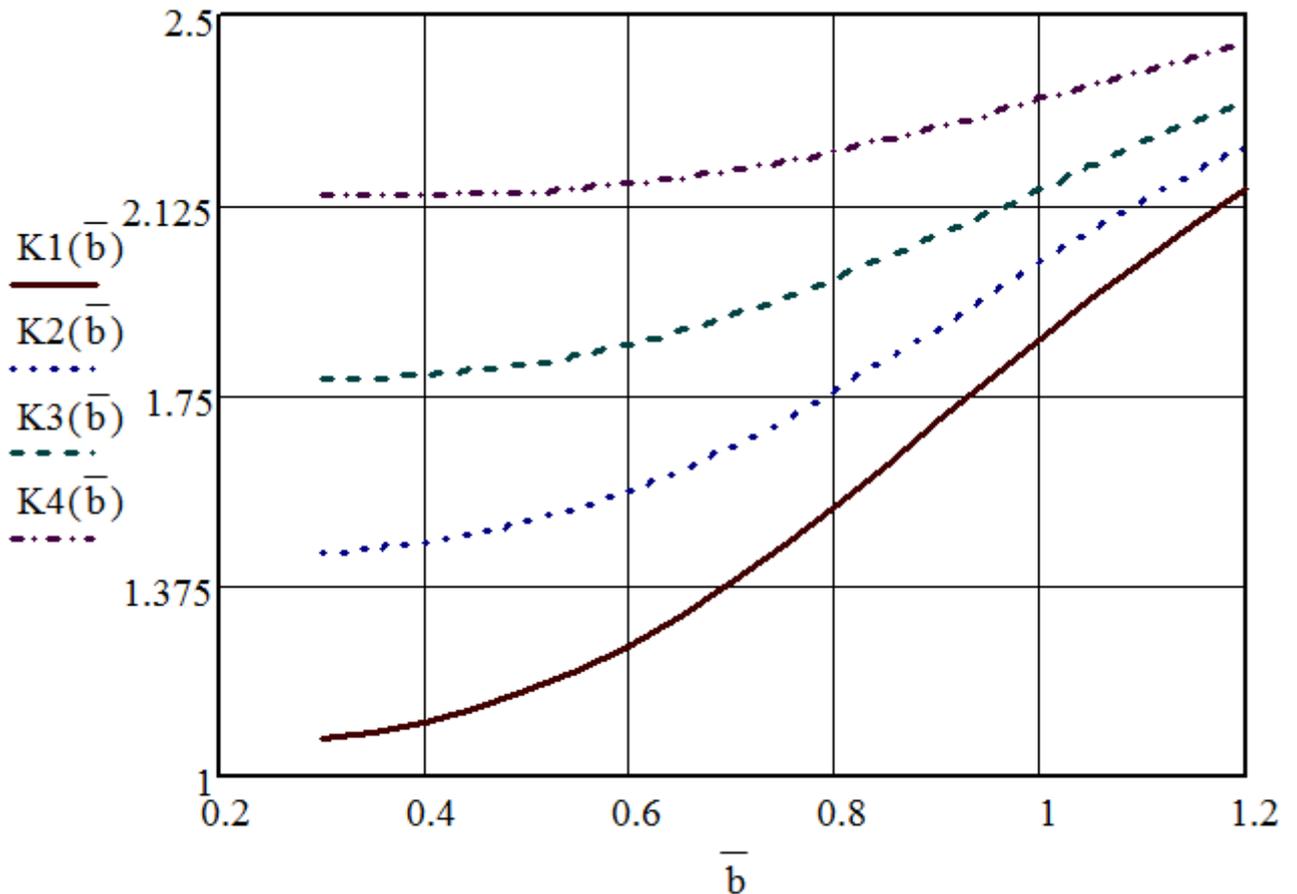


Рисунок 4.11 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита  $K_w$  от параметров  $\bar{b}_H$ ,  $\bar{b}$  :

----- (1) -  $\bar{b}_H = 5$ ; ..... (2) -  $\bar{b}_H = 2$ ; - - - - - (3) -  $\bar{b}_H = 1,5$ ; - . . . . (4) -  $\bar{b}_H = 1,2$

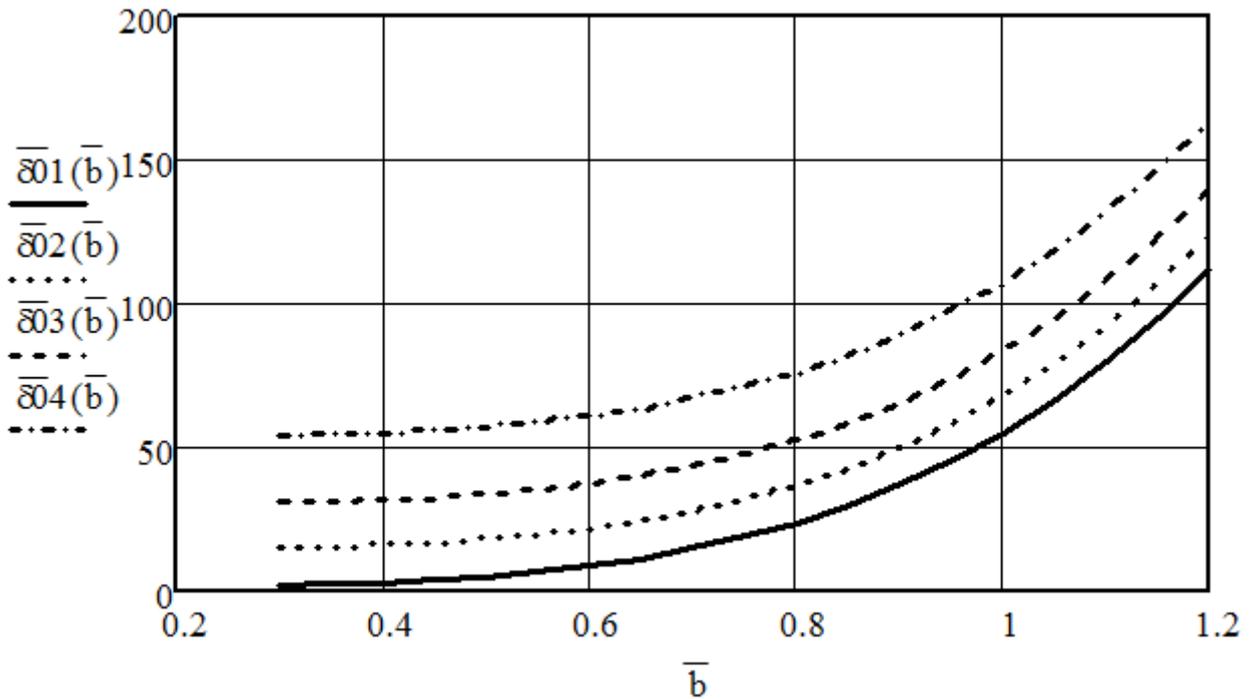


Рисунок 4.12 - Значения разницы относительных удельных податливостей ободов сателлита, обеспечивающие равномерное распределение нагрузки:

----- (1) -  $\bar{b}_H = 5$ ; ..... (2) -  $\bar{b}_H = 2$ ; - - - - - (3) -  $\bar{b}_H = 1,5$ ; - . . . . (4) -  $\bar{b}_H = 1,2$

При большом отношении ширины солнечной шестерни к ее диаметру  $B = b_z / d_a$  изгиб осей сателлитов может быть компенсирован деформацией кручения шестерни. В этом случае разница углов кручения в сечениях шестерни должна соответствовать разнице прогибов оси в этих же сечениях:

$$0,25\Delta\varphi d_a \left( \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \right) = \Delta Y_0, \quad (4.29)$$

или, выразив угол кручения через нагрузку в зацеплениях и определив прогиб оси с учетом изгибающего момента, поперечной силы и податливости в месте заделки оси в щеку водила,

$$B = \bar{b} \sqrt{\frac{69\bar{b}^2 + 10\pi + 11}{1,24n_w}}. \quad (4.30)$$

Указанное выражение соответствует отношению толщины щеки водила к ширине одного венца сателлита, равному 2, и  $\alpha_w = \alpha$ .

Изгибная прочность оси сателлита накладывает ограничение на соотношение (4.30). Напряжения изгиба

$$\sigma_0 = \frac{64Pb_w}{\pi d^3} \leq [\sigma]. \quad (4.31)$$

С учетом уравнения связи силы  $P$  с нормальной погонной нагрузкой  $w_n$  выражение (4.31) принимает вид

$$\bar{b}^3 \leq \frac{b_w \pi [\sigma]}{64 w_n \cos \alpha_w}. \quad (4.32)$$

При отношении  $[\sigma] b_w / w_n = 35$  (средненагруженная передача)  $\bar{b} = 1,2$ . В высоконагруженной передаче  $\bar{b} = 1$ .

На рис. 4.13 приведен график зависимости (4.30), обеспечивающей минимальную неравномерность распределения нагрузки по венцам двухрядного сателлита с учетом ограничения (4.32).

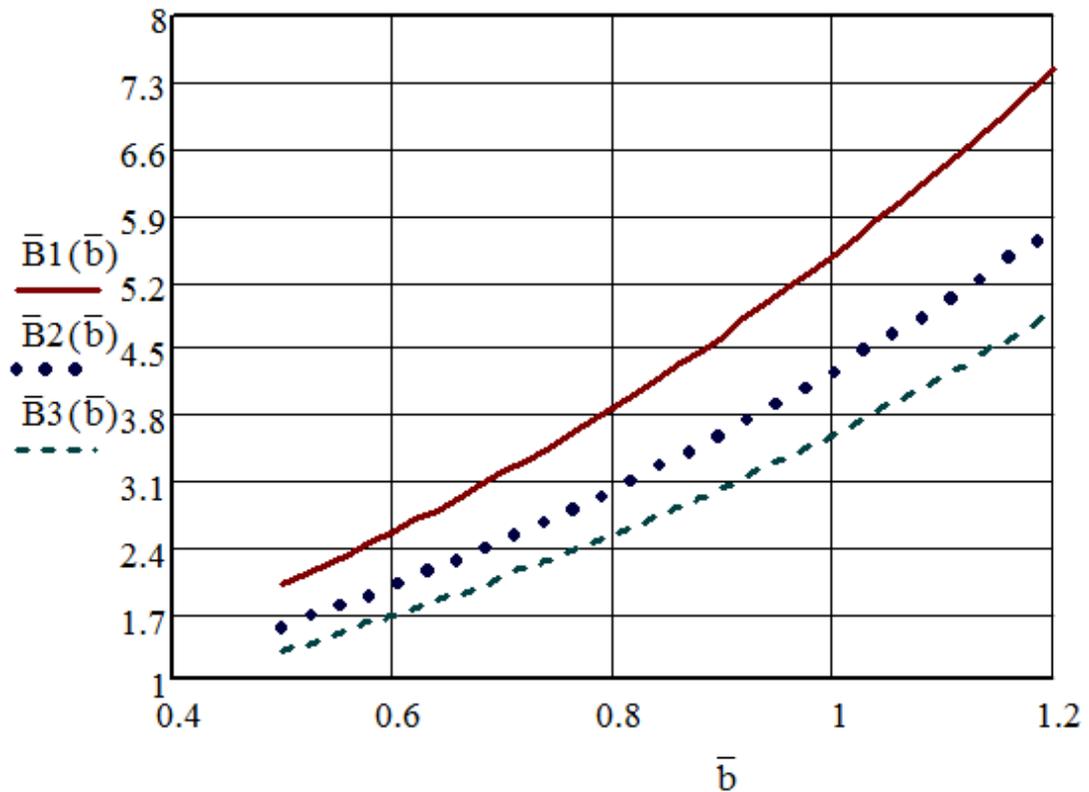


Рисунок 4.13 - Соотношение между относительной шириной солнечной шестерни  $B = b_\Sigma / d_a$  и относительной шириной венца сателлита  $\bar{b} = b_w / d$ , обеспечивающее равномерное распределение нагрузки:  
 ----- (1) -  $n_w = 3$ ; ..... (2) -  $n_w = 5$ ; - - - - - (3) -  $n_w = 7$

### 4.3. Распределение нагрузки по рядам сателлитов многорядной передачи

При ограниченном радиальном размере передачи имеет место большое отношение длины солнечной шестерни к ее диаметру и большой коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине зубьев из-за деформации кручения шестерни. Такие передачи обычно выполняются с многорядным

расположением сателлитов и используются в приводах буровых установок, встроенных приводах лебедок и других механизмах [70, 74, 107].

В одной из конструкций многорядной передачи неподвижное центральное колесо состоит из ряда узких колес, сопрягаемых коническими поверхностями с аналогичными поверхностями фрикционных колец, позволяющих узким колесам проворачиваться при большой нагрузке в рядах сателлитов [14]. Но такая конструкция сложна и нетехнологична.

Для снижения неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов, вызванной деформацией солнечной шестерни, целесообразно подобрать размеры перемычек водила в отдельных рядах так, чтобы их деформация соответствовала деформации шестерни (рисунки 4.14, 4.15).

Рассмотрим деформации многосекционного водила и осей сателлитов указанной передачи.

Момент сил, действующих на  $j$ -ю щеку водила (рисунок 4.16),

$$T_j = 0,5F_t a_w n_w (2j - 1), \quad (4.33)$$

где  $F_t$  – сила, действующая на ось сателлита со стороны его подшипника,

$$F_t = \frac{T}{n_w a_w n}, \quad (4.34)$$

$n_w$  – число сателлитов в одном ряду,  $n$  – число рядов сателлитов,  $T$  – момент на выходном валу передачи,  $a_w$  – межосевое расстояние.

Под действием указанного момента одна щека водила смещается относительно другой на угол

$$\gamma_j = \frac{y_{0j}}{a_w} = \frac{y_{nj}}{a_n}, \quad (4.35)$$

где  $y_{0j}$  и  $y_{nj}$  – окружные смещения одной щеки относительно другой в местах расположения оси и перемычки (рис. 4.17).

