

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(национальный исследовательский университет)

На правах рукописи

АЛЮКОВ Сергей Викторович

**НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ
ПЕРЕДАЧ ПОВЫШЕННОЙ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ**

05.02.02 — Машиноведение, системы приводов и детали машин

диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук



Научный консультант:
д-р техн. наук, профессор,
Дубровский Анатолий Федорович

Челябинск-2014

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	7
ВВЕДЕНИЕ	10
1 СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ	23
1.1 Общие сведения об инерционных бесступенчатых передачах. Выявление областей их перспективного применения	23
1.2 Анализ существующих конструкций инерционных бесступенчатых передач	27
1.3 Опыт ошибочных конструкций инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода	50
1.4 Постановка задачи. Пути повышения нагрузочной способности инерционных бесступенчатых передач	65
2 ОБОБЩЕННЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ	72
2.1 Обобщенные физические модели инерционных бесступенчатых передач	72
2.1.1 Общая жесткая схема инерционной бесступенчатой передачи.....	72
2.1.2 Общая упругая схема инерционной бесступенчатой передачи.....	74
2.1.3 Обобщенная схема инерционной бесступенчатой передачи лишь с одним корпусным механизмом свободного хода	75
2.1.4 Обобщенная схема инерционной бесступенчатой передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода	77
2.1.5 Схема инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода	85
2.1.6 Схема инерционной бесступенчатой передачи с рычажным механизмом на выходе	91

2.2 Новые методы аппроксимации кусочно-линейных функций в задачах математического моделирования инерционных бесступенчатых передач.....	97
2.3 Аппроксимации других типов кусочно-линейных функций. Численная проверка предложенных методов	113
2.4 Обобщенные функции в задачах математического моделирования инерционных бесступенчатых передач	127
2.5 Математические модели инерционных бесступенчатых передач	139
2.5.1 Математическая модель общей жесткой схемы.....	140
2.5.2 Математическая модель общей упругой схемы.....	142
2.5.3 Математическая модель инерционной передачи лишь с одним корпусным механизмом свободного хода.....	144
2.5.4 Математическая модель инерционной передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода	145
2.5.5 Математическая модель инерционной передачи без механизмов свободного хода.....	146
2.5.6 Математическая модель инерционной передачи с рычажным механизмом.....	147
2.6 Совершенствование математических моделей инерционных бесступенчатых передач.....	148
3 НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ	164
3.1 Сравнительный анализ приближенных методов решения дифференциальных уравнений движения инерционных бесступенчатых передач.....	164
3.1.1 Решение уравнений методом малого параметра.....	166
3.1.2 Решение уравнений методом последовательных приближений	171
3.1.3 Решение уравнений методом разложения в степенные ряды	173
3.1.4 Сравнение приближенных аналитических методов.....	176
3.2 Механизмы свободного хода релейного типа. Нелинейные колебания	

звеньев	181
3.3 Нелинейные колебания инерционно-импульсных передач без механизмов свободного хода	198
3.4 Построение периодического решения на холостом режиме работы	207
3.5 Построение периодического решения на рабочем режиме работы.....	211
3.6 Устойчивость решения. Резонансные режимы	212
3.7 Нелинейные колебания инерционной бесступенчатой передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода	215
4 ДИНАМИКА ИНЕРЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ С РЫЧАЖНЫМ МЕХАНИЗМОМ НА ВЫХОДЕ	220
4.1 Построение периодического решения для инерционной передачи с рычажным механизмом. Случай односторонней силы сопротивления.....	220
4.2 Построение периодического решения для инерционной передачи с рычажным механизмом. Случай двусторонней силы сопротивления.....	237
4.3 Вопросы кинематической работоспособности инерционной передачи с кривошипно-ползунным механизмом на выходе.....	250
4.3.1 Нелинейные колебания инерционного привода с кривошипно-ползунным механизмом на холостом режиме работы	251
4.3.2 Достаточное условие движения ползуна	257
4.4 Исследование нагрузок в инерционной передаче с кривошипно- ползунным механизмом	258
5 ВНЕШНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ПОВЫШЕННОЙ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ. МЕТОДИКА РАСЧЕТА	267
5.1 Исследование вращающего момента на заторможенном валу импульсного механизма	267
5.2 Неравномерность вращения ведущего вала импульсной передачи	

на стоповом режиме	273
5.3 Внешняя характеристика инерционной бесступенчатой передачи с одним выходным механизмом свободного хода	277
5.4 Внешняя характеристика инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода	281
5.4.1 Силовое передаточное число	281
5.4.2 Максимальный коэффициент трансформации момента	284
5.4.3 Построение внешней характеристики	285
5.5 Методика расчета механизма свободного хода релейного типа.....	288
5.5.1. Выбор основных параметров	288
5.5.2. Пример расчета механизма свободного хода релейного типа.....	295
5.6 Методика расчета инерционной бесступенчатой передачи с одним выходным механизмом свободного хода	299
6 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ПОВЫШЕННОЙ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ	306
6.1 Описание экспериментального стенда	306
6.2 Описание измерительной аппаратуры. Проведение эксперимента	310
6.3 Обработка осциллограмм. Сравнение результатов экспериментального и теоретического исследований	315
ОБЩИЕ ВЫВОДЫ	325
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	330
ПРИЛОЖЕНИЯ	350
Приложение 1. Пример компьютерной программы для построения зубчатого профиля с помощью предложенной аппроксимирующей процедуры.....	350
Приложение 2. Численная проверка методов аппроксимации на примере исследования характеристики жесткости подвески автомобиля.....	351

Приложение 3. Аппроксимация функции Хевисайда, δ – функции и ее производных	352
Приложение 4. Пример компьютерной программы для численной проверки предложенных методов аппроксимации ступенчатых функций на основе динамики инерционной бесступенчатой передачи.....	354
Приложение 5. Математическая модель упругой схемы и ее численное решение	357
Приложение 6. Пример компьютерной программы для численного сравнения методов аппроксимации ступенчатых функций на основе динамики релейного механизма свободного хода.....	360
Приложение 7. Пример компьютерной программы для численной проверки методов аппроксимации на основе динамики инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода.....	362
Приложение 8. Пример компьютерной программы для численного решения системы дифференциальных уравнений движения инерционной передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода	364
Приложение 9. Акты внедрения	366
Приложение 10. Акты внедрения.....	368

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

J_1, J_2, J_4 — моменты инерции соответственно ведущего вала, промежуточного вала (реактора) импульсного механизма и ведомого вала;

nJ_3 — суммарный момент инерции неуравновешенных звеньев относительно геометрического центра;

nm — суммарная масса неуравновешенных звеньев;

h — расстояние между геометрическим центром и центром масс неуравновешенного звена;

k — расстояние между осями инерционной передачи и неуравновешенного звена;

a, b, q — параметры импульсного механизма;

c — угловая жесткость упругого элемента;

M_C — момент сопротивления, действующий на ведомый вал передачи;

M_D — крутящий момент, действующий на ведущий вал;

M_H — номинальный момент ротора двигателя;

ω_X, ω_H — угловые скорости соответственно идеального холостого хода и номинальная;

ω — угловая скорость ведущего вала импульсного механизма при допущении о ее неизменности;

T — электромагнитная постоянная времени двигателя;

ν^* — коэффициент крутизны статической характеристики;

α — угол поворота ведущего вала инерционной передачи;

β — угол поворота промежуточного вала (реактора импульсного механизма);

ν, δ — углы поворота наружных обойм соответственно корпусного и выходного механизмов свободного хода;

γ — угол поворота ведомого вала инерционной передачи;

J_{01}, J_{02} — моменты инерции наружных обойм соответственно корпусного и выходного механизмов свободного хода и приведенных к ним масс соединительных деталей и упругих элементов;

U_1, U_2 — жесткости упругих элементов соответственно корпусного и выходного механизмов свободного хода;

k_C — коэффициент, определяющий сопротивление движению наружных обойм механизмов свободного хода;

z — число роликов в роликовой обгонной муфте;

d_p — расчетный диаметр ролика обгонной муфты;

D_B — внутренний диаметр наружной обоймы роликовой обгонной муфты;

D_H — наружный диаметр наружной обоймы роликовой обгонной муфты;

l_p — длина ролика;

d_B — диаметр вала ведущей обоймы роликовой обгонной муфты;

D_1, D_2 — соответственно наружный и внутренний диаметры поверхности контакта фрикционных звеньев механизма свободного хода релейного типа;

d — средний диаметр винтовой нарезки на ведущем валу механизма свободного хода релейного типа;

h^{\otimes} — шаг винтовой нарезки шариковинтовой передачи;

d_{III} — диаметр шарика шариковинтовой передачи;

d_3 — внутренний диаметр резьбы винта (по дну впадины);

d_H — наружный диаметр резьбы винта;

$L_1[a, b]$ — функциональное банахово пространство измеримых функций, определенных на отрезке $[a, b]$;

$L_2[a, b]$ — функциональное гильбертово пространство измеримых функций, определенных на отрезке $[a, b]$ с интегрируемыми по Лебегу квадратами;

$\Phi(x)$ — функции Хевисайда;

$H(x)$ — аппроксимация функции Хевисайда;

m_1 и m_2 — условные массы, сосредоточенные на концах шатуна и заменяющие его массу;

$\vec{N}, \vec{G}, \vec{R}$ — соответственно нормальная реакция силы инерции и ее осевая и радиальная составляющие, действующие на ведомый фрикционный диск инерционного механизма;

$\vec{F}, \vec{P}, \vec{Q}$ — соответственно результирующая, осевая и окружная силы, действующие со стороны винтовой пары на ведущий вал механизма свободного хода релейного типа;

δ^* — угол подъема винтовой линии винтовой нарезки на ведущем валу механизма свободного хода релейного типа;

r — радиус кривошипа кривошипно-ползунного механизма;

p — отношение длины шатуна к радиусу кривошипа;

s — перемещение ползуна кривошипно-ползунного механизма;

m_{II} — масса ползуна кривошипно-ползунного механизма в схеме инерционной передачи с рычажным механизмом;

c^* — жесткость пружины в схеме инерционной передачи с рычажным механизмом;

P_0 — предварительное натяжение пружины;

P_C — сила сопротивления, действующая на ползун кривошипно-ползунного механизма.

ВВЕДЕНИЕ

Создание конкурентоспособной продукции, качественное выполнение технологических процессов в условиях глобализации рыночной экономики невозможно без использования технических систем, позволяющих автоматически и бесступенчато изменять режимы работы в зависимости от нагрузочных, скоростных и других выходных факторов. Применение таких систем позволяет максимально использовать мощности приводных двигателей, обеспечивать наиболее эффективное выполнение заданных процессов за счет автоматического учета постоянно меняющихся выходных параметров, что в конечном итоге приводит к достижению максимально высокой производительности труда. В полной мере эту утверждения относятся к автоматическим бесступенчатым передачам, используемым в приводных системах и трансмиссиях транспортных средств, технологического и производственного оборудования. Применение автоматических бесступенчатых передач позволяет резко повысить эксплуатационные свойства машин и механизмов, выполнять заданные функции на оптимальных режимах работы, исключить необходимость использования людей в областях вредных или опасных для человека, улучшить удобство управления, снизить необходимый расход топлива и электроэнергии и обеспечить другие преимущества.

В настоящее время широкое распространение получили гидромеханические и электромеханические передачи. Но, наряду с несомненными преимуществами, эти передачи имеют и неустраняемые недостатки. Они, как правило, не обеспечивают трансформацию крутящего момента в широком диапазоне, что приводит к необходимости установки в приводе дополнительной механической ступенчатой коробки передач. При этом значительно усложняется конструкция и увеличиваются габариты привода. Кроме того, двойное преобразование энергии из одного вида в другой приводит к большим энергетическим потерям. Поэтому такие передачи имеют относительно низкий коэффициент полезного действия.

Отмеченных недостатков лишены инерционные бесступенчатые передачи.

Актуальность темы исследования. Инерционные передачи являются автоматическими бесступенчатыми передачами механического типа и позволяют автоматически менять режимы работы привода в зависимости от нагрузки. Другими словами, инерционные передачи — это автоматические бесступенчатые коробки передач. Эти передачи имеют простые и компактные конструкции, отличаются высоким коэффициентом полезного действия (в пределах 0,9 ... 0,95), широким диапазоном трансформации момента (в пределах 4 ... 15), поэтому не требуют дополнительных коробок передач. Инерционные бесступенчатые передачи обладают внутренним автоматизмом, то есть, для обеспечения автоматического и бесступенчатого изменения режимов работы им не требуются никакие дополнительные устройства. Автоматизм инерционных передач обусловлен внутренней природой происходящих процессов. Инерционные бесступенчатые передачи способны работать на режиме прямой передачи. При этом они работают как динамические муфты, сглаживая крутильные колебания в приводной системе, что снижает динамические нагрузки в приводе, повышает плавность вращения ведомого вала. В этих передачах отсутствует жесткая связь между ведущим и ведомым валами, что позволяет таким передачам выполнять предохранительные функции, а именно: при заклинивании рабочих органов предохранять детали двигателей от перегрузки. При использовании инерционных бесступенчатых передач отпадает необходимость в использовании муфт сцепления. В ряде случаев для интенсификации технологических процессов полезным оказывается вибрационная подача момента на рабочий орган. Существуют и другие преимущества инерционных бесступенчатых передач.

Однако, несмотря на отмеченные преимущества, инерционные бесступенчатые передачи не находят широкого распространения в технике. Основная причина этого заключается в недостаточной работоспособности входящих в конструкцию таких передач механизмов свободного хода. Высокая частота включений и выключений механизмов свободного хода, импульсный характер передаваемого момента, а следовательно, высокие пиковые динамические нагрузки, действующие

на звенья механизмов свободного хода, препятствуют созданию надежной конструкции инерционных передач с высокой нагрузочной способностью. Решение такой задачи, несомненно, является актуальной, так как будет способствовать повышению надежности инерционных бесступенчатых передач и их широкому применению в технике.

Работа выполнялась в период с 1983 по 2014 гг. в рамках реализации федеральных целевых программ «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг.» (государственный контракт 16.740.11.0397 от 01.12.2010 г.), «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития НТК России на 2007-2012 гг.», планов научно-исследовательских работ и приоритетных направлений развития ПНР-3 «Энерго- и ресурсоэффективные технологии в дизелестроении для бронетанковой техники и инженерных машин» ФГБОУ ВПО ЮУрГУ и договоров с предприятиями. Тематика диссертационной работы отвечает разделу 2.3 «Механика, машиноведение и управление» Перечня приоритетных направлений фундаментальных исследований, утвержденного Постановлением Правительственной комиссии РФ по научно-технической политике от 28.05.1996 года. Проводимые в диссертации исследования соответствуют блоку мероприятий «Проведение исследований, направленных на формирование опережающего научно-технологического задела» федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы», утвержденного Постановлением № 426 Правительства Российской Федерации от 21 мая 2013 г.

Актуальность темы исследования подтверждается решениями Всесоюзных научных конференций по инерционно-импульсным приводам и устройствам (Челябинск, 1977, 1982 гг.), Всесоюзных научно-технических конференций по вариаторам и передачам гибкой связью (Одесса, 1976, 1980, 1986 гг.), Международной научно-технической конференции по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам (Владимир, 1992 г.). Об актуальности темы исследования свидетельствует также проведение ряда международных конгрес-

сов и конференций с тематикой, включающей автоматические бесступенчатые приводы и передачи: в Детройте (США, 2011-2014 гг.); Роземонте (США, 2013 г.); Праге (Чехия, 2011-2013 гг.); Софии (Болгария, 2011-2013 гг.); Перемышле (Польша, 2011-2013 гг.) и многих других городах и странах.

Цель и задачи исследования. Целью работы является создание нового семейства механизмов – инерционных автоматических бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности и разработка основ теории этих механизмов.

Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие основные задачи исследования:

1. Проведение анализа существующих конструкций инерционных передач и поиск возможных путей повышения их нагрузочной способности.

2. Разработка нового семейства механизмов переменной структуры – инерционных бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности, а именно:

2.1. Разработка новых схем и конструкций МСХ релейного типа, характеризующихся повышенной нагрузочной способностью;

2.2. Разработка конструкций передач лишь с одним выходным МСХ;

2.3. Разработка конструкций инерционных передач без МСХ для реверсивного инструмента и на основе шарнирно-рычажных механизмов.

3. Создание основ теории данного семейства механизмов, что предполагает:

3.1. Разработку методов математического моделирования, анализа и исследования механизмов переменной структуры, позволяющих преобразовывать эти системы в динамические системы постоянной структуры;

3.2. Создание новых методов аппроксимации ступенчатых, кусочно-линейных и обобщенных функций;

3.3. Проведение анализа динамических процессов в инерционных передачах: решение систем существенно нелинейных дифференциальных уравнений, построение периодических решений, фазовых траекторий, анализ устойчивости, исследование нелинейных колебаний и резонансных режимов работы динамических систем;

3.4. Разработку методики проектирования и инженерного расчета МСХ и инерционных передач повышенной нагрузочной способности, разработку рекомендаций по выбору параметров инерционных передач.

4. Проведение экспериментальных исследований и проверка достоверности полученных теоретических результатов и предложенных методик расчета.

Объект исследований — инерционные автоматические бесступенчатые передачи механического типа.

Предмет исследований — нелинейная динамика инерционных бесступенчатых передач, выявление, разработка, изучение и реализация возможностей повышения их нагрузочной способности.

Методы исследования: методы построения математических моделей на основе уравнений и законов динамики механических систем; точные и приближенные методы построения аналитических решений систем существенно нелинейных дифференциальных уравнений движения инерционных бесступенчатых передач; численные методы решения нелинейных дифференциальных уравнений с их реализацией на основе компьютерных программ; методы аппроксимации кусочно-линейных и обобщенных функций; методы построения периодических решений с исследованием устойчивости полученных решений; методы исследования динамики нелинейных систем и процессов на основе фазовых пространств, движения изображающей точки в фазовых пространствах, построения фазовых портретов; методы проведения экспериментальных исследований.

Информационно-эмпирическая база исследования формировалась из опубликованных и собственных источников информации, в частности, из научных статей, опубликованных в отечественных и зарубежных периодических изданиях, монографий, описаний к патентам на изобретения и полезные модели, материалов российских и международных научных конференций и конгрессов.

Область исследований соответствует паспорту специальности 05.02.02: теория и методы исследования процессов, влияющих на техническое состояние объектов машиностроения, способы управления этими процессами (п.1); теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и дета-

лей машин (п.2); теория и методы обеспечения надежности объектов машиностроения (п.3); методы исследования и оценки технического состояния объектов машиностроения, в том числе на основе компьютерного моделирования (п.4); повышение точности и достоверности расчетов объектов машиностроения; разработка нормативной базы проектирования, испытания и изготовления объектов машиностроения (п.5); развитие фундаментальных положений родственных и смежных областей науки применительно к исследованию, проектированию и расчетам объектов машиностроения (п.6).