В соответствии с этим реактивные силы, действующие на ось ( $P_{0j}$ ) и перемычку ( $P_{nj}$ ) пропорциональны перемещениям и создают момент

$$T_j = P_{0j} a_w n_w + P_{nj} a_n n_w. \quad (4.36)$$

Для определения перемещений  $y_{0j}$  и  $y_{nj}$  найдем податливости оси и перемишки, представляющие собой их деформации под действием единичной силы  $Q=1$  и соответствующего ей момента изгиба в жесткой заделке  $M=0,5l$  (см. рисунки 4.15, 4.16, 4.17):

$$\delta_0 = \frac{l}{E} \left[ \frac{l^2}{12I_0} + \frac{2,2(1+\mu)}{S_0} \right]. \quad (4.37)$$

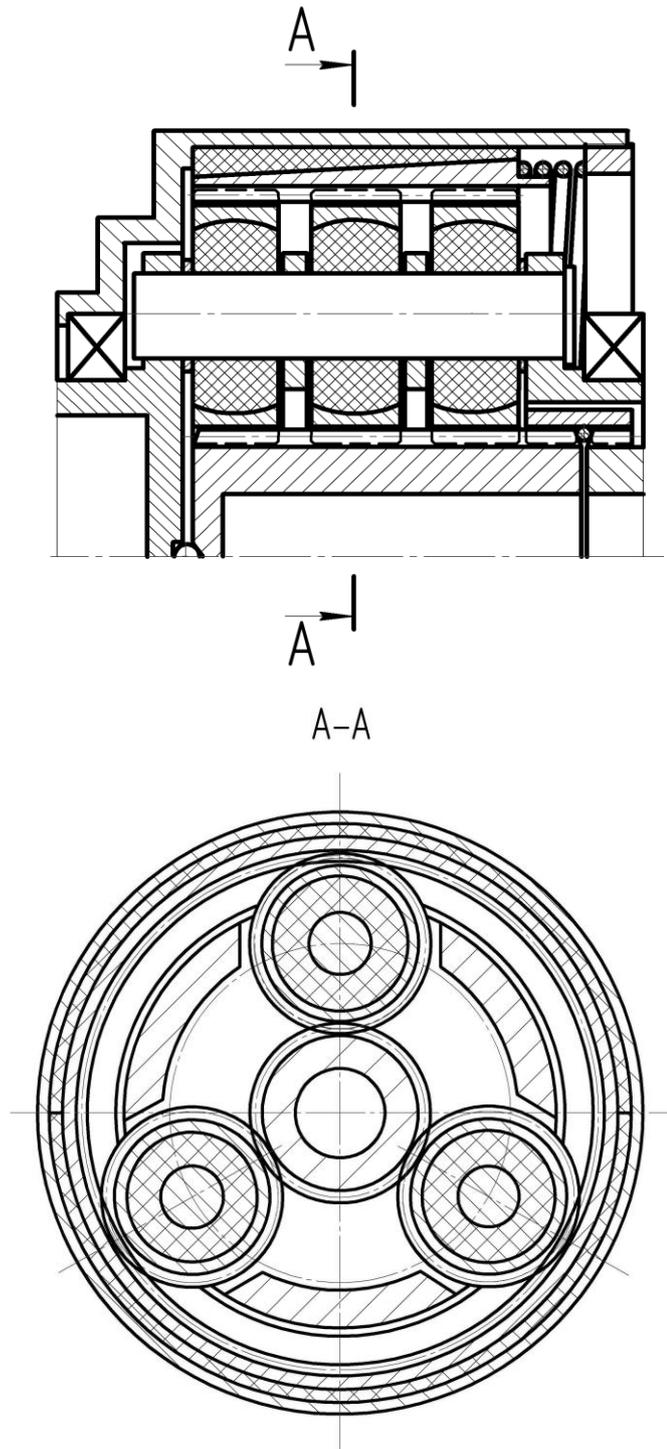


Рисунок 4.14 - Многорядная планетарная передача

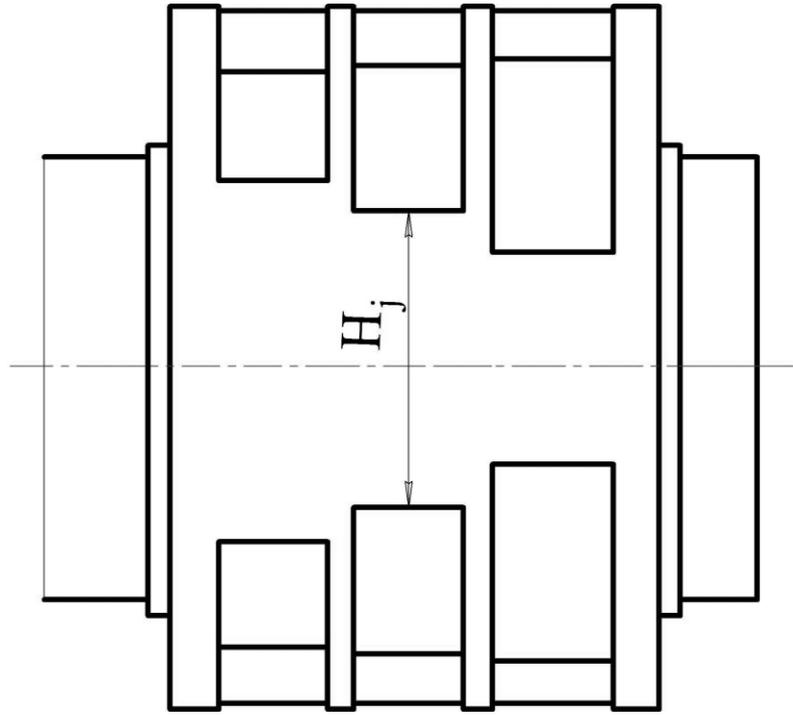


Рисунок 4.15 - Водило многорядной планетарной передачи

$$\delta_{nj} = \frac{l}{E} \left[ \frac{l^2}{12I_{nj}} + \frac{2,4(1+\mu)}{S_{nj}} \right]. \quad (4.38)$$

Здесь  $S_0$  – площадь поперечного сечения оси ( $S_0 = 0,25\pi d^2$ ),  $S_{nj}$  – площадь поперечного сечения  $j$ -й перемычки ( $S_{nj} = h_n H_j$ ),  $I_0$  – осевой момент инерции оси сателлита ( $I_0 = \pi d^4 / 64$ ),  $I_{nj}$  – осевой момент инерции перемычки водила ( $I_{nj} = h_n H_j^3 / 12$ ).

Тогда  $y_{0j} = P_{0j} \delta_0$ ,  $y_{nj} = P_{nj} \delta_{nj}$  и в соответствии с равенством (4.38)

$$P_{nj} = P_{0j} \frac{\delta_0 a_n}{\delta_{nj} a_w}. \quad (4.39)$$

Подставив это уравнение в выражение (4.35), с учетом равенства (4.36) получим

$$T_j = 0,5 F_t a_w n_w (2j-1) = P_{0j} (a_w n_w + n_w \frac{\delta_0 a_n^2}{\delta_{nj} a_w}),$$

ИЛИ

$$P_{0j} = \frac{F_t (j-0,5)}{1 + \frac{\delta_0 a_n^2}{\delta_{nj} a_w^2}}. \quad (4.40)$$

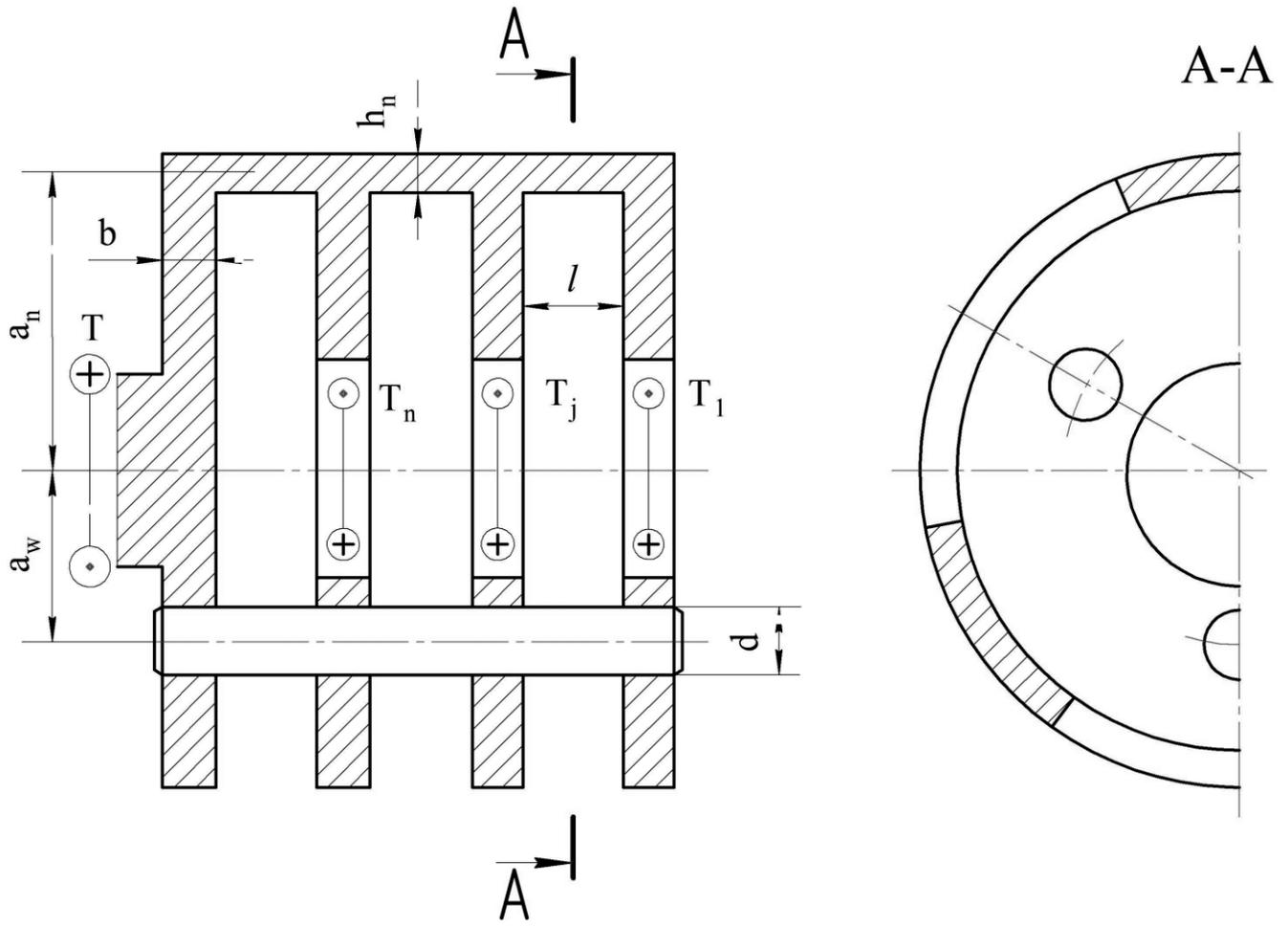


Рисунок 4.16 - Схема нагружения многосекционного водила

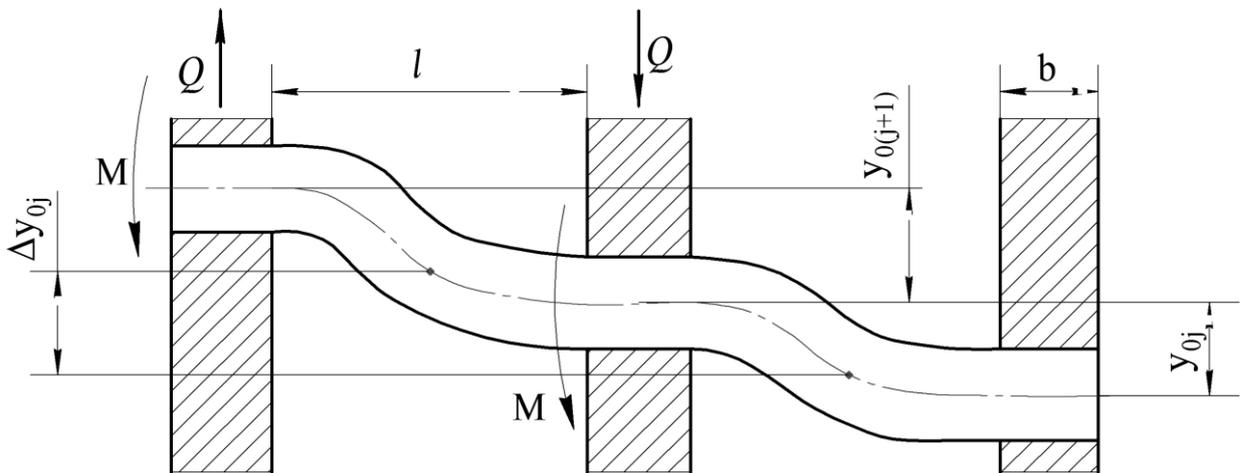


Рисунок 4.17 - Схема деформирования оси сателлита

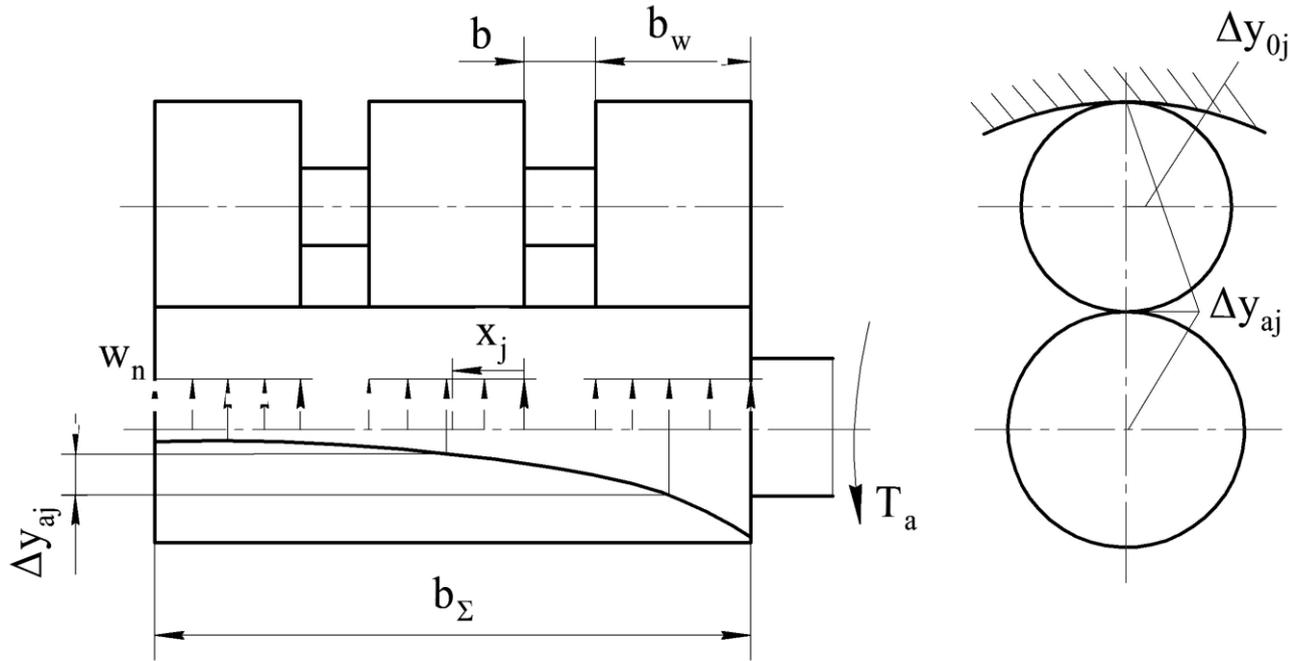


Рисунок 4.18 - Деформация солнечной шестерни и оси сателлита многорядной передач

Вызванное этой силой смещение одного сечения относительно второго на длине  $l$

$$y_{0j} = \frac{\delta_0 F_l (j-0,5)}{1 + \frac{\delta_0}{\delta_{nj}} \left( \frac{a_n}{a_w} \right)^2}. \quad (4.41)$$

Для выравнивания нагрузки между рядами сателлитов необходимо чтобы разница перемещений оси в средних частях соседних пролетов  $\Delta y_{0j}$  равнялась половине разницы перемещений зубьев солнечной шестерни  $\Delta y_{aj}$  в соответствующих ее сечениях (рисунок 4.18):  $\Delta y_{0j} = 0,5\Delta y_{aj}$ , или

$$0,5[y_{0j} + y_{0(j+1)}] = 0,5r_{ba}[\varphi_{(j+1)} - \varphi_j] = \frac{r_{ba}}{2I_{pa}G} [T_a(b_w + b) - n_w w_n r_{ba} b_w j(b_w + b)]. \quad (4.42)$$

Здесь радиус основной окружности солнечной шестерни  $r_{ba} = 0,5mz_a \cos \alpha$ ; равномерно распределенная по венцам сателлита и по их ширине погонная нагрузка в зацеплении  $w_n = \frac{T_a}{n_w n r_{ba} b_w}$ ; момент на валу солнечной шестерни  $T_a = \frac{T}{i\eta}$

( $i$  – передаточное отношение планетарного механизма,  $\eta$  – его коэффициент полезного действия); полярный момент инерции поперечного сечения солнечной



Таблица 4.1

Распределение относительной ширины перемычки водила  $H_j / H_{\max}$  по рядам четырехрядного сателлита при  $\bar{b}_\Sigma = b_\Sigma / d_a = 4$

№ ряда $i$	1	2	3	4
4	0	0,25	0,98	1
6	0	0,12	0,43	0,43
10	0	0,06	0,19	0,19

Таблица 4.2

Распределение относительной ширины перемычки водила  $H_j / H_{\max}$  по рядам трехрядного сателлита при  $\bar{b}_\Sigma = b_\Sigma / d_a = 3$

№ ряда $i$	1	2	3
4	0	0,47	1
6	0	0,22	0,46
10	0	0,10	0,21

Таблица 4.3

Распределение относительной ширины перемычки водила  $H_j / H_{\max}$  по рядам двухрядного сателлита при  $\bar{b}_\Sigma = b_\Sigma / d_a = 3$

№ ряда $i$	1	2
4	0	0,68
6	0	0,29
10	0	0,13

Из данных таблиц следует, что для обеспечения близкого к равномерному распределения нагрузки по рядам сателлитов при большой относительной ширине солнечной шестерни ( $\overline{b_s} = b_s / d_a \geq 3$ ) первую щеку водила нецелесообразно выполнять за одно целое с основной его частью (связь первой щеки со второй следует осуществлять только посредством осей сателлитов). В передаче с четырехрядными сателлитами, кроме того, размеры последней и предпоследней перемычек должны быть практически одинаковыми.