Научная новизна полученных результатов:

1. Создано новое семейство инерционных бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности: с одним выходным МСХ, без МСХ для привода рабочих органов, совершающих знакопеременное движение, и для привода реверсивного режущего инструмента, с рычажным механизмом, с МСХ релейного типа, нагрузочная способность которых на порядок выше по сравнению с существующими схемами.

2. Разработаны основы теории данного семейства, базирующиеся на использовании методов моделирования и анализа механизмов переменной структуры путем преобразования динамических систем переменной структуры к динамическим системам постоянной структуры, что включает:

— разработку специальных функций, позволивших представить математические модели инерционных бесступенчатых передач не в виде совокупности систем дифференциальных уравнений по участкам, а в виде лишь одной системы дифференциальных уравнений, описывающей движение звеньев передачи в течение всего рабочего цикла;

— разработку новых методов аппроксимации ступенчатых, кусочно-линейных и обобщенных функций, позволивших описать динамику инерционных передач в виде систем дифференциальных уравнений лишь с аналитическими функциями и применить к анализу этих систем аналитические методы.

3. Получены аналитические и численные решения существенно нелинейных систем дифференциальных уравнений движения инерционных передач повышен-

ной нагрузочной способности и МСХ релейного типа, построены периодические решения этих систем.

4. С помощью методов фазового пространства доказано многообразие возможных фазовых портретов инерционных передач, периодических и квазипериодических фазовых траекторий, решены вопросы устойчивости периодических решений и выявлены условия резонансных режимов работы.

5. Обоснованы параметры МСХ релейного типа и инерционных передач, позволившие на порядок повысить нагрузочную способность предложенных передач по сравнению с существующими конструкциями.

Новизна технических решений подтверждается 9 патентами и свидетельствами РФ на изобретения и полезные модели.

Достоверность результатов исследования обусловлена: использованием основных методов теоретической механики, теории машин и механизмов, машиноведения, методов построения физических и математических моделей, методов исследования динамики существенно нелинейных технических систем, новых разработанных методов аппроксимации кусочно-линейных и обобщенных функций с проведенным исследованием сходимости этих методов и погрешности их аппроксимации, использованием программного комплекса MathCAD, а также хорошей сходимостью теоретических, экспериментальных и эксплуатационных результатов.

Практическая ценность. Предложены новые схемы и конструкции инерционных бесступенчатых передач и механизмов свободного хода, отличающихся повышенной нагрузочной способностью. Предложены рекомендации, зависимости, алгоритмы и методики проектирования, позволяющие проводить полный расчет конструктивных параметров инерционных бесступенчатых передач и механизмов свободного хода повышенной нагрузочной способности. Использование предложенных рекомендаций и методик позволяет проектировать инерционные передачи с использованием современных компьютерных программ.

Применение полученных результатов обеспечивает экономический эффект за счет сокращения сроков разработки новых инерционных бесступенчатых передач

и механизмов свободного хода, повышения их нагрузочной способности, надежности и долговечности, снижения габаритных размеров и массовых параметров, сокращения производственных и эксплуатационных затрат.

Внедрение. Результаты диссертации использованы: 1) на Ковровском предприятии ОАО «Завод имени В.А. Дегтярева» внедрена методика расчета и проектирования силовой передачи на основе автоматического инерционного бесступенчатого привода; 2) в открытом акционерном обществе «Специальное конструкторское бюро машиностроения» (ОАО «СКБМ», г. Курган); 3) на предприятии ОАО «Курганмашзавод»; 4) при проектировании инерционных передач для привода станков АЖС-5 (Рыбинский завод деревообрабатывающих станков) [1]; 5) в приводе мельницы тонкого помола (Челябинское предприятие ООО НТЦ «Пигмент»).

Многие разработанные конструктивные решения и методы аппроксимации, математического моделирования и расчета представлены в общем виде, что значительно расширяет области их применения и могут быть использованы для разработки и модернизации машин и механизмов, обладающих новыми полезными свойствами, в частности, для интенсификации производственных и технологических процессов.

На защиту выносятся следующие обладающие научной новизной результаты исследования:

— разработанные новые схемы и конструкции инерционных бесступенчатых передач и МСХ релейного типа, отличающихся повышенной нагрузочной способностью;

— разработанные автором методы моделирования, анализа и исследования механизмов переменной структуры путем преобразования динамических систем переменной структуры к динамическим системам постоянной структуры, разработанные специальные функции и методы аппроксимаций, позволившие создать комплекс физических и математических моделей инерционных бесступенчатых передач и механизмов свободного хода в виде лишь одной системы существенно

нелинейных дифференциальных уравнений, несмотря на переменность их структуры, с учетом динамической характеристики приводного двигателя;

— созданные алгоритмы и компьютерные программы численного моделирования разработанных конструкций МСХ и инерционных передач повышенной нагрузочной способности, результаты вычислительных экспериментов;

— построенные периодические решения систем дифференциальных уравнений движения инерционных бесступенчатых передач с анализом их устойчивости и графическим представлением в виде фазовых траекторий и портретов, результаты исследований резонансных режимов работы инерционных передач;

— алгоритмы расчета конструктивных параметров МСХ и инерционных передач повышенной нагрузочной способности, построения их внешних характеристик.

Личный вклад соискателя заключается в разработке расчетных схем и математическом описании инерционных бесступенчатых передач и механизмов свободного хода повышенной надежности; исследовании нелинейной динамики этих передач и механизмов, изучении их нелинейных колебаний; разработке новых методов аппроксимации существенно нелинейных зависимостей с применением разработанных методов для совершенствования математических моделей инерционных бесступенчатых передач; построении периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений движения инерционных передач, определении условий их устойчивости; исследовании резонансных режимов работы; планировании и анализе результатов вычислительных экспериментов; планировании и анализе результатов модельных и натурных физических экспериментов; создании компьютерных программ для изучения динамики исследуемых механизмов и приводов; разработке алгоритмов расчета и методики проектирования инерционных бесступенчатых передач и механизмов свободного хода повышенной нагрузочной способности. Подавляющее большинство публикаций выполнено соискателем без соавторов.

Апробация работы. Основные материалы диссертации докладывались, обсуждались и публиковались:

1) на международных научно-практических конгрессах, конференциях и симпозиумах: SAE Commercial Vehicle Engineering Congress (Rosemont, Illinois, the USA, 2013); «Ключевые аспекты научной деятельности» (Перемышль, Польша, 2013); «Наука и образование» (Прага, Чехия, 2013); «Перспективные вопросы мировой науки» (София, Болгария, 2012); «Strategic issues in the world science» (Przemysl, Poland, 2012); «Новейшие научные достижения» (София, Болгария, 2012); «Актуальные научные разработки» (София, Болгария, 2012); «Научное пространство Европы» (Перемышль, Польша, 2012); «Ключевые проблемы современной науки» (София, Болгария, 2012); «Scientific progress on the edge of Millenniums» (Prague, CzechRepublic, 2012); «Научный прогресс на рубеже тысячелетий» (Прага, Чехия, 2012); «Актуальные достижения европейской науки» (София, Болгария, 2012); «Перспективные разработки науки и техники» (Перемышль, Польша, 2011);

2) на международных конференциях: «Бесступенчатые передачи, приводы машин и промышленное оборудование» (Калининград, Россия, 1997); по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам (Владимир, Россия, 1992);

3) на всесоюзных конференциях: по управляемым и автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью (Одесса, СССР, 1980, 1986); по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам (Челябинск, СССР, 1982).

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в трех монографиях, 50 публикациях, в том числе 14 в изданиях, рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук. По результатам работы получено 9 патентов и свидетельств РФ на изобретения и полезные модели.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из списка условных обозначений, введения, шести глав, основных выводов, списка литературы и приложений. Содержание изложено на 369 страницах текста и включает 11 таблиц, 135 рисунков, 199 наименований источников и 10 приложений.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования.

В первой главе проводится обзор литературы по инерционным бесступенчатым передачам, анализируются различные схемы и конструкции существующих инерционных бесступенчатых передач, их достоинства и недостатки. Рассматриваются ошибочные конструкции автоматических бесступенчатых передач без механизмов свободного хода. При анализе существующих конструкций инерционных бесступенчатых передач основное внимание уделяется способам повышения нагрузочной способности этих передач, увеличения их надежности и долговечности. На основе проведенного анализа ставятся задачи исследования.

Во второй главе описываются обобщенные физические и математические модели инерционных передач, в том числе разработанных и защищенных патентами новых конструкций инерционных передач, таких как инерционные передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода, инерционных передач без механизмов свободного хода. Отличительной особенностью разработанных математических моделей является их запись в форме лишь одной системы дифференциальных уравнений, несмотря на переменность структуры инерционных передач. Это позволяет значительно упростить построение периодических решений уравнений движения инерционных бесступенчатых передач, а также исследование устойчивости полученных решений. Описываются новые методы аппроксимации кусочно-линейных функций, не имеющих недостатков традиционных методов аппроксимации, например, аппроксимации кусочно-линейных функций с помощью рядов Фурье. Рассматриваются приложения разработанных методов аппроксимации к исследованию динамики инерционных бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности, совершенствованию их математических моделей и методов расчета. Отмечается универсальный характер разработанных методов аппроксимации, возможность их применения в областях, далеко выходящих за рамки данного исследования.

В третьей главе рассматриваются нелинейные колебания различных схем инерционных бесступенчатых передач. Интегрируются системы существенно-нелинейных дифференциальных уравнений движения передач аналитическими и численными методами. Проводится сравнительный анализ используемых методов

и полученных решений с выявлением их достоинств и недостатков. Исследуются периодические режимы работы инерционных передач повышенной нагрузочной способности, рассматриваются вопросы устойчивости и построения фазовых портретов. Исследуются вопросы, связанные с построением предельных циклов. Рассматривается динамика механизмов свободного хода релейного типа, предложенных автором и обладающих повышенной нагрузочной способностью.

В четвертой главе рассматривается динамика инерционной бесступенчатой передачи на основе импульсного механизма, на выходе которого установлен рычажный механизм. Такие передачи не имеют в своей схеме механизмов свободного хода и отличаются высокой надежностью и долговечностью. Они позволяют значительно расширить области возможного применения инерционных передач без механизмов свободного хода. Рассматриваются нелинейные колебания этих передач в случае односторонней и двусторонней силы полезного сопротивления. В цилиндрическом фазовом пространстве осуществляется построение предельных циклов. Доказывается возможность трансформации момента в конструкциях инерционных передач без механизмов свободного хода при действии на рабочий орган одностороннего полезного сопротивления. Рассматриваются нелинейные колебания инерционного привода с кривошипно-ползунным механизмом на холостом режиме работы. Исследуются нагрузки, действующие на звенья инерционной передачи с выходным рычажным механизмом.

В пятой главе выделяются предпочтительные схемы инерционных бесступенчатых передач по критерию повышенной нагрузочной способности. Рассматриваются вопросы построения внешних характеристик инерционной бесступенчатой передачи с одним выходным механизмом свободного хода и без механизмов свободного хода. Разрабатываются методики расчета и проектирования механизма свободного хода релейного типа и инерционной бесступенчатой передачи с одним выходным механизмом свободного хода. Доказывается, что предложенные передачи имеют внешние характеристики близкие к идеальным и, вместе с тем, отличаются повышенной надежностью, долговечностью и безотказностью в работе.

В шестой главе ставятся основные задачи экспериментальных исследований, описывается стенд и методика проведения экспериментальных исследований. Производится обработка результатов экспериментальных исследований и их сравнение с результатами теоретических расчетов.

В приложениях содержатся компьютерные программы для построения решений систем дифференциальных уравнений движения инерционных передач и механизмов свободного хода релейного типа, построения периодических решений, программы для иллюстрации применения новых методов аппроксимации кусочно-линейных и обобщенных функций.

1 СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ

1.1 Общие сведения об инерционных бесступенчатых передачах.

Выявление областей их перспективного применения

Инерционная бесступенчатая передача — бесступенчатая механическая передача, у которой передача крутящего момента осуществляется импульсами за счет периодически действующих сил инерции. Такое определение дается в Большом автомобильном словаре. Возможные синонимы: инерционный трансформатор вращающего момента; импульсный инерционный вариатор. Бесступенчатая передача — механизм для плавного изменения передаточного числа, т.е. отношения частоты вращения ведущего звена к частоте вращения ведомого. В словаре Крайнева А.Ф. [2], предназначенного в том числе и для экспертов

патентных организаций и изобретателей, сказано: "Вариатор — механизм для бесступенчатого регулирования передаточного отношения", и там же: "Передаточное отношение — отношение скорости одного звена механизма к скорости другого звена". Аналогичные определения даются и в других словарях [3-5].

Такие определения бесступенчатой передачи представляется не совсем корректными. По мнению автора, было бы более правильным в определении бесступенчатой передачи говорить не о плавном изменении кинематического передаточного числа (отношения), а о плавном изменении силового передаточного числа, под которым можно понимать отношение крутящих моментов на ведущем и ведомым валах. Так например, известны механизмы [6-10], которые позволяют плавно изменять передаточное число, но не меняют величину крутящего момента, передаваемого с ведущего на ведомый вал.

С точки зрения приведенных выше определений такие устройства можно рассматривать в качестве бесступенчатых передач, так как они позволяют бесступенчато менять отношение угловых скоростей ведущего и ведомого валов, но вряд ли такой подход был бы правильным, поскольку эти устройства не меняют величину крутящего момента. Поэтому они являются просто муфтами.

Исходя из сказанного, вероятно, наиболее правильным определением инерционной бесступенчатой передачи (инерционного трансформатора вращающего момента) является определение, которое приводится в Словаре-справочнике по механизмам [2]: "Инерционный трансформатор вращающего момента — устройство для изменения вращающего момента и угловой скорости благодаря накоплению энергии инерционными звеньями и импульсной ее передаче". Этому определению инерционной бесступенчатой передачи будем придерживаться и в дальнейшем.

Под нагрузочной способностью будем понимать способность конструкции выдерживать действие нагрузки [191]. Повышенная нагрузочная способность подразумевает способность механизма передавать большую величину крутящего момента при тех же габаритах или возможность снижения габаритов при одинаковой величине передаваемого момента.

Первые инерционные передачи появились достаточно давно, но только в последние 30 лет начались интенсивные исследования по развитию теории и конструкции инерционных передач. Большой объем работ по исследованию инерционных бесступенчатых передач был выполнен в нашей стране. В работах А.С. Антонова, С.П.Баженова, М.Ф. Балжи, В.Г. Белоглазова, А.А. Благоврава, Р.Н. Болдырева, Г.Г. Васина, М.Л. Горина, Н.П. Данилова, В.Б. Держанского, А.Ф. Дубровского, С.Н. Кожевникова, А.Е. Кроппа, С.М. Крупицкого, Н.К. Куликова, А.В. Куницы, А.И. Леонова, В.Ф. Мальцева, В.И. Пожбелко, А.Т. Полецкого, А.П. Полякова, В.А. Умняшкина, В.Н. Филимонова, Н.М. Филькина, О.В. Шаркова и других авторов исследована динамика, созданы основы теории инерционно-импульсных силовых систем, обоснована перспективность применения инерционных передач в приводах различных машин. Работы по проблеме создания конкурентоспособных инерционных передач затрагивают широкий круг вопросов, связанных с теоретическими и экспериментальными исследованиями различных схем этих передач, а также их основных узлов: импульсного механизма и механизмов свободного хода.

Несмотря на значительные усилия по разработке конструкций и теоретических основ инерционных бесступенчатых передач, проблема создания надежной, эффективно использующей мощность двигателя инерционной передачи, отличающейся достаточно высокой нагрузочной способностью, остается до конца не решенной.

Начиная уже с первых конструкций (передачи Константинеско, Хоббса, шведской компании «Спонтан» и др.) основное применение инерционных передач предполагалось в трансмиссиях транспортных средств: легковых и грузовых автомобилей, автобусов, колесных тракторов, быстроходных гусеничных машин и др. Научные исследования, направленные на применение инерционных автоматических передач в трансмиссиях транспортных средств, широко проводятся и в последнее время[11-15]. Учитывая многолетний опыт безуспешных попыток создания надежной инерционной бесступенчатой передачи для транспортных средств, такой подход представляется неверным, по крайней

мере, для данного этапа разработки таких передач. Даже попытки применения инерционных передач в приводе мотоциклов [16-19] с относительно невысокими мощностями не привели к обнадеживающим результатам. Важно отметить, что широкому применению инерционных передач в трансмиссиях транспортных средств препятствует не только недостаточная долговечность и нагрузочная способность таких передач, но и специфические требования для транспортных трансмиссий, например, возможность торможения двигателем и запуска двигателя с хода. Выполнение этих требований приводит к необходимости введения дополнительных устройств, что значительно усложняет конструкцию передач.

Важным недостатком применения инерционных передач в трансмиссиях транспортных средств также является относительно высокая неравномерность вращения ведомого вала, причем снизить эту неравномерность трудно, так как сама природа инерционных передач предполагает импульсную подачу момента на выходной вал. Учитывая, какое внимание в современных транспортных средствах придается плавности хода, рассчитывать на широкое применение инерционных передач в транспортных средствах, даже при условии высокой надежности этих передач, не приходится, по крайней мере, на данном этапе существующего положения в разработке инерционных передач.

Вместе с тем, известно [20], что вибрации в технике часто играют положительную роль. В современной технике есть целые области, построенные на использовании различных колебательных процессов и вибраций. Для механики, в частности, можно отметить вибрационное перемещение насыпных грузов, виброреологию, вибрационное погружение, вибрационную обработку материалов, вибрационное уплотнение материалов и др. Использование вибрационных процессов позволяет снизить необходимый расход энергии в 2 — 10 раз. Что касается конкретных устройств, принцип действия которых основан на использовании вибрации, то можно отметить вибрационные конвейеры, вибрационные питатели, вибрационные подъемники, вибрационные бункеры-дозаторы, вибрационные погружатели, вибрационные насосы, вибрационные сепараторы,

вибрационные грохоты, вибрационные трамбовки и катки, глубинные виброуплотнители, вибрационные формовочные и стержневые машины, вибрационные стенды, вибрационные мельницы и дробилки, вибрационные абразивные установки. Во многих отраслях промышленности, строительства и транспорта получили широкое распространение ударно-вибрационные машины, такие как, отбойные молотки, перфораторы, бучарды, ударно-вращательные сверлильные машины, шпалоподбойки и многие, многие другие.