На основании выполненного исследования предложены рациональные конструкции многорядной планетарной передачи. Так, при большом передаточном отношении планетарного механизма ( $i \geq 10$ ) диаметр оси сателлита может быть подобран таким, чтобы близкое к равномерному распределение нагрузки по рядам сателлитов обеспечивалось при отсутствии перемычек. Водило в этом случае выполняется в виде дисков, соединенных между собой осями сателлитов. Например, при  $\overline{b_s} = 3$ ,  $n = 3$ ,  $i = 10$ ,  $d = 0,68b_w$  и ранее принятых прочих параметрах наличие перемычек не требуется. Для снижения неравномерности распределения нагрузки по сателлитам в рядах оси в каждом ряду следует выполнить консольными.

#### **4.4. Показатель прочности многорядного неэвольвентного внутреннего зацепления колес планетарной передачи**

Выполнение неподвижного центрального колеса передачи типа  $2k-h$  в виде барабана с неэвольвентными зубьями-перемычками позволяет уменьшить радиальный размер передачи на толщину обода колеса (рисунок 4.19) [87]. Кроме того, повышенная податливость зубьев-перемычек положительно сказывается на распределении нагрузки в зацеплениях и на динамике планетарного механизма. Однако они имеют более низкую изгибную прочность, нежели стандартные эвольвентные зубья. Боковые профили зубьев-перемычек могут быть очерчены по удлиненной эвольвенте (нарезание осуществляется червячной фрезой с близким к нулю углом профиля исходного контура) или по прямой (нарезание дисковыми фрезами).

Определим напряжения изгиба зуба-перемычки в месте его заделки в обод колеса, как правило, лимитирующие нагрузочную способность указанной передачи, в которой зубья всех колес, кроме неподвижного, имеют эвольвентный профиль.

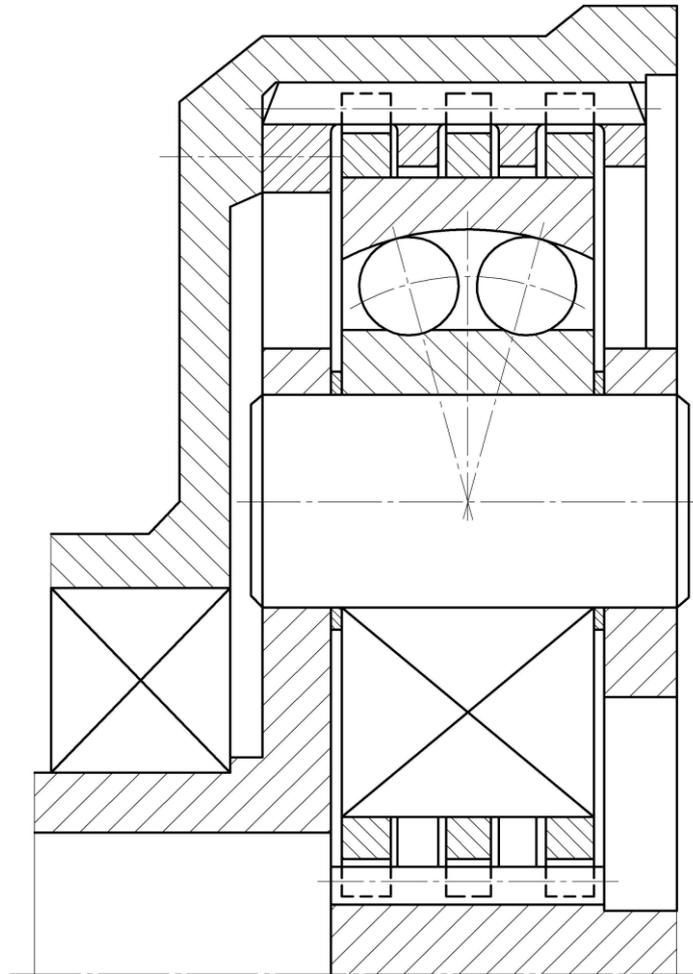


Рисунок 4.19 - Планетарная передача типа  $2k-h$  с неэвольвентным зацеплением неподвижного колеса с сателлитом

Существующие численные методы расчета зубьев колес позволяют с достаточно высокой степенью точности определить напряжения и деформации, возникающие в них в процессе работы механической передачи. Однако при проектировании зубчатых передач, выборе рациональных параметров зацеплений более простым и удобным для конструкторов является аналитический метод. Особенно это касается расчета механических передач с нетрадиционными

зубчатыми зацеплениями, например, таких как планетарные передачи с симметричной схемой нагружения элементов, которые содержат неэвольвентное колесо с зубьями-перемычками, имеющими близкий к нулю радиус переходной кривой [86;87].

Рассмотрим фрагмент зубчатого колеса, включающий в себя зуб и прилегающую к нему часть обода. Используя принцип суперпозиции, определим напряжения в ободке колеса у основания зуба, вызванные действием составляющих приложенной к нему силы и изгибающего момента (рисунок 4.20).

Уравнения связи силовых факторов и деформаций изгиба и сдвига  $y(x)$  могут быть записаны в виде

$$\frac{M(x)}{IE} + 2k \frac{\sigma(x)}{SG} = y''(x), \quad (4.45)$$

$$M(x) = M_0 + Px - 2b \int_0^x \sigma(\xi)(x-\xi)d\xi, \quad (4.46)$$

где  $\sigma(x)$  – нормальное напряжение, действующее на элемент обода;  $b$  - ширина обода ;  $P = F_n \cos \alpha_n$ ;  $E$  – модуль упругости первого рода,  $k = 1,2$ ,  $G = 0,5E/(1+\mu)$ ,  $\mu$  - коэффициент Пуассона материала колеса (для стали  $\mu = 0,25 - 0,3$ ),  $I = bS^3/12$ ,  $S$  – толщина зуба у основания,  $M_0 = F_n l \cos \alpha_n$ ,  $\alpha_n$  – угол между линиями действия окружной и нормальной сил,  $F_n$  – нормальная сила в зацеплении,

$$l = h + (0,5S + h \operatorname{tg} \alpha_n) \operatorname{tg} \alpha_n. \quad (4.47)$$

Выделенный элемент обода колеса представляет собой балку на упругом основании и ее деформации изгиба и сдвига могут быть выражены через погонную нагрузку  $q(x)$  и жесткость упругого основания  $c$ :  $y(x) = q(x)/c = 2b\sigma(x)/c$ .

С учетом вышесказанного, уравнения (4.1), (4.2) представим в следующем виде:

$$\sigma^{IV}(x) - \nu \sigma''(x) + \lambda \sigma(x) = 0, \quad (4.48)$$

где  $\nu = \frac{kc}{S bG}$ ,  $\lambda = \frac{12c}{EbS^3}$ .

Решение характеристического уравнения, соответствующего

выражению (4.48), имеет вид

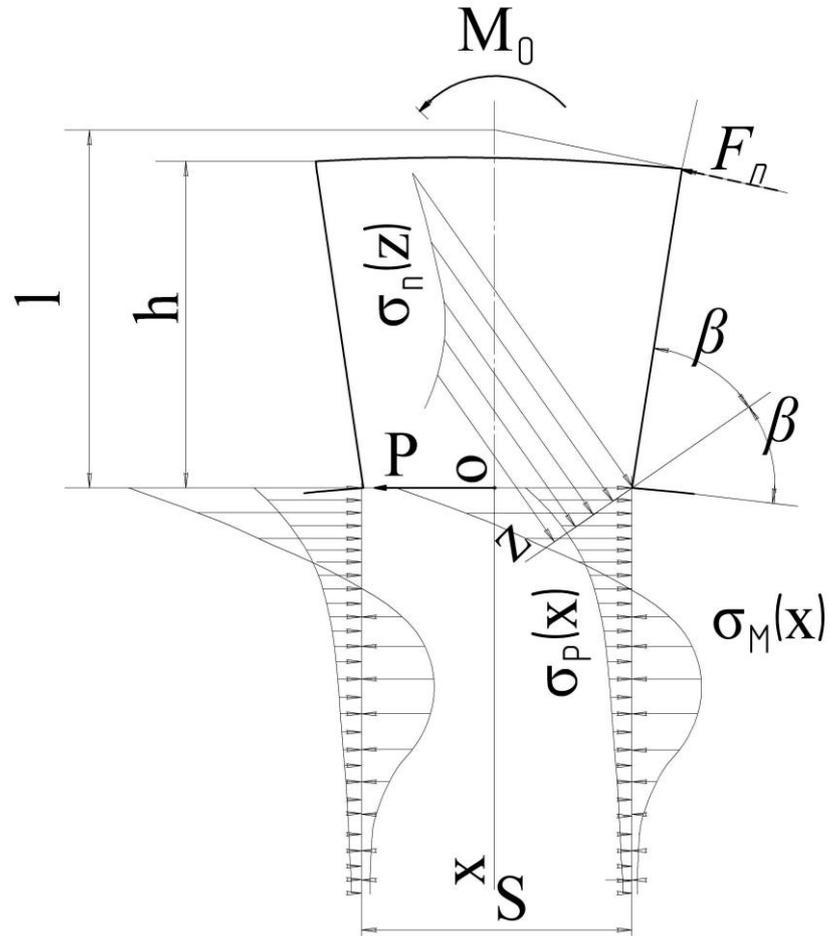


Рисунок 4.20 - Напряжения в основании неэвольвентного зуба с близким к нулю радиусом переходной кривой

$$\omega_{1-4} = \pm \sqrt{0,5\nu \pm \sqrt{0,25\nu^2 - \lambda}}. \quad (4.49)$$

Учитывая, что элемент обода колеса испытывает стесненный изгиб, закон изменения напряжений носит характер аperiодических затухающих колебаний. Это имеет место при  $\lambda = \nu^2 / 4$ , или

$$\omega = |\omega_{1-4}| = \frac{1}{S} \sqrt{\frac{12}{k(1+\mu)}}. \quad (4.50)$$

Тогда напряжения, обусловленные действием момента изгиба  $M_0$ ,

$$\sigma_M(x) = (A + Bx)e^{-\omega x}. \quad (4.51)$$

Постоянные интегрирования  $A, B$  определим из уравнений статики:

$$2b \int_0^H \sigma_M(x) dx = 0, \quad (4.52)$$

$$M_0 + 2b \int_0^H \sigma_M(x) x dx = 0; \quad (4.53)$$

здесь  $H$  – толщина обода колеса.

Отсюда

$$A = \frac{0,5M_0 e^{\omega H} \omega^2 (1 + \omega H - e^{\omega H})}{b \left\{ (e^{\omega H} - \omega H - 1)^2 + (e^{\omega H} - 1) [(\omega H + 1)^2 + 1 - 2e^{\omega H}] \right\}}, \quad (4.54)$$

$$B = \frac{A\omega}{\omega H / (e^{\omega H} - 1) - 1}. \quad (4.55)$$

Напряжения, обусловленные действием поперечной силы  $P$ , найдем по формуле

$$\sigma_P(x) = D e^{-\omega x}. \quad (4.56)$$

Постоянная  $D$  определяется из равенства

$$P = F_n \cos \alpha_n = 2b \int_0^H \sigma_P(x) dx. \quad (4.57)$$

Тогда

$$\sigma_P(x) = \frac{P}{2b} \frac{\omega e^{-\omega x} e^{\omega H}}{e^{\omega H} - 1}. \quad (4.58)$$

Максимальное значение нормального напряжения имеет место при  $x = 0$ :

$$\sigma(0) = \sigma_P(0) + \sigma_M(0). \quad (4.59)$$

Максимальное главное нормальное напряжение, найденное с учетом напряжения растяжения, (см. рисунок 4.1)

$$\sigma_n(0) = \sigma(0) / \sin \beta + P \operatorname{tg} \alpha_n \sin(\alpha_n + \beta) / (bS). \quad (4.60)$$

В соответствии с этим напряжением в основании зуба, имеющего малый радиус кривизны переходной кривой,

$$\sigma_n(0) = \frac{P \omega e^{\omega H}}{2b \sin \beta (e^{\omega H} - 1)} \left\{ 1 - \frac{\omega (e^{\omega H} - \omega H - 1)}{[(e^{\omega H} - \omega H - 1)^2 / (e^{\omega H} - 1)] + (\omega H + 1)^2 - 2e^{\omega H} + 1} \right\} + \frac{P \operatorname{tg} \alpha_n \sin(\alpha_n + \beta)}{Sb}. \quad (4.61)$$

На рисунке 4.21 представлен график зависимости относительного напряжения  $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_n(0)Sb}{P}$  от  $\bar{H} = H/S$  и  $\bar{h} = h/S$ , построенный на основании расчета, выполненного по выражению (4.61) при  $\alpha_n = 20^\circ$ ,  $\beta = 35^\circ$ .

Полученные зависимости справедливы для колес с нестандартными (неэвольвентными) зубьями. Из результатов расчетов и построенных по ним графиков следует, что при малом радиусе скругления галтели зуба напряжения в его основании существенно больше напряжений в основании аналогичного зуба с большим радиусом скругления. С увеличением толщины обода колеса при  $H \geq 2,5S$  напряжения в основании зуба изменяются мало, что следует учитывать при расчете зубьев на изгибную прочность.

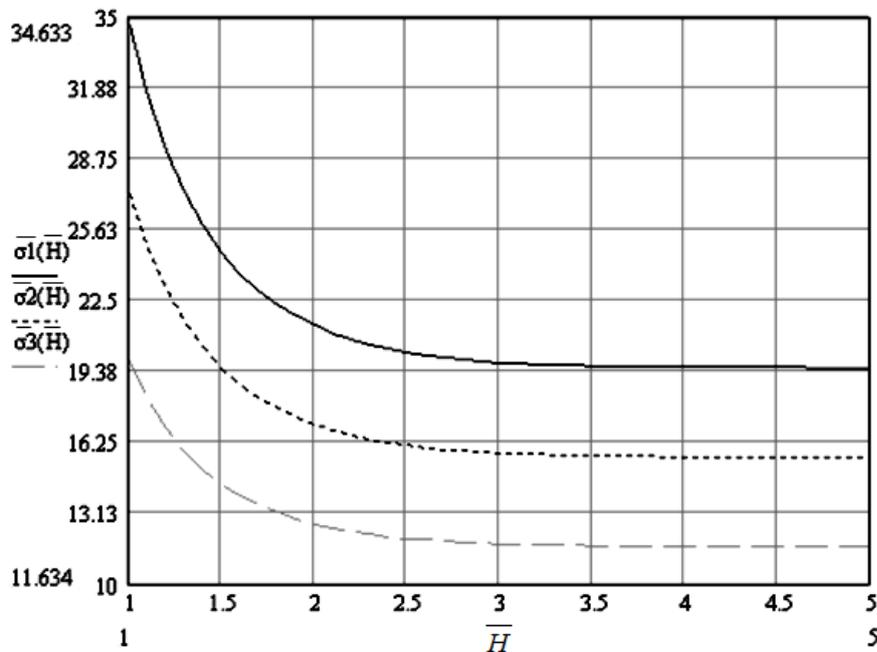


Рисунок 4.21 - Зависимость относительного напряжения в основании зуба  $\bar{\sigma}$  от относительной толщины обода колеса  $\bar{H}$ :  
 ----- (1) -  $\bar{h} = 2$ ; ..... (2) -  $\bar{h} = 1,5$ ; - - - - - (3) -  $\bar{h} = 1$

## 5. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ И ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ

### 5.1. Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния сопряжения ось сателлита – щека водила

Численный анализа технических конструкций обычно осуществляется методом конечных элементов в среде SolidWorks благодаря его универсальности и пригодности для работы на компьютере. При статических исследованиях этим методом вычисляются перемещения, напряжения, реакции, коэффициент запаса прочности.