Приведенный список технологических операций, выполняемых на основе вибраций, и машин для их выполнения далеко не полный. Такие операции, как пиление, шлифование и полирование, сверление и фрезерование, резание и другие выполняются значительно эффективнее при использовании вибрационного характера движения рабочего органа. Вибрационная подача крутящего момента позволяет эффективно дробить стружку, что особенно важно при обработке пластичных материалов. В вибрационных дробилках степень помола сырья и различных продуктов в несколько раз больше, чем в обычных дробилках. Можно приводить и другие многочисленные примеры положительных свойств применения вибраций в технических системах. Именно для таких систем инерционные бесступенчатые передачи могут быть особенно полезными. Использование инерционных бесступенчатых передач в приводе машин для выполнения этих и подобных технологических операций, несомненно, является перспективной областью их применения. Вибрационный характер подачи момента на рабочий орган в инерционных передачах при этом является положительной особенностью привода, причем в отличие от нерегулируемых вибрационных систем инерционные бесступенчатые передачи позволяют полностью использовать мощность приводного двигателя, автоматически и бесступенчато меняя режимы работы привода в зависимости от нагрузки на рабочем органе. В этом направлении развития инерционных бесступенчатых передач можно выделить работы [21-23]. Заметим, что до настоящего времени не создан вибрационный привод, реализующий принцип автоматического бесступенчатого регулирования. Разрабатываемые в данной диссертации научные основы инерционных

бесступенчатых передач касаются, в первую очередь, именно этого направления их применения, что также подтверждает актуальность диссертации. Причем, важно отметить, что при этом речь идет не только о перспективных областях применения инерционных бесступенчатых передач, но, в основном, о возможностях повышения их нагрузочной способности, что способствует повышению надежности и долговечности этих передач.

1.2 Анализ существующих конструкций инерционных бесступенчатых передач

При анализе существующих конструкций инерционных бесступенчатых передач основное внимание будем уделять способам повышения нагрузочной способности этих передач, увеличения их надежности и долговечности.

Наиболее общую схему представляют инерционные бесступенчатые передачи с двумя механизмами свободного хода (корпусным и выходным). Эти передачи могут быть применены в большинстве машин и механизмов и, вместе с тем, имеют простую конструкцию.

На рис.1.1 представлена инерционная передача, предложенная М.Ф. Балжи [24]. Ведущий вал 1 жестко связан с ведущим маховиком 1, который через шатуны 3 приводят в движение грузовые звенья 4, установленные эксцентрично на промежуточном валу 5. На промежуточном валу также установлены внутренние обоймы 6 и 7 корпусного и выходного механизмов свободного хода. Наружная обойма корпусного механизма свободного хода непосредственно соединена с корпусом 8 передачи, наружная обойма выходного механизма свободного хода — с ведомым маховиком 9. Механизмы свободного хода имеют различные направления заклинивания. Ведомый маховик жестко связан с ведомым валом 10 и может быть заторможен с помощью тормоза 11.

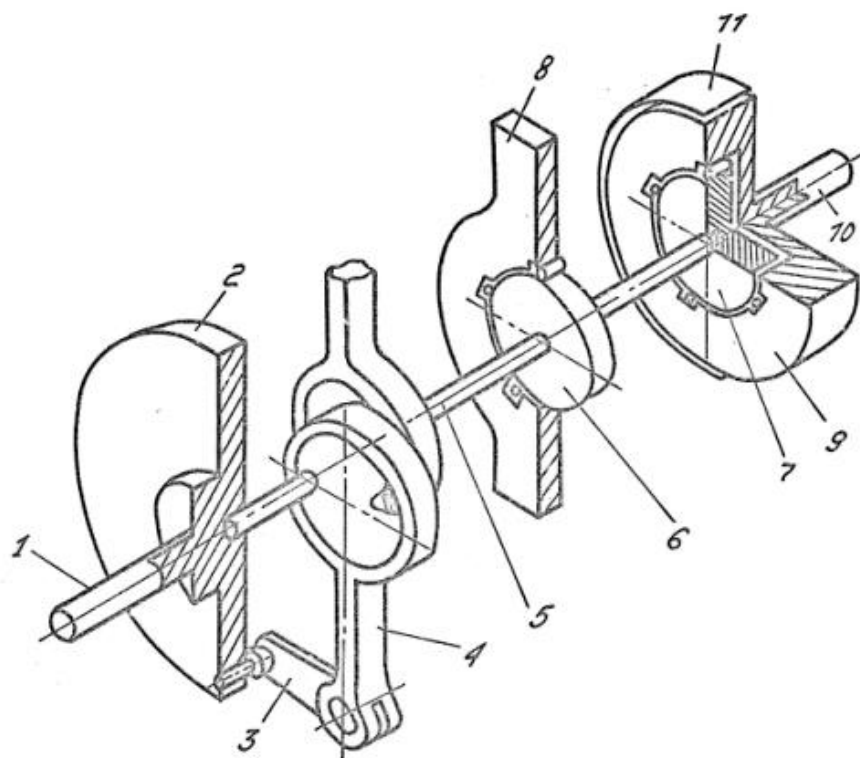


Рис. 1.1. Передача Балжи

При вращении ведущего вала с частотой, отличающейся от частоты вращения ведомого вала, грузовые звенья проворачиваются относительно промежуточного вала, возникающие при этом инерционные силы грузовых звеньев создают знакопеременный вращающий момент на промежуточном валу. Прямой импульс момента, стремящийся повернуть промежуточный вал в направлении вращения ведущего вала, передается на ведомый вал, обратный — на корпус передачи.

Под руководством М.Ф. Балжи созданы опытные образцы инерционной передачи с жесткими механизмами свободного хода для автомобилей Урал-355М, Урал-375, М-21 «Волга», тракторов С-100, Т-75, Т-130 и других.

Передача Балжи явилась базой для создания так называемой жесткой схемы инерционных бесступенчатых передач, в которой пренебрегают упругостью механизмов свободного хода. Жесткая схема позволила разработать предпосылки и основы теории инерционных передач [25]. Экспериментальные исследования передачи Балжи подтвердили высокий коэффициент полезного дей-

ствия инерционных бесступенчатых передач, широкий диапазон трансформации момента [26]. Большинство дальнейших исследований инерционных передач проведено по наиболее простой в теоретическом отношении жесткой схеме. Обращение исследователей к жесткой схеме является естественным, так как исследование сложных систем, как правило, начинается с рассмотрения наиболее простых случаев.

В работе А.Т. Полецкого и А.П. Полякова [27] впервые получены решения дифференциальных уравнений движения передачи Балжи на различных участках цикла ее работы. А.Т. Полецким и Г.Г. Васиным предложен метод интегрирования, позволивший понизить порядок системы дифференциальных уравнений движения инерционной передачи [28].

Г.Г. Васиным исследованы различные классы импульсных механизмов в жесткой схеме инерционной передачи [29], сформулировано и обосновано новое научно-техническое направление, связанное с разработкой теории, а также созданием опытно-промышленных образцов и внедрением инерционно-импульсных силовых систем, предложена классификация инерционных передач по функциональному и структурному признакам [30,31].

Работа Б.Л. Диковского [32] посвящена исследованию кулачкового импульсного механизма в схеме инерционной передачи без упругих элементов и выбору оптимальных параметров этого механизма.

Режим динамической муфты и процессы, происходящие при переходе с режима динамической муфты на режим трансформации и обратно в инерционной передаче, выполненной по жесткой схеме, рассмотрены С.М. Крупицким [33].

Р.Н. Болдырев исследовал внешнюю характеристику инерционной передачи без упругих элементов [34].

Вопросы динамики инерционной передачи без упругих элементов в трансмиссиях мотоциклов изучены В.А. Умняшкиным [16,17,35,36].

Обоснование выбора параметров жесткой схемы инерционной передачи на основе анализа методов построения и оптимизации внешней характеристики выполнено в работе Т.А. Ганьковой [37].

Вопросы моделирования преобразователей момента инерционных передач с применением САПР и с учетом случайного характера момента сопротивления рассмотрены в диссертации А.В. Белецкого [38].

В работе В.Н. Филимонова [39] рассмотрены аспекты построения внешней характеристики и оптимизации параметров инерционной передачи с двигателем внутреннего сгорания.

Важным шагом на пути снижения динамической напряженности силовой цепи инерционной передачи явилось выделение А.И. Леоновым предпочтительного (гармонического) семейства импульсных механизмов [40,41], у которых динамический момент, передаваемый на ведомый вал, имеет синусоидальный характер. Применение импульсных механизмов предпочтительного семейства позволило резко снизить пиковые значения передаваемого момента при неизменной его средней величине.

Тем не менее, проведенные теоретические и экспериментальные исследования инерционной бесступенчатой передачи, выполненной по жесткой схеме, не привели к созданию долговечной конструкции.

С целью дальнейшего снижения динамических нагрузок, повышения нагрузочной способности А.И. Леоновым была предложена и исследована упругая схема инерционной передачи [42,43] (рис. 1.2).

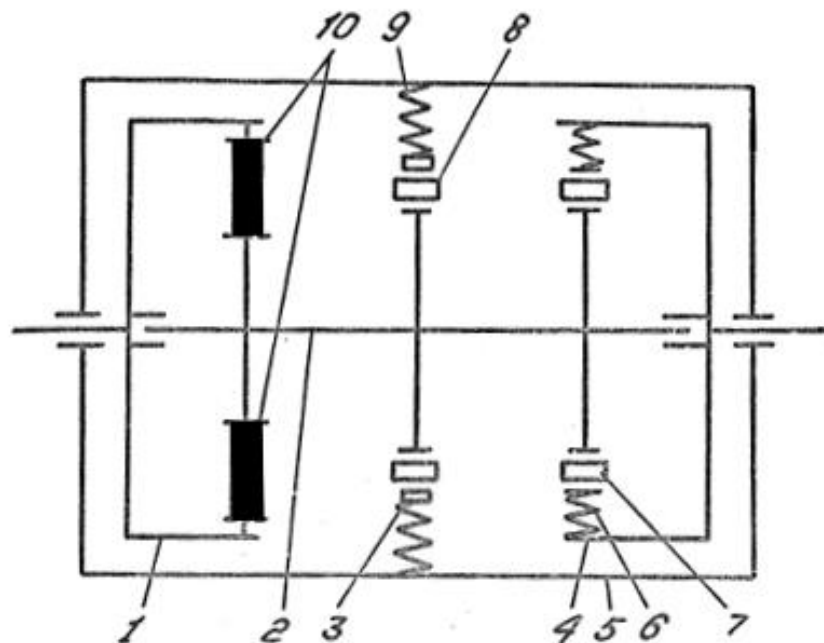


Рис. 1.2. Обобщенная схема инерционной передачи с упругими элементами

При вращении ведущего маховика 1 инерционные силы грузовых звеньев 10 создают знакопеременный момент на промежуточном валу 2. Прямой импульс передается через выходной механизм свободного хода 7 и упругие элементы 6 на ведомый маховик 4. Обратный импульс передается через корпусной механизм свободного хода 8, обойму 3 и упругие элементы 9 на корпус 5 передачи. Часть энергии обратного импульса преобразуется в потенциальную энергию деформации упругих элементов 9, а затем отдается при действии прямого импульса.

Введение упругих элементов в механизмы свободного хода качественно изменяет характер протекания динамических процессов в инерционной передаче. На режиме заторможенного ведомого маховика промежуточный вал совершает нелинейные колебания. Участок выстоя промежуточного вала заменяется участком накопления упругими элементами корпусного механизма свободного хода потенциальной энергии и последующей отдаче ее. На участке совместного движения промежуточный вал и ведомый маховик имеют различные законы движения. Схема с упругими элементами имеет большее число степеней свободы, чем жесткая схема. Существуют и другие особенности упругой схемы.

Упругая схема позволила значительно расширить возможности передачи по обеспечению заданных выходных характеристик, снизить динамическую напряженность инерционной передачи и повысить ее надежность. Как показали исследования [42], использование упругой схемы позволяет снизить максимальные (в 1,5 – 2 раза) и средние нагрузки на механизмы свободного хода, максимальные (в 2 – 3 раза) и средние нагрузки на импульсный механизм, неравномерность вращения ведущего и ведомого валов, в 2 – 3 раза снизить массы грузовых звеньев импульсного механизма за счет накопления потенциальной энергии при действии обратных импульсов крутящего момента и ее использования при действии прямых импульсов. Упругая схема обладает и другими преимуществами по сравнению с жесткой. Все это приводит к снижению динамической напряженности инерционной передачи, повышению ее нагрузочной способности, и, следовательно, увеличению долговечности передачи.

Отметим и другие работы по изучению упругой схемы инерционной бесступенчатой передачи.

Математическая модель инерционной автоматической передачи городского автобуса с учетом упругих свойств механизмов свободного хода, полученных экспериментальным путем, рассмотрена в работе С.П. Баженова, А.В. Галкина и М.И. Деяева [44].

С.М. Пономаревым исследован наиболее нагруженный режим работы инерционной передачи с упругими элементами — режим трансформации момента в области малых передаточных чисел, рассмотрены вопросы рациональной формы записи дифференциальных уравнений ее движения [45].

В работе А.Ф. Дубровского [46] изучены ударные нагрузки, действующие на элементы упругого микрохрапового механизма свободного хода инерционной передачи.

Изучению динамики инерционной передачи с упругими механизмами свободного хода посвящены также другие работы [47-55].

Исследования упругой схемы позволили значительно повысить долговечность инерционной передачи и положили начало новому этапу в развитии

инерционных систем — этапу внедрения результатов разработок в промышленность. Коллективу научных сотрудников Челябинского политехнического института им. Ленинского комсомола под руководством А.И. Леонова осуществлено внедрение инерционных гайковертов на Уральском автомобильном заводе, микрохраповых механизмов свободного хода в приводе топок ТЛЗ, ТЗПЛ, ТЧЗ, ТЧЗМ, выпускаемых Кусинским машиностроительным заводом, инерционных трансформаторов вращающего момента в приводе буро-погрузочных машин Копейского машиностроительного завода. Тем не менее, упругая схема не позволила полностью решить проблему недостаточной долговечности инерционных передач и добиться их широкого применения.

Другая идея использования энергии обратного импульса для повышения нагрузочной способности инерционной передачи и снижения ее динамической напряженности реализована в схеме инерционного привода с реверсивной зубчатой передачей [56] (рис. 1.3).

На ведущем маховике 1 закреплены оси сателлитов 2 с неуравновешенными грузами 3. Сателлиты обкатываются по центральной шестерне 4, установленной на промежуточном валу 5, на котором также установлены внутренние обоймы двух механизмов свободного хода 6 и 7. Наружная обойма одного из них связана с реверсивной зубчатой передачей 8, другого — с ведомым маховиком 9, расположенном на ведомом валу 10.

На режиме трансформации момента инерционные силы грузовых звеньев создают знакопеременный момент на промежуточном валу. Прямые импульсы момента передаются через механизм свободного хода 7 на ведомый вал, обратные импульсы через механизм свободного хода 6 и реверсивную зубчатую передачу 8 также передаются на ведомый вал.

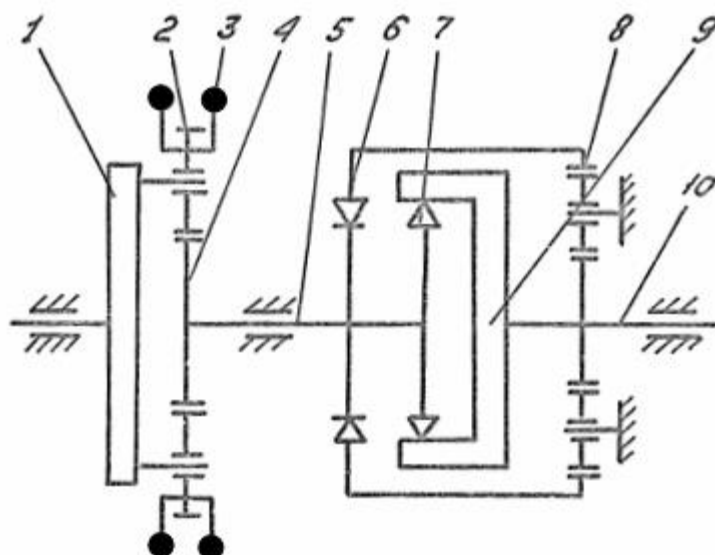


Рис. 1.3. Схема инерционной передачи с реверсивной зубчатой передачей

Принцип работы описанной инерционной передачи подробно изложен в статье [57], а ее динамика исследована Г.А. Болотовым и С.М. Крупицким [58-61]. В этих работах установлено, что использование энергии обратного импульса с помощью реверсивной зубчатой передачи позволяет снизить максимальные значения внутренних сил и моментов на 30 – 35%.

Как показали исследования Р.Н. Болдырева, Г.А. Болотова, С.М. Крупицкого и М.И. Злотника по обоснованию схемы инерционной передачи для транспортной машины [62], рациональным следует признать использование обратного импульса посредством шестеренчатой передачи лишь в диапазоне передаточных чисел от 0 до 0,35 с дальнейшим переходом на использование только прямого импульса. При этом обеспечивается наилучшее приближение внешней характеристики к идеальной. Реализация такого комбинированного использования энергии обратного импульса в инерционной трансмиссии транспортных средств вызывает усложнение конструкции, что еще раз подтверждает тезис о нерациональном использовании инерционной передачи в приводе транспортных средств.

Снижение динамической напряженности инерционного привода с реверсивной зубчатой передачей, так же как и в инерционной передаче с упругими механизмами свободного хода, достигается за счет дополнительного использования энергии обратного импульса. Сравнение этих конкретных реализаций одного и того же способа показывает преимущество упругой схемы, поскольку введение упругих элементов в механизмы свободного хода практически не усложняет конструкцию и сохраняет габариты передачи.

Еще одним интересным конструктивным приемом использования энергии обратного импульса и повышения за счет этого нагрузочной способности инерционной передачи является использование импульсов момента разного знака для привода различных рабочих органов. Такая схема с отдельным использованием импульсов предложена Г.Г. Васиным, В.Г. Белоглазовым, А.В. Куницей и Н.Ю. Золотаревым [63] для привода различных рабочих органов валковой дробилки (рис. 1.4).

Двигатель 1 с помощью муфты 2 связан с ведущим валом импульсного механизма 16, на ведомом валу которого закреплены внутренние обоймы механизмов свободного хода 11 и 15. Наружная обойма механизма свободного хода 11 через шестерни 3 и 4, ось с маховой массой 5 и карданную передачу 6 взаимодействует с валком 8, снабженным упругим элементом 7. Аналогичным образом, через шестерни 13 и 14, ось с маховой массой 12, карданную передачу 10 осуществляется кинематическая связь наружной обоймы механизма свободного хода 15 с валком 9.

Прямые импульсы знакопеременного вращающего момента, генерируемого на ведомом валу импульсного механизма, передаются на валок 8, обратные — на валок 9. Таким образом, в процессе работы валковой дробилки используется энергия импульсов различных знаков.