Для проверки правильности основных теоретических положений диссертации, связанных с определением податливости элементов передачи и сопрягаемых с ними тел, проведен анализ напряженно-деформированного состояния сопряжения ось сателлита – щека водила, а также оси, установленной без зазора в щеках водила и нагруженной силой  $F$  в пролете между щеками.

На рисунке 5.1 приведена компьютерная модель щеки податливого водила, сопрягаемого с осью сателлита, соответствующая диаметру оси  $d=10$  мм, ширине щеки  $b=6$  мм и  $\bar{a} = a/d = 0,6$ . Найденная таким образом относительная удельная податливость щеки  $\bar{\delta}_q = \delta_q E \cong 9,1$ , теоретическое ее значение  $\bar{\delta}_q \cong 11$ . При отсутствии паза в щеке водила относительная удельная контактная податливость сопряжения, найденная методом компьютерного моделирования,  $\bar{\delta} \cong 1,4$ .

Анализ напряженно-деформированного состояния оси, установленной без зазора в щеках водила и нагруженной силой  $F$  в пролете между щеками, осуществлялся на компьютерных моделях, одна из которых показана на рисунке 5.2. Подтверждена близость полученных результатов к теоретическим: при указанных на рисунке 5.2 параметрах полученное методом компьютерного моделирования перемещение равно 11,0 мкм, найденное теоретическим путем – 12,3 мкм. При жестком водиле перемещения соответственно равны 6,0 и 6,7.

Кроме того, осуществлен анализ напряженного состояния элемента щеки податливого водила, позволяющий оценить его прочность (рисунок 5.3).

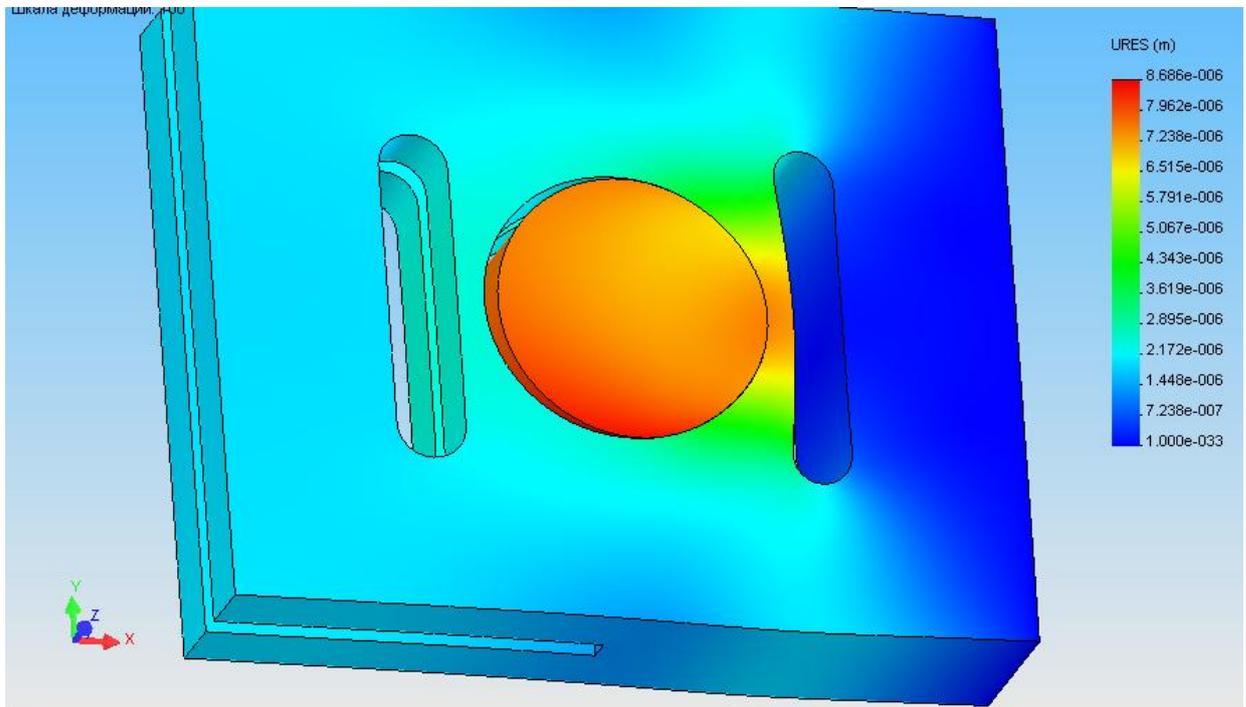


Рисунок 5.1 - Компьютерная модель сопряжения ось сателлита-щека податливого водила при  $\bar{a} = a/d = 0,6$ ,  $F = 1200$  Н

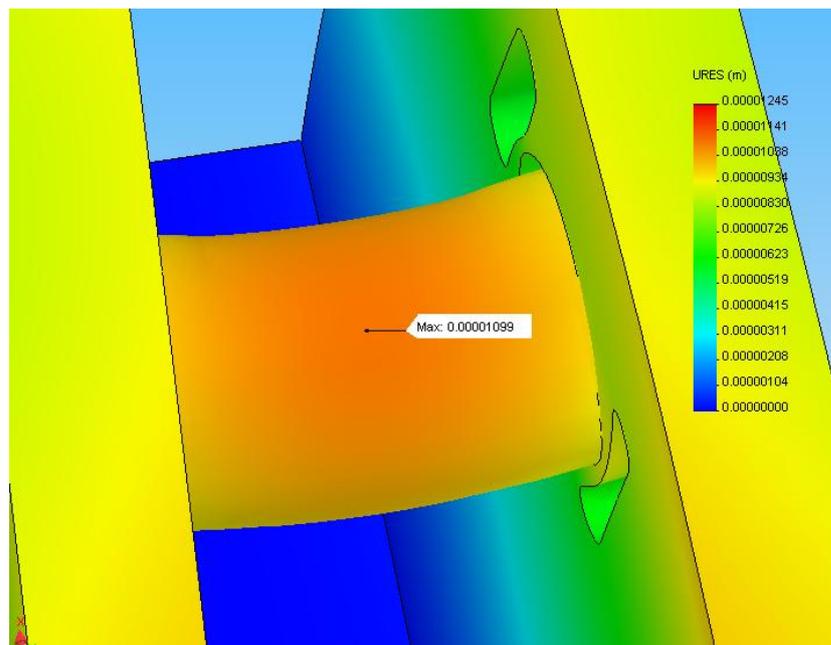


Рисунок 5.2 - Компьютерная модель элемента податливого водила и оси сателлита при  $\bar{a} = a/d = 0,65$ ,  $d = 0,015$  м,  $b/d = 0,6$ ,  $l/d = 0,5$ ,  $L/d = 1,0$ ,  $F = 1200$  Н

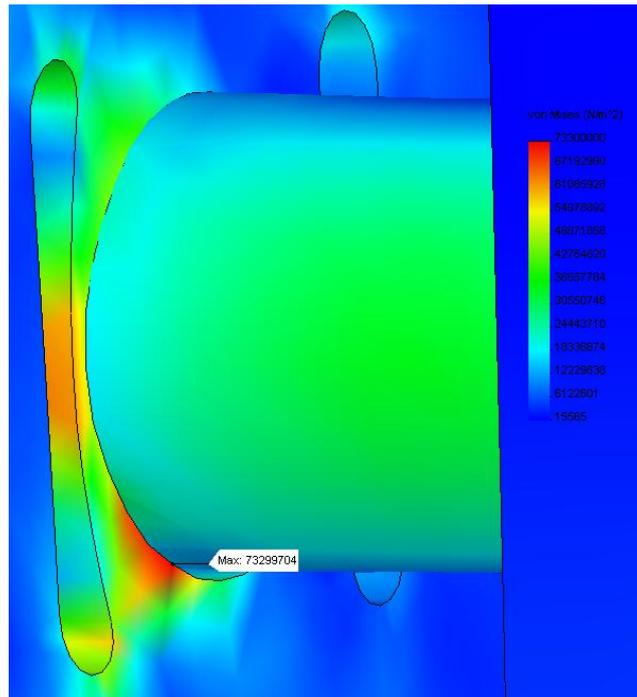


Рисунок 5.3 – Компьютерная модель напряженного состояния элемента податливого водила и оси сателлита

## 5.2. Экспериментальное исследование податливости оси сателлита и щеки водила

Из выполненных теоретических расчетов следует, что на распределение нагрузки в зацеплениях колес и на работоспособность зубчатых передач большое влияние оказывает жесткость их элементов или обратная ей величина – податливость. В планетарных передачах, широко использующихся во многих отраслях народного хозяйства в качестве механических приводов, деформативность, с одной стороны, способствует выравниванию нагрузки по потокам мощности, с другой, ведет к увеличению упругого люфта, что недопустимо в прецизионных механизмах. В связи с этим важно установить податливость элементов планетарных передач.

Податливость зубчатого зацепления, обода колеса, деформация кручения солнечной шестерни, податливость подшипников качения определяются с достаточно высокой степенью точности по известным и приведенным в главах 2, 3, 4 зависимостям. Однако при рассмотрении оси сателлита как балки на упругом основании требуется знание жесткости упругого основания или обратной ей

величины - контактной податливости, от которой в значительной степени зависит прогиб оси в пролете между щеками водила, распределение нагрузки по потокам мощности и по ширине зубчатого венца, а также упругий люфт передачи.

На рисунке 5.4 представлена установка для исследования контактной податливости сопрягаемых элементов. Она состоит из стальной пластины, имитирующей щеку водила, с установленной в ее отверстие осью и нажимного устройства, содержащего двушековую нагружаемую деталь и нагрузочный элемент. Материал деталей – сталь 45 улучшенная. Сопрягаемые поверхности нагружаемой детали и нагрузочного элемента выполнены сферическими для исключения влияния погрешностей изготовления на результаты измерений. Причем суммарная ширина щек указанной детали равна толщине пластины.

Испытания проводились на машине INSTRON, позволяющей измерять деформацию в зависимости от прикладываемой нагрузки с выводом результата эксперимента на компьютер (рисунок 5.5).

На рисунке 5.6 приведен график зависимости суммарной деформации (сближения контактирующих тел) от нагрузки, соответствующий следующим размерам составных частей установки: диаметр оси сателлита  $d = 10$  мм, толщина пластины  $b = 6$  мм, толщина каждой щеки нагружаемой детали  $t = 3$  мм).

Анализ результатов проведенного таким образом эксперимента показал, что зависимость перемещения  $Y$  от действующей на ось силы  $P$  в пределах упругой деформации близка к линейной. Это позволяет определить удельную контактную податливость  $\delta$  сопряжения ось сателлита – щека жесткого водила в виде следующей зависимости:

$$\delta = \frac{\Delta Y_{\Sigma} b}{2 \Delta P} = \frac{\bar{\delta}}{E}, \quad (5.1)$$

где  $\Delta Y_{\Sigma}$  – суммарная контактная деформация в зоне упругости,  $\bar{\delta}$  – относительная удельная контактная податливость,  $E$  – модуль упругости первого рода ( $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па для стали),  $\Delta P$  – сила, соответствующая контактной деформации.

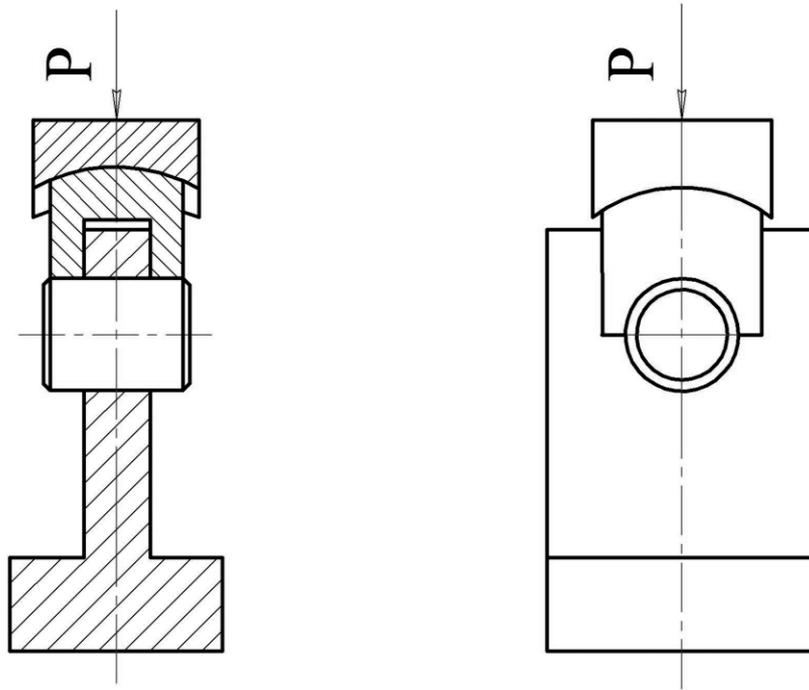


Рисунок 5.4 - Установка для определения контактной деформации сопряжения ось сателлита – щека водила

Таким образом установлено, что при беззазорном сопряжении сателлит – щека водила относительная контактная податливость  $\bar{\delta} \cong 1,2$ .

Такая же установка (см. рисунок 5.4) использовалась для экспериментального определения удельной податливости  $\delta_q$  щеки водила с пазами ( $d = 10$  мм,  $b = 6$  мм,  $t = 3$  мм). С учетом близости к линейной полученной зависимости перемещения от нагрузки, для определения указанной податливости справедливо следующее выражение:

$$\delta_q = \frac{\Delta Y b}{\Delta P} = \frac{(\Delta Y_{\Sigma} - \Delta Y_K) b}{\Delta P}, \quad (5.2)$$

где  $\Delta Y_{\Sigma}$  – суммарная деформация в зоне упругости,  $\Delta Y_K$  – деформация контактного сближения нагружающего элемента с осью:

$$\Delta Y_K = \frac{K \Delta P}{b E} = \frac{1,2 \Delta P}{b E}. \quad (5.3)$$

Найденная таким образом экспериментальная удельная податливость щеки нежесткого водила при  $\bar{a} = a/d = 0,65$   $\bar{\delta}_q = \delta_q E \cong 7,3$  (теоретическое значение  $\bar{\delta}_q \cong 8,0$ , что выше примерно на 10%). Зависимость величины  $\bar{\delta}_q$  от  $\bar{a}$  приведена на рисунке 5.7.