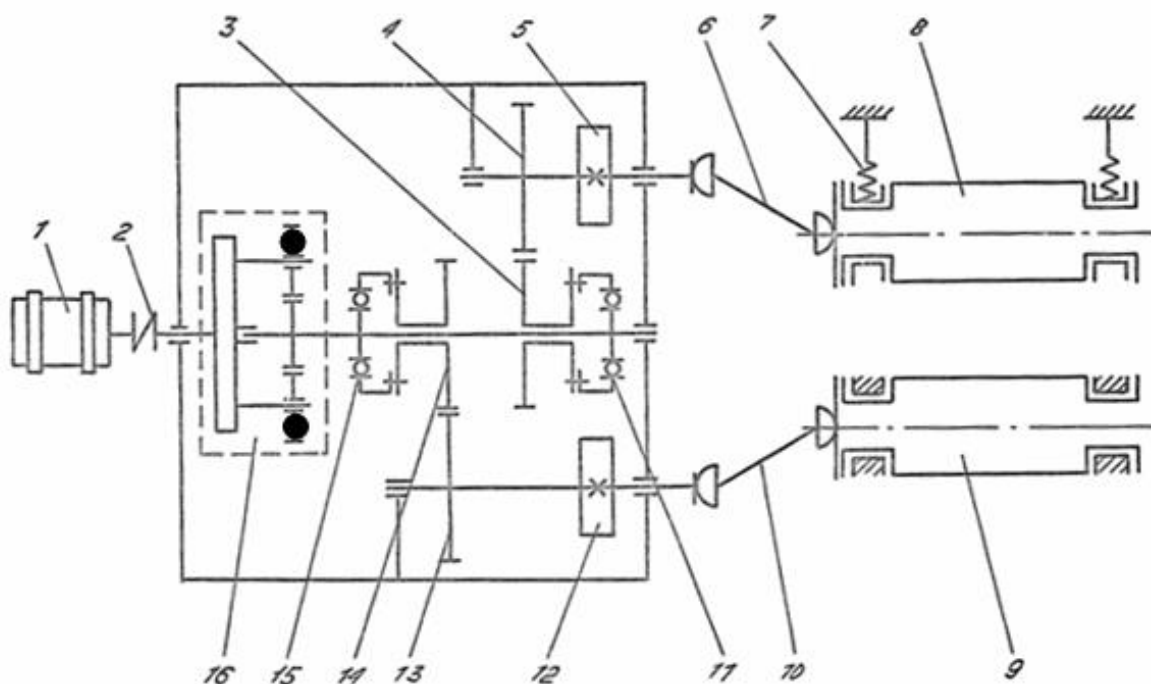


Рис. 1.4. Кинематическая схема инерционной передачи с отдельным использованием импульсов для привода различных рабочих органов валковой дробилки

Инерционная передача с отдельным использованием импульсов для привода различных органов валковой дробилки позволяет автоматически и бесступенчато регулировать параметры вращающего момента на валках дробилки в зависимости от физико-механических свойств дробимого материала. Пульсирующий характер подачи вращающего момента на рабочие органы уменьшает энергоёмкость процесса дробления, а то обстоятельство, что величина прямого импульса больше обратного, приводит к дополнительному истиранию дробимого материала [64]. Исследованию динамики инерционной передачи с отдельным использованием импульсов посвящены работы [63-65].

Заметим, что описанная схема инерционной передачи позволяет повысить её нагрузочную способность, но может быть использована лишь в машинах с несколькими рабочими органами, что суживает возможные области её применения.

Важным направлением повышения нагрузочной способности инерционной бесступенчатой передачи является снижение числа наиболее слабых её звеньев

— механизмов свободного хода, разработка конструкций инерционной передачи, содержащих не два механизма свободного хода, как в общей схеме, а лишь один, а в некоторых случаях без механизмов свободного хода вообще.

Вероятно, первой инерционной передачей лишь с одним механизмом свободного хода является инерционная трансмиссия (рис. 1.5), разработанная английской фирмой "Maudslay" для применения на грузовых автомобилях большой грузоподъемности и предложенная Х. Хоббсом (Австралия) [66].

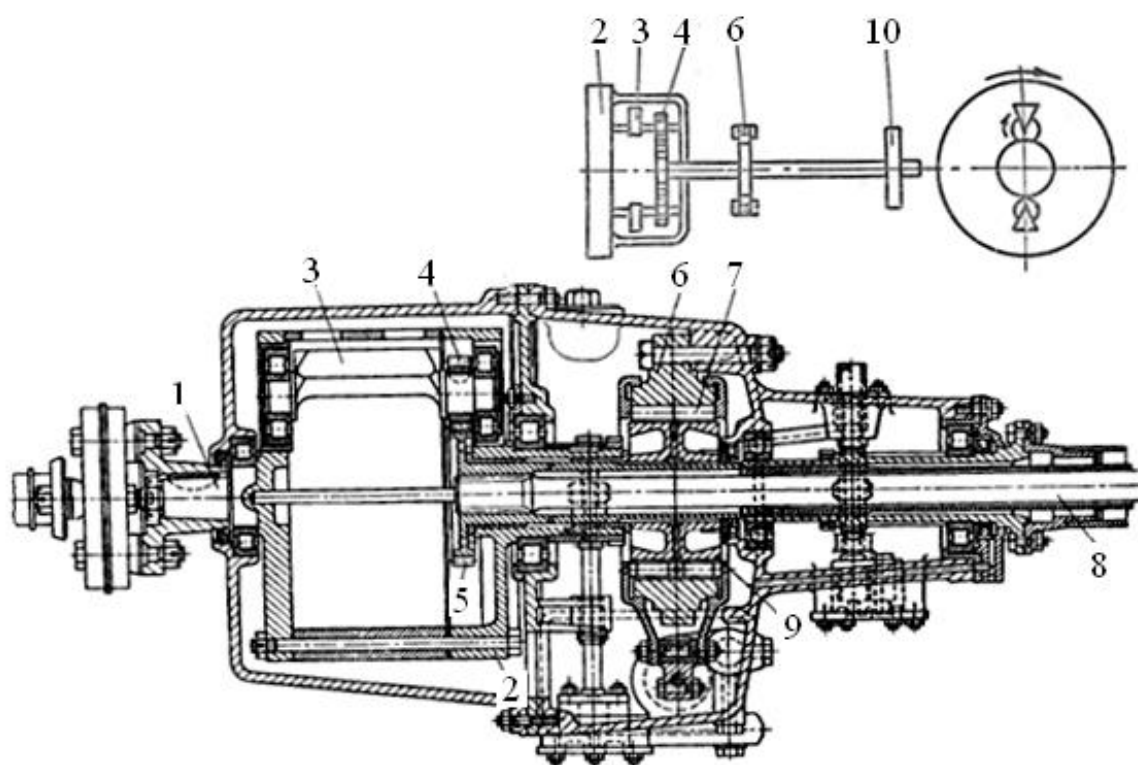


Рис. 1.5. Передача Хоббса

Ведущий вал 1 передачи выполнен заодно с передней крышкой ведущего маховика 2, в гнездах которого закреплены подшипники качения с установленными в них осями сателлитов 4. На осях закреплены неуравновешенные грузы 3. Сателлиты кинематически связаны с центральной шестерней 5, непосредственно соединенной с ведомым (карданным) валом 8. На ведомом валу также установлена внутренняя обойма 9 корпусного механизма свободно-

го хода, наружная обойма 6 которого связана с корпусом передачи. На заднем конце ведомого вала с целью снижения неравномерности вращения установлен маховик 10.

При вращении ведущего маховика на режиме трансформации момента сателлиты обкатываются вокруг центральной шестерни. Возникающие силы инерции неуравновешенных грузов создают знакопеременный момент, прямые импульсы которого передаются на трансмиссию автомобиля, обратные через механизм свободного хода воспринимаются корпусом передачи.

При небольших оборотах ведущего вала создаваемый неуравновешенными грузами вращающий момент недостаточен для преодоления момента сопротивления, автомобиль остается неподвижным.

С увеличением числа оборотов возрастает пропорционально квадрату оборотов вращающий момент и при достижении им момента сопротивления происходит трогание автомобиля с места.

Если момент сопротивления на ведомом валу не превышает момента двигателя, устанавливается прямая передача, при этом сателлиты и центральная шестерня вращаются как одно целое с небольшими относительными колебаниями.

Если же момент сопротивления на выходном валу больше момента двигателя, устанавливается режим трансформации. В этом случае центральная шестерня совершает прерывистое одностороннее вращение. Повороту шестерни в направлении противоположном вращению ведущего вала препятствует механизм свободного хода. Равномерное движение автомобиля достигается тем, что ведомый вал выполнен торсионным и сглаживает неравномерное вращение центральной шестерни.

В передаче Хоббса используется только лишь один корпусной механизм свободного хода, выходной механизм свободного хода заменен упругим (торсионным) ведомым валом. В работе [67] показано, что при такой замене значительно снижается разность угловых скоростей ведущего и ведомого валов в момент выхода передачи на режим динамической муфты, уменьшается ампли-

туда максимальных значений реактивного момента на ведущем валу. Улучшается разгонная характеристика по сравнению с передачей с выходным механизмом свободного хода.

Исследованию динамики передачи Хоббса с упругим ведомым валом в приводе мотоцикла "Иж-Планета -3" посвящена работа [68].

Замена выходного механизма свободного хода упругим валом упрощает конструкцию инерционной передачи, исключает одно из наиболее нагруженных его звеньев, что способствует повышению нагрузочной способности передачи и ее долговечности. Вместе с тем, как показано в работе [69], на режиме заторможенного ведомого вала значительно повышаются нагрузки на корпусной механизм свободного хода, что объясняется дополнительным действием сил упругости.

Следующая схема инерционной передачи с одним механизмом свободного хода (рис. 1.6) предложена В.И. Пожбелко [70].