Рисунок 5.5 - Экспериментальное определение деформации элементов планетарной передачи

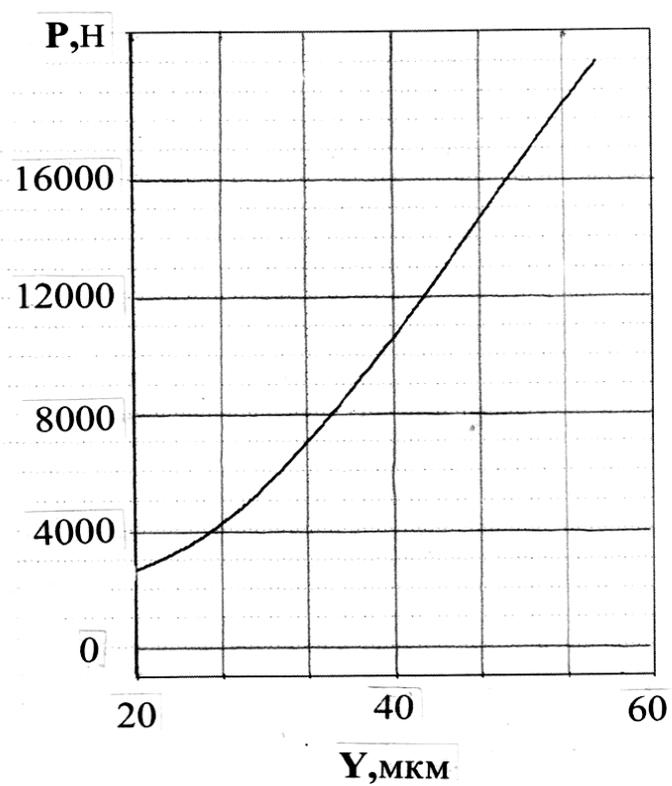


Рисунок 5.6 - Экспериментальная зависимость контактной деформации сопряжения ось сателлита – щека жесткого водила от нагрузки при  $d = 10$  мм,  $b = 6$  мм

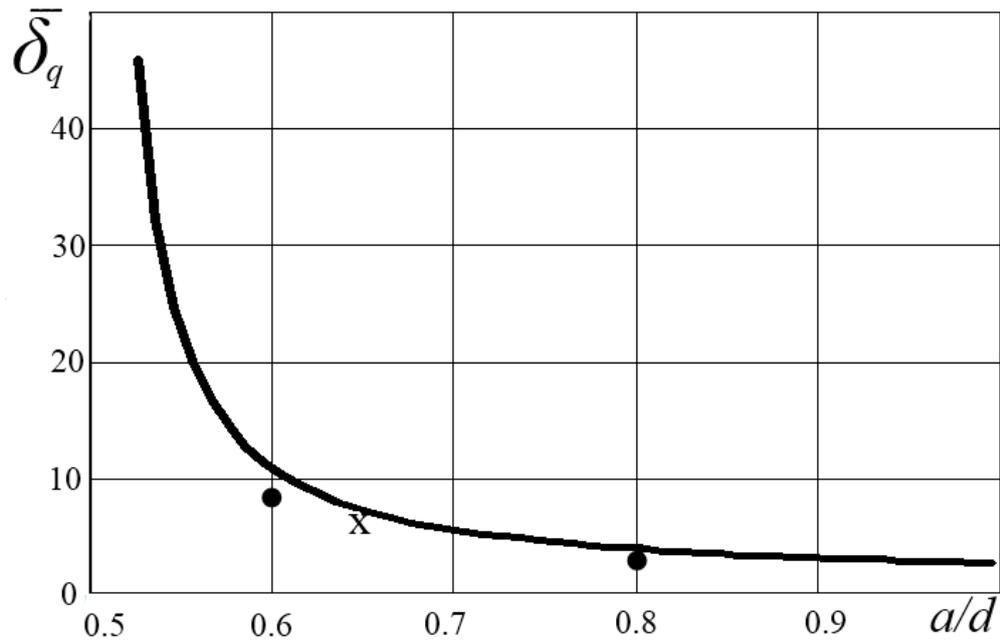


Рисунок 5.7 – Зависимость относительной удельной податливости сопряжения ось сателлита - щека водила от  $\bar{a} = a/d$ : ----- - теоретическая кривая; x – экспериментальное значение; • – результаты компьютерного моделирования

Аналогично определялась податливость оси сателлита и сопрягаемых с ней деталей. Общий вид установки показан на рисунке 5.8. Зависимость деформации от нагрузки для водила с жесткими щеками приведена на рисунке 5.9. График соответствует следующим значениям параметров установки: диаметр оси сателлита  $d = 15$  мм, толщина щеки водила  $b = 9$  мм, ширина паза для размещения сателлита  $L_n = 30$  мм, ширина втулки, имитирующей кольцо подшипника сателлита,  $l_k = 15$  мм. Рисунок 5.10 соответствует оси сателлита и податливому водилу, выполненному с пазом в щеках. Результаты экспериментальных исследований удовлетворительно совпадают с результатами теоретических расчетов.

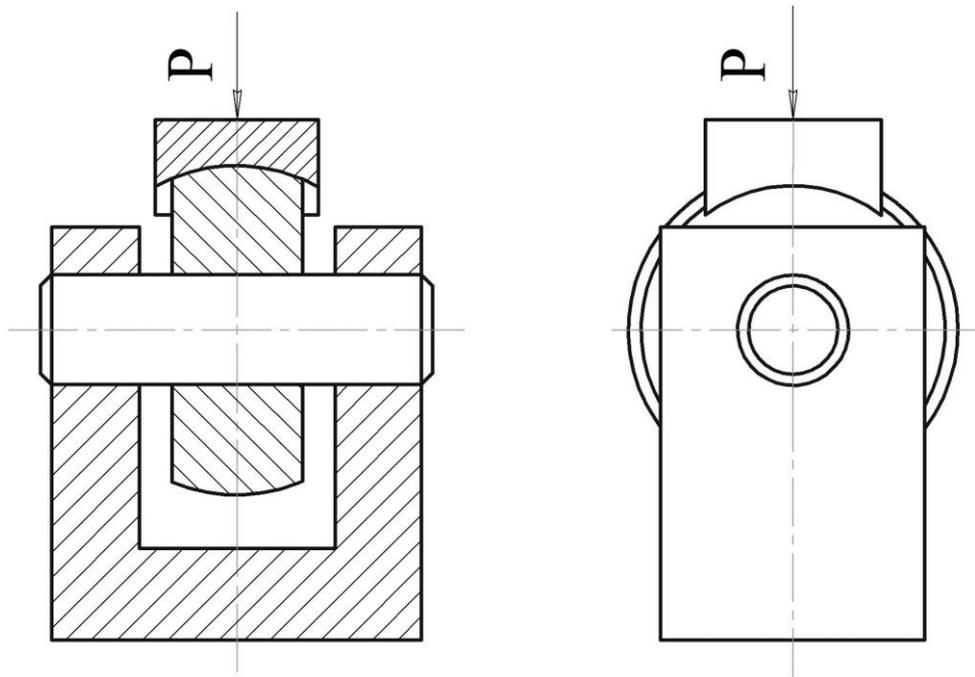


Рисунок 5.8 - Установка для определения деформации оси сателлита и сопрягаемых с ней элементов

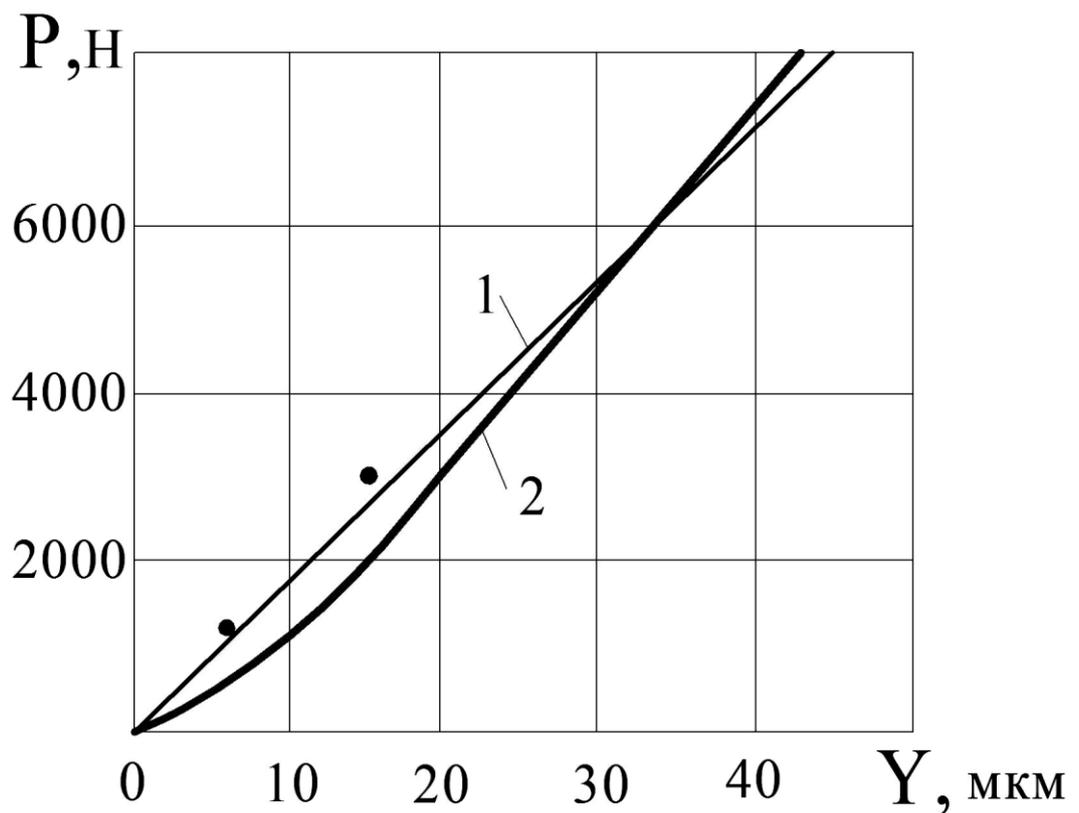


Рисунок 5.9 - Зависимость деформации оси сателлита и контактирующих с ней элементов от нагрузки при  $d = 15$  мм,  $b = 9$  мм и жестком водиле : 1- теоретическая; 2- экспериментальная; • – результаты компьютерного моделирования

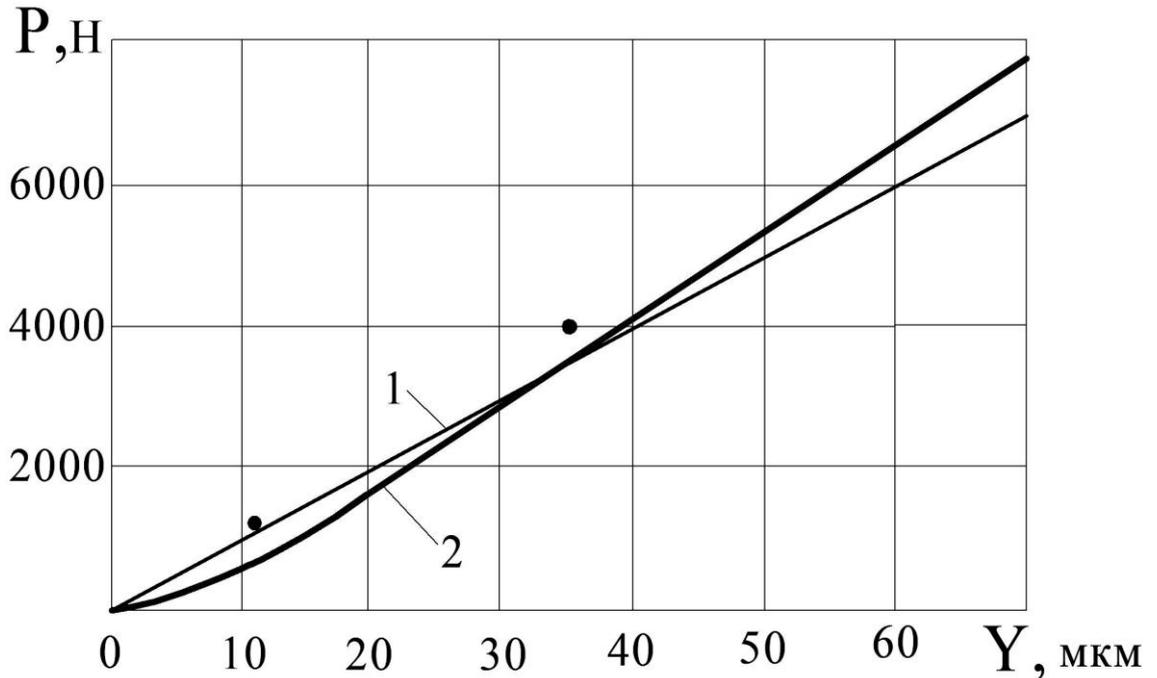


Рисунок 5.10 - Зависимость деформации оси сателлита и контактирующих с ней элементов от нагрузки при  $d = 15$  мм,  $b = 9$  мм и податливом водиле,  $\bar{a} = a/d = 0,65$  : 1- теоретическая; 2- экспериментальная; • – результаты компьютерного моделирования

### 5.3. Экспериментальное исследование распределения нагрузки в зацеплениях колес многопоточной планетарной передачи

Как следует из предыдущих разделов, теоретические зависимости для определения деформации элементов планетарной передачи, оказывающих наибольшее влияние на распределение нагрузки в зацеплениях колес зубчатого механизма, подтверждаются данными компьютерного моделирования и результатами экспериментов и вполне пригодны для расчета коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности. В данном разделе диссертационной работы опытным путем исследуется влияние податливости основных звеньев и погрешностей изготовления передачи на распределение нагрузки по сателлитам [105].

Для экспериментов взяты передачи, изготавливаемые на Ижевском предприятии «Редуктор» (таблица 5.1). Рассмотрены конструкции с солнечной шестерней, расположенной на двух опорах. Исследованию подвергались передачи

с жестким и податливым водилом (водило с пазами на щеках). Датчики наклеивались на неподвижное центральное колесо, для чего на нем была выполнена площадка.

Экспериментальное определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам осуществлялось на специальном стенде, состоящем из следующих элементов (рисунок 5.11):

- электродвигатель асинхронный АИРМ90L4У3 с частотным преобразователем Prostar PR-6000;
- рама с фланцем для крепления электродвигателя ;
- тензометрический датчик крутящего момента DACELL TRD-20К ;
- рама с фланцем для крепления испытуемого редуктора ;
- опытный образец передачи;
- тензометрический датчик крутящего момента DACELL TRD-50К ;
- электромагнитный порошковый тормоз MEROBEL FRAT-3500 с цифровым контроллером для управления им MEROBEL DGT-200;
- рама с фланцем для крепления порошкового тормоза ;
- основание ;
- тензометрическая станция ZET A17-T8;
- анализатор спектра низкочастотного диапазона ZET 017-U8 ;
- компьютер .

Электродвигатель мощностью 2,2 кВт позволяет развивать частоту вращения вала до 1500 мин<sup>-1</sup>. Требуемая частота вращения задается частотным преобразователем PR-6000.

Тензометрический датчик крутящего момента DACELL TRD-20К позволяет определить крутящий момент на валу электродвигателя и на быстроходном валу исследуемой передачи. Допускаемый датчиком максимальный момент равен 200 Нм. Датчик подключен к тензометрической станции. При работе установки сигнал с датчика поступает на один из каналов тензометрической станции, преобразуется и обрабатывается с использованием программного обеспечения, установленного на компьютере.

Аналогично, тензометрический датчик крутящего момента DACELL TRD-50К, соединенный с электромагнитным порошковым тормозом MEROBEL FRAT-3500, позволяет определить крутящий момент на тихоходном валу передачи. Максимальный момент, допускаемый этим датчиком, равен 500 Нм. Датчики TRD-20К и TRD-50К имеют встроенные тензоусилители.

Электромагнитный порошковый тормоз MEROBEL FRAT-3500 создает тормозной момент на выходном валу опытного образца передачи величиной до 350 Нм. Крутящий момент, передаваемый порошковым тормозом, может плавно изменяться от нуля до максимальной величины. Управление им осуществляется цифровым контроллером MEROBEL DGT-200.

Тензометрическая станция ZET A17-T8 позволяет выполнять тензоизмерения и имеет возможность принимать сигналы по восьми каналам одновременно. Она подключается к компьютеру, имеющему специальное программное обеспечение ZETLab для визуализации и обработки сигналов, поступающих на каналы тензометрической станции, их записи и воспроизведения.

Экспериментальное исследование распределения нагрузки по сателлитам осуществлялось как в статике (при частоте вращения вала электродвигателя, близкой к нулю), так и при числе оборотов в минуту вала испытуемого редуктора 200 при моменте на выходном валу передачи 180 Нм.

Перед испытаниями каждого опытного образца передачи осуществлялась его приработка на холостом ходу без смазки, затем – обкатка с применением смазки при нагрузке, ступенчато изменяющейся от нуля до максимально допускаемой используемым для этого порошковым тормозом. В качестве смазки для зубчатых колес использовалось масло трансмиссионное ТМ-2-18 ГОСТ 17479.2-85 (кинематическая вязкость при температуре 100°С 14-24,99 мм<sup>2</sup>/сек, динамическая - не более 150 Па), для подшипниковых узлов и других трущихся поверхностей – Литол-24. После обкатки производилась разборка редуктора и его промывка. Затем после заливки масла осуществлялись испытания.

На рисунке 5.12 приведена осциллограмма напряжений в ободу неподвижного центрального колеса, соответствующая передаче степени точности с податливым водилом (рисунок 5.12).

Для определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки необходимо знать отношение максимального ее значения (на наиболее нагруженном спутнике) к среднему, поэтому указанный коэффициент определялся как отношение максимального значения сигнала с тензодатчика к среднему для заданного числа спутников [9]:

$$K_i = n_w h_{\max j} / \sum_{j=1}^{n_w} h_j, \quad (5.2)$$

где  $h_j$  – значение сигнала с датчика, соответствующего  $j$ -му спутнику;  $n_w$  – число спутников передачи.

Была проведена серия из  $n = 20$  опытов.

При определении коэффициента неравномерности распределения нагрузки по спутникам передачи с податливым водилом среднее арифметическое результатов измерений [9]

$$\bar{K} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_i = 1,45. \quad (5.3)$$

Среднеквадратичное отклонение (стандартная неопределенность) [9]

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - \bar{K})^2}{n-1}} = 0,031. \quad (5.4)$$

При доверительной вероятности  $\alpha = 0,95$  (95%) отношение [9]

$$\varepsilon = \Delta K / \sigma = 2. \quad (5.5)$$

Тогда полуширина доверительного интервала  $\Delta K = 0,062$ .

Относительная погрешность измерений

$$\delta K = \Delta K / \bar{K} = 0,043. \quad (5.6)$$

Таким образом, доверительный интервал измеряемой величины 1,39-1,51.

Аналогичным образом проводились измерения напряжений и соответствующей им нагрузки в зацеплениях колес передачи с жестким водилом и осуществлялась обработка экспериментальных данных.

На рисунке 5.14 приведена осциллограмма распределения напряжений и соответствующей им нагрузки в зацеплениях сателлитов с центральными колесами трехсателлитной передачи с жестким водилом и двухопорной солнечной шестерней, из которой следует, что коэффициент неравномерности распределения нагрузки по потокам ее мощности  $K = 1,6 \pm 0,06$ .

Средняя величина коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам передачи с податливым водилом ( $K = 1,45$ ) соответствует теоретически найденному коэффициенту неравномерности при средней относительной погрешности расстояния между осями соседних сателлитов  $\Theta = \frac{E\Delta}{w_n} = 50$ . При такой погрешности коэффициент неравномерности распределения нагрузки по сателлитам передачи с жестким водилом равен 1,75, что отличается от экспериментального значения на 10%.

По данным профессора В.Н. Кудрявцева [50] при аналогичных размерах, модуле и нагрузке на выходном валу передачи 7 степени точности коэффициент неравномерности  $K \cong 1,9$ . На рисунке 5.15 приведены значения коэффициента неравномерности для данной трехсателлитной конструкции.

Найденные экспериментальным путем коэффициенты неравномерности меньше теоретических их значений, что связано с вероятностным характером распределения погрешностей изготовления механизма. Параметры исследуемой передачи соответствуют данным таблицы 5.1.

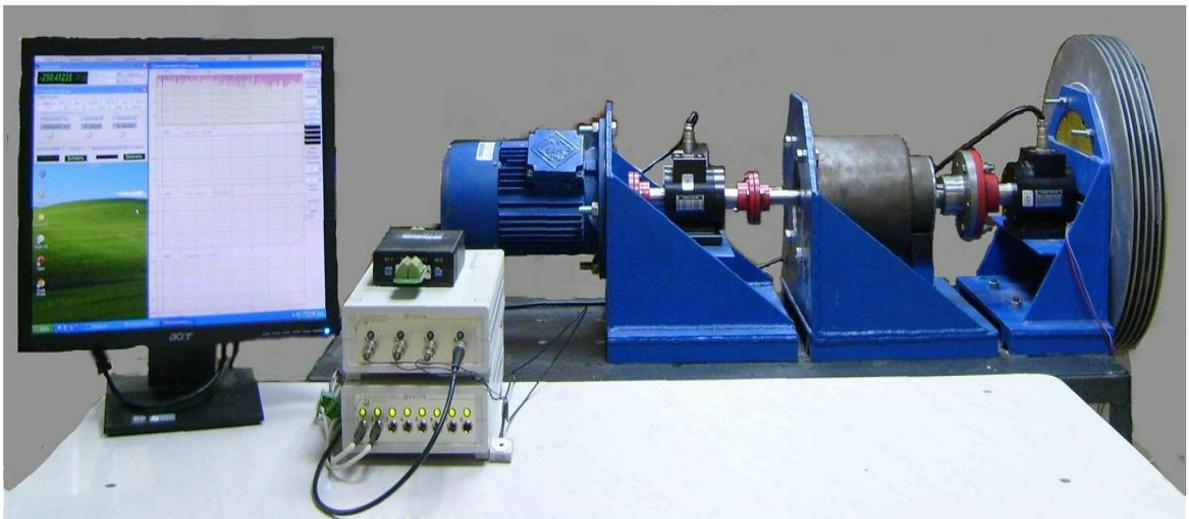


Рисунок 5.11 - Стенд для испытания соосных механических передач

Таблица 5.1. Параметры опытного образца планетарной передачи

<i>Параметр</i>	<i>Обозначение</i>	<i>Значение параметра</i>
Передаточное отношение	$i$	6,05
Модуль зацепления, мм	$m$	1,5
Число зубьев сателлита	$Z_g$	40
Число зубьев неподвижного колеса	$Z_b$	100
Число зубьев солнечной шестерни	$Z_a$	20
Угол профиля исходного контура, град	$\alpha$	20
Ширина венца сателлита, мм	$b_{wg}$	15
Ширина щеки водила, мм	$b$	9
Отношение расстояния от центра оси до паза в щеке $a$ к диаметру оси $d$ (при податливом водиле)	$\bar{a}$	0,57
Диаметр оси сателлита, мм	$d$	20
Число сателлитов	$n_w$	3
Материал солнечной шестерни (твердость HRC)	-	Сталь 12ХН3А (57...63)
Материал сателлитов (твердость HRC)	-	Сталь 25ХГМ (57...63)
Материал неподвижного центрального колеса (твердость HB)	-	Сталь 40Х (270...290)

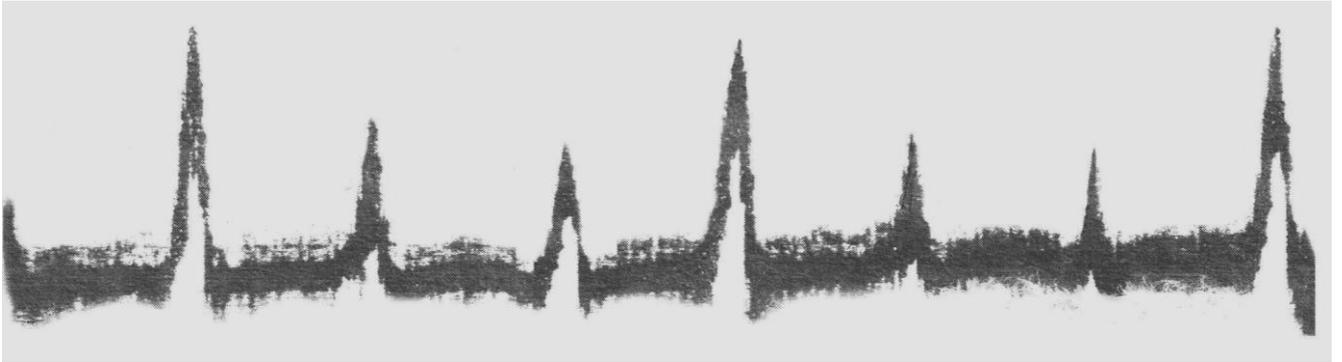


Рисунок 5.12 - Распределение нагрузки по потокам мощности трехсателлитной планетарной передачи с податливым водилом и двухопорными осями сателлитов при отсутствии «плавающих» звеньев



Рисунок 5.13 - Опытный образец планетарной передачи с податливым водилом

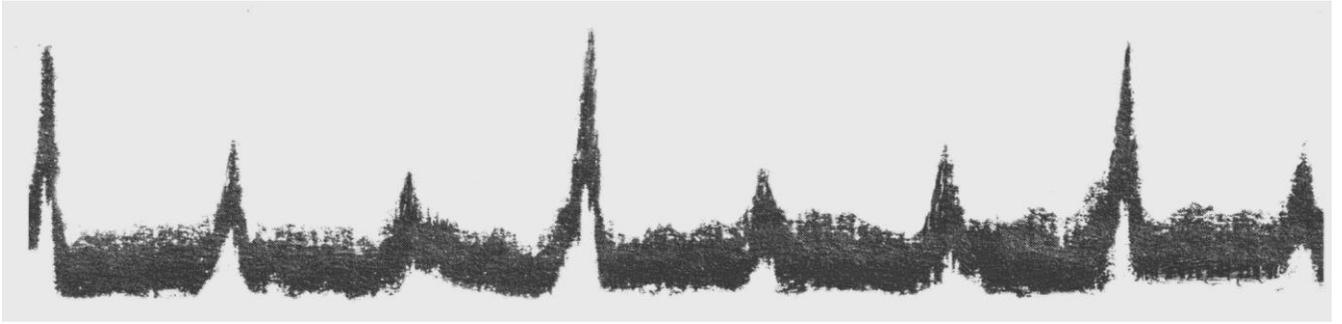


Рисунок 5.14 - Распределение нагрузки по потокам мощности трехсателлитной планетарной передачи с жестким водилом и двухпорными осями сателлитов при отсутствии «плавающих» звеньев

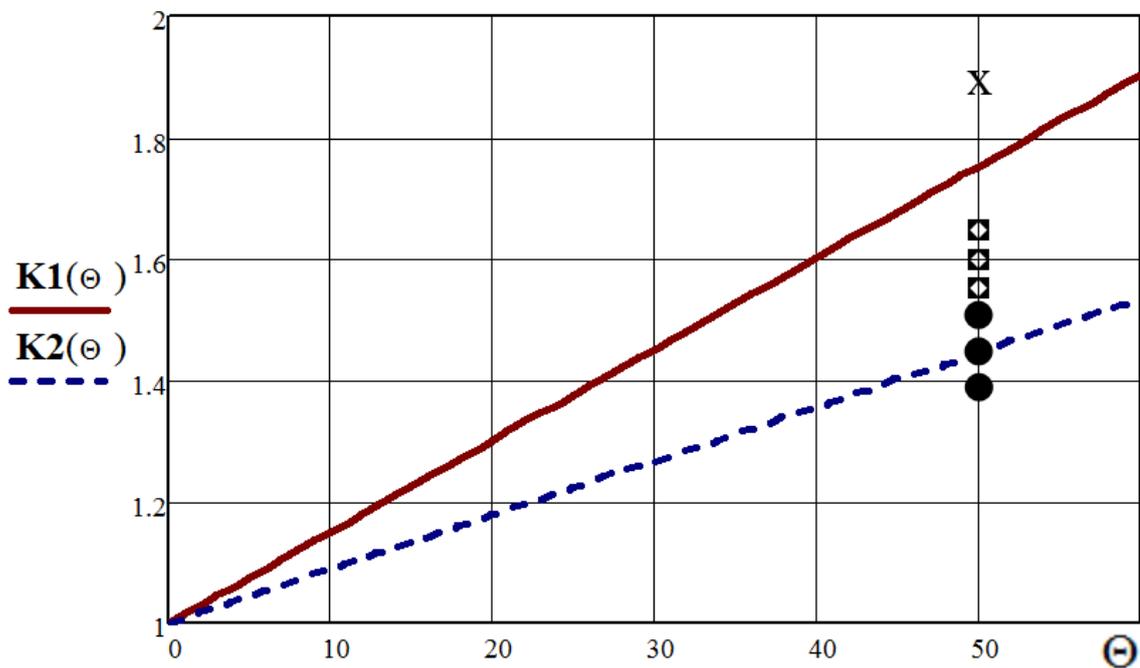


Рисунок 5.15 - Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам трехсателлитной конструкции:  
 ----- — жесткое водило; - - - - — податливое водило; X — данные работы [50];  
 □, ● — экспериментальные значения

## Заключение

Многосателлитные планетарные передачи широко распространены в технике благодаря большой нагрузочной способности, высокому коэффициенту полезного действия, хорошим массогабаритным и виброакустическим характеристикам. Однако возможности этих механизмов не исчерпаны. Рациональный выбор конструкции и параметров передачи позволяет снизить неравномерность распределения нагрузки в зацеплениях привода, повысить его несущую способность. По результатам выполненного исследования можно сделать следующие выводы.

1. Предложены усовершенствованные математические модели напряженно-деформированного состояния зубчатого зацепления и оси сателлита, на основании которых получены зависимости для аналитического определения коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений в зацеплениях колес с учетом деформативности осей и других элементов передачи. Показано, что в планетарной передаче с числом сателлитов не менее 3 и отношением ширины солнечной шестерни к ее диаметру не менее 1,8 коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине зубьев, обусловленный ее кручением, близок к коэффициенту неравномерности распределения напряжений изгиба и даже при самоустанавливающимся сателлитах составляет не менее 1,4.

2. Разработан метод определения податливости щек нетрадиционного водила (водило с пазами в щеках) и на его базе установлена связь между коэффициентом неравномерности распределения нагрузки по сателлитам и параметрами планетарной передачи; выявлена степень влияния деформативности щек податливого водила на распределение нагрузки в зацеплениях колес, а следовательно, и на нагрузочную способность привода. Установлено, что выполнение водила с пазами в щеках, расположенными на расстоянии  $0,55d \div 0,6d$  ( $d$  - диаметр оси сателлита) от центра сателлита, ведет к снижению коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам высоконагруженных пяти- и семисателлитной конструкций передачи с

«плавающей» солнечной шестерней на 10% - 18%, а коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам двухрядного сателлита – на 8% - 11%. Выполнение пазов в водиле трехсателлитной передачи при отсутствии «плавающих» звеньев позволяет снизить коэффициент неравномерности распределения нагрузки по сателлитам на 10%-25%.

3. Получены зависимости для установления параметров нетрадиционного водила многорядной планетарной передачи (водило с разной шириной перемычек), при которых коэффициент неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов, вызванной деформацией кручения солнечной шестерни, принимает минимальное значение. Такие передачи целесообразно использовать в приводах с ограниченным радиальным размером. На базе выполненного исследования предложены конструкции многорядной передачи с разной формой перемычек и консольными осями в отдельных рядах.

4. Осуществлено экспериментальное исследование и конечно - элементный анализ напряженно-деформированного состояния оси сателлита и щек водила планетарной передачи, оказывающих большое влияние на распределение нагрузки в зацеплениях колес, их результаты удовлетворительное совпадают с результатами теоретических расчетов (расхождение в рабочей зоне упругой деформации не превышает 16%).

5. Экспериментальным путем установлено, что коэффициент неравномерности распределения нагрузки по сателлитам трехсателлитной передачи с податливым водилом при отсутствии «плавающих» основных звеньев не превышает величины 1,45, коэффициент неравномерности аналогичной передачи с жестким водилом равен 1,6, что согласуется с теоретическим положением о соотношении указанных коэффициентов неравномерности распределения нагрузки сравниваемых передач.

6. Осуществлена реализация результатов работы на Ижевском предприятии «Редуктор» при проектировании редуктора запорной трубопроводной арматуры, что позволило снизить осевой размер механического привода примерно на 15% за счет снижения неравномерности распределения нагрузки в зацеплениях колес.

## Литература

1. Айрапетов, Э.Л. Деформативность планетарных механизмов / Э.Л. Айрапетов, М.Д. Генкин. – М.: Наука, 1973. – 212 с.
2. Айрапетов, Э.Л. Статика зубчатых передач / Э.Л. Айрапетов, М.Д. Генкин, Ю.А. Ряснов. – М.: Наука, 1983. – 143 с.
3. Айрапетов, Э.Л. Влияние изгибной деформации зубьев прямозубых цилиндрических передач на параметры контакта зубьев / Э.Л. Айрапетов, Ф.Г. Нахатакян // Вестник машиностроения. – 1990. – №8. – С. 21-23.
4. Айрапетов, Э.Л. Совершенствование расчета на прочность зубчатых передач / Э.Л. Айрапетов // Передачи и трансмиссии. – 1991. – №1. – С. 8-19.
5. Анфимов, М.И. Редукторы. Конструкции и расчет. Изд. 4-е перераб. и доп. / М.И. Анфимов. – М.: Машиностроение, 1993. – 463 с.
6. Арнаудов, К.Б. Экспериментальное исследование двухступенчатой планетарной передачи / К.Б. Арнаудов, П.К. Костадинов, Н.С. Дачев и др. // Вестник машиностроения. – 1984. – № 12. – С. 11-12.
7. Бакингом, Э. Руководство по проектированию зубчатых передач. Ч. 2 / Э. Бакингом. – М.: Машгиз, 1948. – 148 с.
8. Брагин, В.В. Проектирование высоконапряженных цилиндрических зубчатых передач / В.В. Брагин, Д.Н. Решетов. – М.: Машиностроение, 1991. – 224 с.
9. Бородюк, В.П. Статистические методы в инженерных исследованиях / В.П. Бородюк, А.П. Воцинин, А.З. Иванов и др. – М.: Высшая школа, 1983. – 216 с.
10. Бостан, И. А. Создание прецессионных редукторов нового поколения / И.А. Бостан // Вестник машиностроения. – 1990. – №12. – С. 50-52.
11. Бостан, И.А. Создание высоконапряженных планетарно-прецессионных редукторов нового поколения / И.А. Бостан // Передачи и трансмиссии. – 1991. – № 1. – С. 35-39.
12. Волков, Г.Ю. Безводильная планетарная передача / Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков // Строительные и дорожные машины. – 2013. – №12. – С. 63-64.

13. Волков, Г.Ю. Структурный синтез безводильных планетарных передач / Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков // Вестник машиностроения. – 2014. – №4. – С. 26-30.
14. Волков, Г.Ю. Адаптивная система коррекции погрешностей наклона зубьев в зубчатых передачах / Г.Ю. Волков, Э.В. Ратманов, Д.А. Курасов // Вестник машиностроения. – 2013. – №3. – С. 14-16.
15. Волков, Г.Ю. Формализованное отображение и систематика структур плоских многозвенных зубчатых и фрикционных механизмов / Г.Ю. Волков // Вестник машиностроения. – 2011. – №1. – С. 3-7.
16. Волков, Д.П. Планетарные, волновые и комбинированные передачи строительных и дорожных машин /Д.П. Волков, А.Ф. Крайнев. – М.: Машиностроение, 1968. – 271с.
17. Волков, Д.П. Трансмиссии строительных и дорожных машин. Справочное пособие /Д.П. Волков, А.Ф. Крайнев. – М.: Машиностроение, 1974. – 424 с.
18. Вулгаков, Э.Б. Авиационные зубчатые передачи и редукторы /Э.Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1981. – 374 с.
19. Вулгаков, Э.Б. Соосные зубчатые передачи: Справочник /Э.Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1987. – 256 с.
20. Вулгаков, Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач Э.Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1995. – 320 с.
21. Вулгаков, Э. Б. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах. Конверсия в машиностроении /Э.Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 2002. – С. 148-154.
22. Вулгаков, Э. Б. Новое поколение эвольвентных зубчатых передач /Э.Б. Вулгаков // Вестник машиностроения. – 2004. – №1. – С. 3-6.
23. Гавриленко, В.А. Зубчатые передачи в машиностроении /В.А. Гавриленко . – М.: Машгиз, 1962. – 530 с.
24. Гавриленко, В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи / В.А. Гавриленко. – М.: Машиностроение, 1969. – 431 с.

25. Геллер, Д.Э. Исследование эпюры нагрузки при расчете изгибной прочности зуба зубчатого колеса: дисс. ... канд. техн. наук: 05.02.02 / Д.Э Геллер. - М., 1974. – 127 с.

26. Гаркави, Л.М. Неравномерность распределения нагрузки по ширине венца шестерни /Л.М. Гаркави // Повышение несущей способности механического привода. – Л.: Машиностроение, 1973. – С. 129-141.

27. Генкин, М.Д. Методы и средства повышения допустимых нагрузок на зубчатые передачи путем уменьшения динамических усилий и интенсивностей вибраций в зацеплении /М.Д. Генкин // Вопросы геометрии и динамики зубчатых передач. – М.: Наука, 1964. – С.128-138.

28. Генкин, М. Д. Повышение надежности тяжело нагруженных зубчатых передач /М.Д. Генкин, М.А. Рыжов, Н.М. Рыжов. – М.: Машиностроение, 1981. – 232 с.

29. Гольдфарб, В.И. Аспекты проблемы автоматизации проектирования передач и редукторов /В.И. Гольдфарб // Передачи и трансмиссии. – 1991. – №1. – С. 20-24.

30. Гольдфарб, В.И. Новые конструкции безводильных планетарных передач /В.И. Гольдфарб, Н.Г. Макаров, Д.Ф. Плеханов // Труды международной конф. «Теория и практика зубчатых передач». – Ижевск, 1998. – С. 324-330.

31. Громан, М. Б. Режимы нагрузки и работы, их учет при расчете зубчатых передач /М.Б. Громан // Передачи в машиностроении. – М.: Изд-во АН СССР, 1953. – С. 210-214.

32. Громан, М. Б. Подбор коррекции зубчатых передач /М.Б. Громан // Вестник машиностроения. – 1955. – №4. – С. 10-12.

33. Дарков, А.В. Строительная механика /А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986. –607с.

34. Державец, Ю.А. Определение неравномерности распределения удельной нагрузки по длине зубьев в планетарных передачах ЗК /Ю.А. Державец // Труды ЛМИ. – Ленинград, 1967. – Вып. 61. – С. 74-80.

35. Державец, Ю.А. Определение коэффициентов концентрации удельной нагрузки косозубых венцов внутреннего зацепления /Ю.А. Державец, Л.М. Гаркави // Известия вузов. Машиностроение. – 1967. – №7. – С. 63-68.

36. Державец, Ю.А. Методика и некоторые результаты исследования усталостной изгибной прочности плавающих центральных колес с внутренними зубьями / В.Н. Кудрявцев, Г.А. Малыгин // Вестник машиностроения. – 1982. – №1. – С. 15-19.

37. Дикер, Я. И. Ограничения при нарезании корригированных зубчатых колес при больших смещениях исходного контура /Я.И. Дикер // Вестник машиностроения. – 1955. – №4. – С. 7-9.

38. Дорофеев, В.Л. Основы расчета нагрузок и напряжений, действующих в зацеплении цилиндрических зубчатых передач / В.Л. Дорофеев // Вестник машиностроения. – 1987. – №3. – С. 14-16.

39. Заблонский, К.И. Жесткость зубчатых передач /К.И. Заблонский. – Киев: Техника, 1967. – 259 с.

40. Заблонский, К.И. Встроенные редукторы / К.И. Заблонский, А.Е. Шустер. – Киев: Техника, 1969. – 176 с.

41. Заблонский, К.И. Планетарные передачи. Вопросы конструирования / К.И. Заблонский, И.П. Горобец. – Киев: Техника, 1972. – 146 с.

42. Заблонский, К.И. Зубчатые передачи. Распределение нагрузок в зацеплении / К.И. Заблонский. – Киев: Техника, 1977. – 208 с.

43. Запорожец, О.Л. Экспериментальное исследование планетарных редукторов / О.Л. Запорожец, Ю.Д. Кондрашев // Вестник машиностроения. – 1976. – №3. – С. 57-62.

44. Иванов, А.С. Конструктивные исполнения планетарно-цевочных редукторов для высокоточных следящих приводов / А.С. Иванов, М.М. Ермолаев, Д.Э. Крикунов и др. // Вестник машиностроения. – 2013. – №3. – С. 9-11.

45. Короткин, В.И. Определение напряжений в основании прямых бочкообразных зубьев колес цилиндрических эвольвентных зубчатых передач /

В.И. Короткин, Д.Ю. Сухов, Е.М. Колосова // Вестник машиностроения. – 2010. – №10. – С. 3-11.

46. Косарев, О.И. О теоретических основах фланкирования и профильной модификации прямозубых цилиндрических передач / О.И. Косарев // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. – №3. – С. 36-42.

47. Крайнев, А.Ф. Механика машин. Фундаментальный словарь /А.Ф. Крайнев. – М.: Машиностроение, 2000. – 903 с.

48. Крайнев, А. Ф. Синтез двухпоточных трансмиссий / А. Ф. Крайнев , К. Саламандра, М. Рагхаван // Сб. трудов 4- ой международной конференции по механическим передачам. – Синайя, Румыния. – 2012. – С. 335-345.

49. Красильников, С.Н. Исследование влияния геометрических параметров на потери мощности на трение в приближенном зацеплении /С.Н. Красильников // Материалы международной науч.-техн. конф., посвящ. 50-летию ИжГТУ. – Ижевск, 2002. – С. 242-247.

50. Кудрявцев, В.Н. Планетарные передачи / В.Н. Кудрявцев. – Л.: Машиностроение, 1966. – 307 с.

51. Кудрявцев, В.Н. Конструкции и расчет зубчатых редукторов / В.Н. Кудрявцев, Ю.А. Державец, Е.Г. Глухарев. – Л.: Машиностроение, 1971. – 328 с.

52. Кудрявцев, В.Н. Оценка методов расчета зубчатых передач / В.Н. Кудрявцев // Вестник машиностроения. – 1972. – №2. – С. 7-12.

53. Кудрявцев, В.Н. Планетарные передачи. Справочник / В.Н. Кудрявцев, Ю.Н. Кирдяшев, Е.Г. Гинзбург. – Л.: Машиностроение, 1977. – 563 с.

54. Кудрявцев В.Н. Прочность и надежность механического привода / В.Н. Кудрявцев, Ю.А. Державец. – Л.: Машиностроение, 1977. – 239 с.

55. Кульбачный, О.И. Геометрическое исследование внутреннего зацепления с малой разностью чисел зубцов / О.И. Кульбачный, Л.Т. Николаев // Научные труды всесоюзного заочного машиностр. института. – Москва, 1974. – №3. – С. 97-112.

56. Литвин, Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений /Ф.Л. Литвин. – М.: Наука, 1968.– 584 с.

57. Лопатин, Б.А. Формирование внутреннего приближенного зацепления цилиндрико-конических передач / Б.А. Лопатин, Е.А. Полуэктов, С.А. Хаустов // Вестник ЮурГУ. Серия «Машиностроение». – 2011. – №17. – С. 39-48.
58. Лопатин, Б.А. Исследование нагруженности приводов подач машины для безогневой резки труб большого диаметра / Б.А. Лопатин, Т.Р. Хазиев // Вестник ЮурГУ. Серия «Машиностроение». – 2013. – №13. – С. 28-35.
59. Лустенков, М.Е. Планетарные шариковые передачи. Особенности расчетов на прочность / М.Е. Лустенков // Вестник машиностроения. – 2010. – №9. – С. 13-17.
60. Матвеев, В.В. Внутреннее зацепление с малой разностью чисел зубьев / В.В. Матвеев // Вестник машиностроения. – 1968. – №3. – С. 16-20.
61. Машины и стенды для испытания деталей / Под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Машиностроение, 1979. – 343 с.
62. Музафаров, Р.С. Исследование многопоточной зубчатой передачи в автоматизированной головке для обработки гуммированных деталей машин / Р.С. Музафаров, А.С. Сунцов // Вестник ИжГТУ. – 2016. – №3(71). – С. 12-14.
63. Нахатакян, Ф.Г. Параметры силового контакта в деталях машин в условиях перекося / Ф.Г. Нахатакян // Приводы и компоненты машин. – 2013. – №4. – №4. – С. 11-12.
64. Нахатакян, Ф.Г. Аналитическое определение контактной податливости роликовых подшипников / Ф.Г. Нахатакян // Приводы и компоненты машин. – 2013. – № 5-6. – С. 21- 22.
65. Пат. 2492376, РФ, МПК F16H1/32. Планетарная передача / Ф.И. Плеханов. – Оpubл. 04.06.2012, бюл. №25.
66. Пат. 2291335, РФ, МПК F16H1/48. Планетарная передача / Ф.И. Плеханов, С.М. Молчанов, В.Г. Сухоруков, Г.В. Исаев. – Оpubл. 10.01.2007, бюл. №1.
67. Пат. 2460917, РФ, МПК F16H 1/32. Планетарная передача / Ф. И Плеханов, А.В. Овсянников. – Оpubл. 10.09.2012, бюл. № 25.

68. Пат. 2399813, РФ, МПК F16H1/32. Планетарная передача / Ф.И. Плеханов, А.В. Овсянников – Оpubл. 20.09.2010, бюл. №26.

69. Пат. 2567973, РФ, МПК F16H 1/48. Зубчатая планетарная передача / Ф.И. Плеханов, П.А. Сенюткин, А.Д. Плеханов. – Оpubл. 10.11.2015, бюл. №7.

70. Пат. 2581222, РФ, МПК F16H1/48. Многорядная планетарная передача /Ф.И. Плеханов, А.Д. Плеханов. – Оpubл. 20.04.2016, бюл. №11.

71. Петрусевиц, А.И. Зубчатые и червячные передачи. Справочник машиностроителя / А.И. Петрусевиц. – М.: Машгиз, 1962. – 314 с.

72. Пименов, В.А. Геометрический расчет зубчатой пары внутреннего прямозубого эвольвентного зацепления с малой разностью чисел зубцов / В.А. Пименов // Проектирование зубчатых механизмов, вып. 17. – Всесоюзный заочный машиностр. институт. – Москва, 1971. – С. 58-69.

73. Пименов, В.А. Геометрический расчет внутреннего зубчатого зацепления прямозубых колес с разностью в числе зубьев  $\Delta z=1$ , нарезанных без сдвига / В.А. Пименов, А.И. Сумин // Научные труды всесоюзного заочного машиностр. института. – Москва, 1974. – №3. – С. 75-86.

74. Плеханов, Ф.И. Рациональные конструкции планетарных передач строительных и дорожных машин и их технико-экономические показатели / Ф.И. Плеханов, В.П. Грахов, А.С. Сунцов // Механизация строительства. – 2016. – №4. – С. 22-25.

75. Плеханов, Ф.И. Влияние податливости осей и подшипников сателлитов планетарной передачи на распределение нагрузки по потокам мощности / Ф.И. Плеханов, А.С. Сунцов // Известия вузов. Машиностроение. – 2016. – №3. – С. 3-7.

76. Плеханов, Ф.И. Особенности проектирования рациональных конструкций зубчатых планетарных передач / Ф.И. Плеханов, Б.А. Якимович // Интеллектуальные системы в производстве. – 2015. – №1. – С.86-91.

77. Плеханов, Ф.И. Особенности проектирования и технико-экономические показатели планетарных передач буровых установок / Ф.И. Плеханов, А.С. Тонких, Е.Ф. Вычужанина // Нефтяное хозяйство. – 2015. – С. 40-43.

78. Плеханов, Ф.И. Исследование напряженно-деформированного состояния сопряжения ось сателлита –щека водила планетарной передач / Ф.И. Плеханов // Известия вузов. Машиностроение. – 2015. – №2. – С. 36-41.

79. Плеханов, Ф.И. Геометрия и показатель прочности внутреннего зацепления колес планетарной передачи типа К-Н-V с модифицированным исходным контуром сателлита / Ф.И. Плеханов // Известия вузов. Машиностроение. – 2014. - №3. – С. 3-7.

80. Плеханов, Ф.И. Нагрузочная способность рациональных конструкций зубчатых планетарных передач /Ф.И. Плеханов, Л.П. Перминов // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2014. - № 3. – С. 28-31.

81. Плеханов, Ф.И. Рациональные конструкции планетарных передач, особенности их проектирования и технико-экономические показатели / Ф.И. Плеханов, И.А. Блинов, Е.Ф. Вычужанина // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2014. - № 3. – С. 48-51.

82. Плеханов, Ф.И. К расчету на прочность оси сателлита многопоточной планетарной передачи / Ф.И. Плеханов, И.А. Блинов, А.С. Сунцов // Сб. трудов конференции «Научно-технические и социально-экономические проблемы регионального развития», г. Сарапул, Россия. – 2015. – С. 131-134.

83. Плеханов, Ф.И. Исследование деформативности оси сателлита и щек водила планетарной передачи / Ф.И. Плеханов, И.А. Блинов, А.С. Сунцов //Сб. трудов конференции «Научно-технические и социально-экономические проблемы регионального развития», г. Сарапул, Россия. – 2015. – С. 37-41.

84. Плеханов, Ф.И. Расчет на прочность планетарной передачи типа К-Н-V с цепным механизмом снятия движения с сателлита / Ф.И. Плеханов, А.В. Овсянников // Вестник ИжГТУ. – 2012. – №4. – С. 25-27.

85. Плеханов, Ф.И. Вопросы проектирования высоконагруженной планетарной передачи с роликовым механизмом снятия движения / Ф.И. Плеханов, С.М. Молчанов // Интеллектуальные системы в производстве. – 2012. – №2. – С. 45-47.

86.Плеханов, Ф.И. Геометрический синтез внутреннего плоского приближенного зацепления / Ф.И. Плеханов, М.М. Ефимова, Д.Ф. Плеханов // Известия вузов. Машиностроение. – 2006. – №8. – С. 20-24.

87.Плеханов, Ф.И. Основы проектирования и принципы конструирования нетрадиционных планетарных передач: автореф. дисс. ... д-ра техн. наук: 05.02.18, 05.02.02 / Ф.И. Плеханов. – Ижевск, 1996. – 32с.

88.Плеханов, Ф.И. Исследование влияния параметров приближенного зацепления на распределение нагрузки по длине зубьев колес / Ф.И. Плеханов // Известия вузов. Машиностроение. – 2011. – № 1. – С. 11-13.

89. Плеханов, Ф.И. Исследование распределения нагрузки по длине ролика зубчато-роликовой планетарной передачи / Ф.И. Плеханов, А.В. Овсянников // Вестник машиностроения. – 2011. – №3. – С. 12-14.

90. Плеханов, Ф.И. Силовой расчет механизма восприятия момента зубчато-роликовой планетарной передачи / Ф.И. Плеханов, А.В. Овсянников // Известия вузов. Машиностроение. – 2011. – №3. – С. 26-29.

91. Плеханов, Ф.И. Исследование нагрузочной способности планетарной передачи с внутренним зацеплением колес / Ф.И. Плеханов, А.В. Овсянников // Вестник машиностроения. – 2011. – №9. – С. 3-5.

92. Плеханов, Ф.И. Влияние деформативности центральной шестерни и осей сателлитов планетарной передачи на распределение нагрузки в зубчатых зацеплениях /Ф.И. Плеханов //Вестник машиностроения. – 2015. – №4. – С. 16-19.

93. Плеханов, Ф.И. Деформативность элементов планетарной передачи и ее влияние на распределение нагрузки в зацеплениях колес /Ф.И. Плеханов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. – №3. – 43-49.

94. Повышение несущей способности механического привода / Под ред. В.Н. Кудрявцева. – Л.: Машиностроение, 1973. – 223 с.

95. Пятницкий, А.А. Сравнение надежности волновых и эксцентриковых передач / А.А. Пятницкий // Вестник Киевского политехнического института. Машиностроение. – 1969. – №6. – С. 25-29.

96. Решетов, Д.Н. Перспективы стандартизации расчетов зубчатых передач / Д.Н. Решетов, Д.Э. Голлер, В.В. Брагин // Вестник машиностроения. – 1985. – №11. – С. 3-12.

97. Решетов, Л.Н. Расчет планетарных механизмов / Л.Н. Решетов. – М.: Машгиз, 1972. – 256 с.

98. Решетов, Л.Н. Самоустанавливающиеся механизмы: Справочник / Л.Н. Решетов. – М.: Машиностроение, 1991. – 283 с.

99. Руденко, В.Н. Планетарные и волновые передачи: Альбом конструкций / В.Н. Руденко. – Москва, 1980. – 148 с.

100. Руденко, Н.Ф. Планетарные передачи. Теория, применение, расчет и проектирование. 3-е изд., испр. и доп./ Н.Ф. Руденко. – М.: Машгиз, 1947. – 756 с.

101. Сергеев, С.Т. К вопросу о расчете внутреннего прямозубого эвольвентного зацепления с малой разностью чисел зубьев / С.Т. Сергеев, С.Н. Ерасов // Теория механизмов и машин: Республ. межведомственный тематический научно-технический сборник, вып. 19. – Изд-во объединения «Высшая школа», Харьков. – 1975. – С. 99-104.

102. Скворцова, Н.А. Внутреннее эвольвентное зацепление для случая, когда разность чисел зубьев колес равна единице / Н.А. Скворцова // Расчеты на прочность в машиностроении, МВТУ. – 1950. – №11. – С. 23-26.

103. Скворцова, Н.А. Определение коэффициента полезного действия передачи при малой разности чисел зубьев колес / Н.А. Скворцова // Известия вузов. Машиностроение. – 1959. – №10. – С. 34-38.

104. Сунцов, А.С. Распределение нагрузки по длине зубьев колес двухсателлитной планетарной передачи со сборным водилом / А.С. Сунцов // Вестник ИжГТУ. – 2016. – №3 (71). – С. 7-8.

105. Сунцов, А.С. Податливость щек водила планетарной передачи и ее влияние на распределение нагрузки в зацеплениях колес / А.С. Сунцов // Вестник ИжГТУ. – 2016. – №4 (72). – С. 12-14.

106. Сунцов, А.С. Определение коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам планетарной передачи с использованием

уравнений строительной механики / А.С. Сунцов // Сб. трудов региональной конференции «Научно-технические и социально-экономические проблемы регионального развития», г. Глазов, Россия. – 2015. – С. 33-35.

107. Сунцов, А.С. Конструкции и важнейшие технико-экономические показатели планетарных передач строительных и дорожных машин/ А.С. Сунцов //Сб. материалов второй ежегодной международной научно-практической конференции «Фотинские чтения», г. Ижевск, Россия. – 2015. – С. 191-194.

108. Сунага, Т. Зубчатые передачи с внутренним зацеплением с малой разностью чисел зубьев / Т. Сунага, Н. Нисида, Е. Готоу // Всесоюзный центр переводов научно-технической литературы и документации, Москва. – Перевод с японского языка №Ц-58472. – 1975.

109. Сунага, Т. Редукционная зубчатая передача с внутренним зацеплением с малой разницей чисел зубьев, использующая механизм отвода мощности с полуосями / Т. Сунага, Н. Нисида, Е. Готоу // Всесоюзный центр переводов научно-технической литературы и документации, Москва. – Перевод с японского языка №Ц-96256. – 1976.

110. Сызранцев, В.Н. Измерение напряжений в зубьях колес цилиндрических передач с помощью датчиков деформаций интегрального типа / В.Н. Сызранцев, А.Ю. Удовкин, А.В. Добрынько, А.И. Маленков // Вестник машиностроения.– 1990.– №8.– С. 27-30.

111. Сызранцев, В.Н. Исследование контактной и изгибной прочности цилиндрических передач с арочными зубьями с двухточечным контактом / В.Н. Сызранцев // Передачи и трансмиссии. – 1997. – №1. – С. 17-29.

112. Сызранцев, В.Н. Новые средства и методы экспериментального исследования зубчатых передач и элементов машин / В.Н. Сызранцев // Техника машиностроения. –1998. –№ 1. – С. 40-45.

113. Сызранцев, В.Н. Расчет напряженно-деформированного состояния деталей методами конечных и граничных элементов / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева. – Курган: Изд-во Курганского гос. университета, 2000. – 111 с.

114. Тимофеев, Г.А. Геометро-кинематическое исследование комбинированного планетарно-волнового механизма / Г.А. Тимофеев, М.В. Самойлова // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. –2012. –№1. – С. 70-80.
115. Филипенков, А.Л. Исследование деформированного и напряженного состояний зубчатых колес планетарных передач / А.Л. Филипенков // Зубчатые и червячные передачи.– Л.: Машиностроение, 1974.– С. 159-171.
116. Цилевич, Б.Н. Синтез эвольвентных передач внутреннего зацепления при малой разности чисел зубьев колес: дис... канд. техн. наук: 05.02.18 / Цилевич Б. – М., 1973. – 273 с.
117. Черменский, О.Н. Подшипники качения. Справочник - каталог / О.Н. Черменский, Н.Н Федотов. – М.: Машиностроение, 2003. – 575 с.
118. Шаткус, Д.И. О рациональных конструкциях планетарных механизмов / Д.И. Шаткус // Вестник машиностроения.– 1967.– № 11.– С. 25-26.
119. Шаткус, Д.И. Пути снижения веса и повышения долговечности планетарных передач / Д.И. Шаткус // Тракторы и сельхозмашины. – 1967. – №11. – С. 34-35.
120. Якимович, Б.А. Инновационные разработки механических приводов и возможности их применения в военной технике / Б.А. Якимович, Ф.И. Плеханов // Вестник академии военных наук. – 2015. – №1. – С. 24-26.
121. Ястребов, В.М. Выбор параметров планетарных передач типа 3К / В.М. Ястребов // Вестник машиностроения. – 1969. – №10. – С.46-48.
122. Ястребов, В.М. Вопросы прочности зацеплений планетарных передач 3К с одновенцовыми сателлитами / В.М. Ястребов, Ю.Л. Васильченко // Зубчатые и червячные передачи.– Л.: Машиностроение, 1974.– С. 155-159.
123. Ястребов, В.М. Исследование планетарного редуктора 3К с одновенцовыми сателлитами / В.М. Ястребов, А.С. Поздеев // Зубчатые и червячные передачи. – Л.: Машиностроение, 1974. – С. 330-332.
124. Agemi, M.F. and Ognjanović, M. (2004), «Gear vibration in supercritical mesh- frequency range», FME Transactions, vol. 32, no. 2, p.87-94.

125. Agemi, M.F. and Ognjanovic, M. (2010), «Gear vibrations in supercritical mesh-frequency range caused by teeth impacts», *Strojniski vestnik – Journal of Mechanical Engineering*, vol. 56, no.10, p. 653-662.
126. Dolicanin, C., Nikolic, V. and Dolicanin, D.(2010), «Application of finite difference method to study of the phenomenon in the theory of thin plates», *Scientific Publications of the State University of Novi Pazar, Series A: Applied Mathematics, Informatics & Mechanics*, vol. 2, no. 1, p. 29-45.
127. Huazhong, I., «An optimization design for planetary transmission with involute gear», *Univ. Sci. and Technol (Cent China)*, no.3, p. 137-140,1991.
128. Inalpolat, M. and Kahraman, A., «A Dynamic Model to Predict Modulation Sidebands of a Planetary Gear Set Having Manufacturing Errors», *Journal of Sound and Vibration*, 329, 371-393, 2010.
129. Kahraman, A., Ligata, H., and Singh, A., «Influence of Ring Gear Rim Thickness on Planetary Gear Set Behavior», *ASME Journal of Mechanical Design*, 132, 021002(8), February 2010.
130. Kahraman, A. and Vijayakar, S., «Effect of Internal Gear Flexibility on the Quasi-Static Behavior of a Planetary Gear Set», *ASME Journal of Mechanical Design*, 123, 408-415, September 2001.
131. Lin, J.and Parker, G.R. (2002), «Planetary gear parametric instability caused by mesh stiffness variation. *Journal of Sound and vibration*», vol. 249, no.1, p. 38-48, DOI:10.1006/jsvi.2001. 3848.
132. Li, S. and Kahraman, A., «A Tribo-dynamic Model of a Spur Gear Pair», *Journal of Sound and Vibration*, 332, 4963-4978, 2013.
133. Litvin, F.L. «Development of Gear Technology and Theory of Gearing», NASA, Lewis Research Center, 114 p., 1998.
134. Nikolic, V., Dolicanin, C. and Radojkovic, M.(2011), «Application of finite element method of thin steel plate with holes», *Technical Gazette*, vol. 18, no. 1, p. 57-62.

135. Parker, G.R., Agashe, V. and Vijayakar, M.S.(2000), «Dynamic response of a planetary gear system using a finite element/ contact mechanics model», Transactions of the ASME, vol. 122, p. 304-310, DOI:10.1115/1.1286189.
136. Parker, G.R., Vijayakar, M.S. and Imajo, T.(2000), «Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons», Journal of Sound and vibration, vol. 237, no. 3, p. 435-455, DOI:10.1006/jsvi.2000.3067.
137. Plehanov, F.I. and Goldfarb, V. I., «Rational Designs of planetary Transmissions, Geometry of Gearing and Strength Parameters», Theory and Practice of Gearing and Transmissions, Mechanisms and Machine Science 34, Springer International Publishing Switzerland, p. 285-300, 2016.
138. Plehanov, F.I., «Structures and Strength Properties of Planetary Gear with Internal Linkings Wheel Strength», Eastern European Scientific Journal, no. 1, p. 144-156, 2014.
139. Plekhanov, F.I., Molchanov, S.M. and Kuznetsov, V.S, «Planetary gears with symmetric scheme of elements loading», Proceedings of the International Conference on mechanical Transmissions, Changshu, China, Science Press, p. 224-226, 2006.
140. Singh,A., «Epicyclic load sharing map – development and validation», Mechanism and Machine Theory, 632-646, 2011.
141. Willis, R. J., «Lightest-weight gears», Product Engineering, no.2, p. 64-76, 1963.



УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор

ПАО «Редуктор» к.т.н.

Молчанов С.М.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

### АКТ

#### об использовании результатов диссертационной работы Сунцова Александра Сергеевича

Комиссия в составе:

- председатель, зам. директора ПАО «Редуктор», к.т.н. В.Г. Сухоруков;
- члены комиссии:
- зам.директора ООО НПЦ «Редуктор» А.А. Скопин,
- инженер-конструктор первой категории ООО НПЦ «Редуктор»  
Г.А. Степанов,

составили настоящий акт о том, что материалы диссертационной работы Сунцова Александра Сергеевича «Снижение неравномерности распределения нагрузки в зацеплениях колес планетарной передачи за счет совершенствования параметров конструкции» использованы при проектировании планетарного привода запорной арматуры. В частности, применен предложенный автором диссертации метод определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам, учитывающий деформативность элементов передачи.

Председатель комиссии

Члены комиссии:

В.Г. Сухоруков

А.А. Скопин

Г.А.Степанов