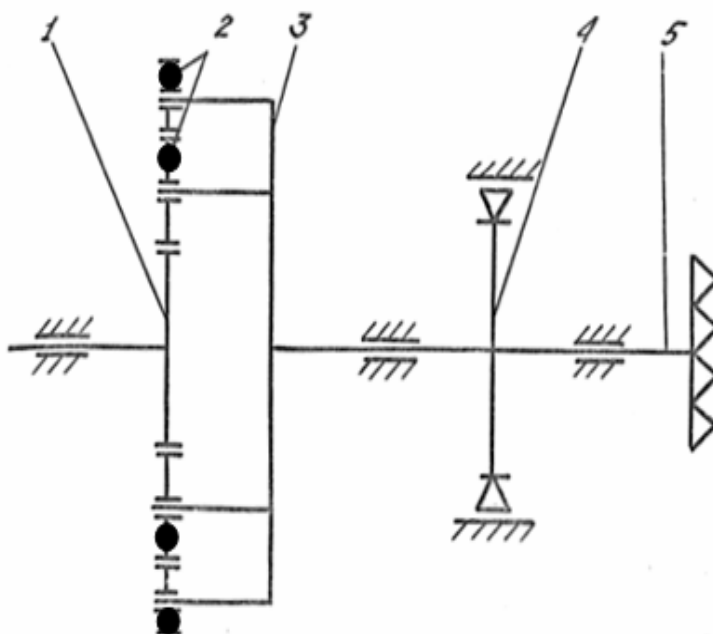


Рис. 1.6. Схема автоматического инерционно-импульсного привода с однозначным выпрямителем

Ведущая центральная шестерня 1 вращает неуравновешенные сателлиты разного диаметра 2, свободно установленные на осях водима 3. Водило жестко со-

единено с ведомым валом 5. На ведомом валу закреплена внутренняя обойма механизма свободного хода, наружная обойма которого соединена с корпусом передачи.

Принцип работы этой передачи аналогичен принципу работы передачи Хоббса. Ведомый вал в процессе работы передачи на режиме трансформации момента совершает прерывистое одностороннее вращение.

Отличительной чертой рассмотренного инерционного привода является применение полигармонического импульсного механизма. Одна из возможных схем полигармонического импульсного механизма представлена на рис. 1.7 и состоит из ведущей центральной шестерни 1, кинематически связанной с неуравновешенными сателлитами 2,3,4 разного диаметра, установленными свободно на осях ведомого вала 5. Инерционные силы вращающихся неуравновешенных сателлитов создают на ведомом звене импульсы полигармонического момента с числом гармоник, равным числу неуравновешенных сателлитов разного диаметра.

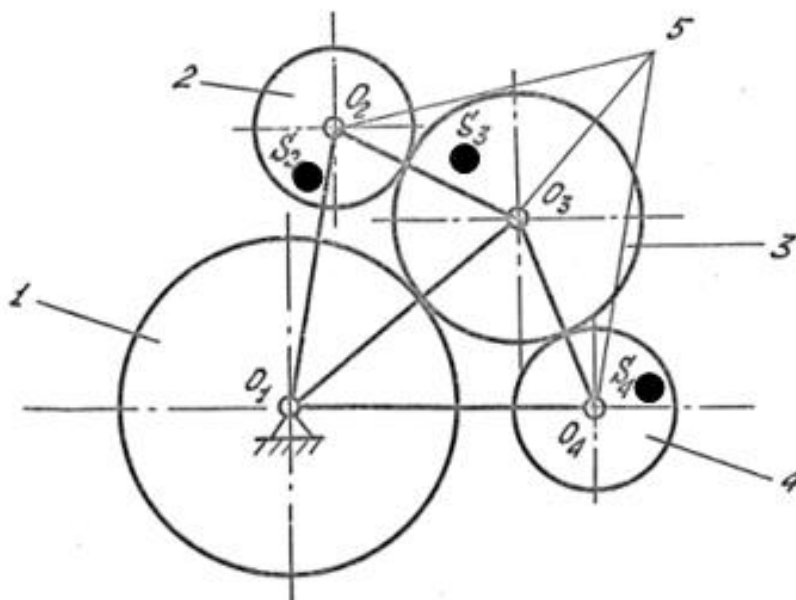


Рис. 1.7. Схема полигармонического импульсного механизма

Применение полигармонических импульсных механизмов позволяет получать различные амплитудно-частотные характеристики инерционной передачи

посредством изменения числа гармоник момента, соотношения частот и амплитуд гармоник, а также их фазового смещения [71].

Схема инерционной передачи с одним механизмом свободного хода и полигармоническим импульсным механизмом реализована в опытно-промышленном образце автоматического привода, смонтированного на серийном камнефрезерном станке БКС-3 (рис. 1.8) взамен серийной коробки скоростей.

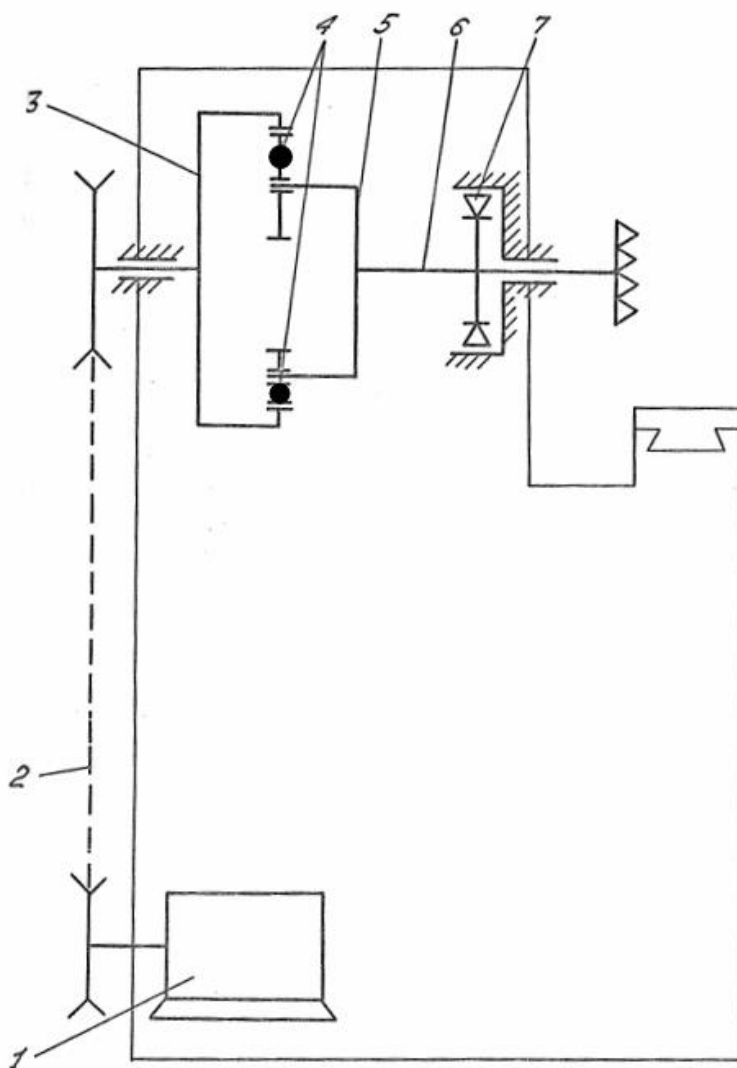


Рис. 1.8. Схема автоматического инерционно-импульсного привода инструмента камнефрезерного станка

1 - двигатель; 2 - ременная передача; 3,4,5 - звенья импульсного механизма; 6 - ведомый вал; 7 - механизм свободного хода; 8 - фреза

Инерционные силы вращающихся неуравновешенных сателлитов формируют знакопеременный инерционный момент на ведомом валу 6. Прямые импульсы

момента, действующие в направлении резания, создают усилие резания, обратные импульсы момента через механизм свободного хода замыкаются на корпус.

Неуравновешенные сателлиты полигармонического импульсного механизма выполнены с различным числом зубьев (42, 21, 14). При таком выборе параметров сателлитов максимальный момент, действующий на механизм свободного хода, оказывается значительно меньше максимального момента, создающего усилие резания. Таким образом, достигается снижение нагрузок на механизм свободного хода. Использование полигармонического импульсного механизма позволяет также производить настройку привода камнефрезерного станка на оптимальные режимы работы.

Автоматический инерционно-импульсный привод камнефрезерного станка изменяет режимы резания в соответствии с физико-механическими свойствами камня в процессе динамического резания, что обеспечивает более полное использование мощности двигателя, повышает производительность станка и снижает энергоемкость процесса резания в 1,3 - 1,5 раза по сравнению со статическим приводом [69]. Пульсирующий характер подачи момента на камнерезный инструмент способствует образованию в камне трещин, что также приводит к улучшению технико-экономических показателей установки.

Динамика автоматического планетарного инерционно-импульсного привода камнерезного инструмента с полигармоническим импульсным механизмом подробно исследована в кандидатской диссертации В.И. Пожбелко [69].

Схема инерционной передачи с одним механизмом свободного хода лежит и в основе конструкции инерционного гайковерта, предложенного А.А. Романченко, А.И. Леоновым и А.Л. Колесниковым [72]. Кинематическая схема инерционного гайковерта приведена на рис. 1.9.

На валу электродвигателя 2, размещенного в корпусе 1, установлена солнечная шестерня 3, кинематически связанная с неуравновешенными сателлитами 4, находящимися на осях водила 5. Водило установлено в корпусе на подшипниках и жестко соединено с рабочим органом 7. На валу рабочего органа закреплена внут-

ренняя обойма механизма свободного хода 6, наружная обойма которого связана с корпусом гайковерта.

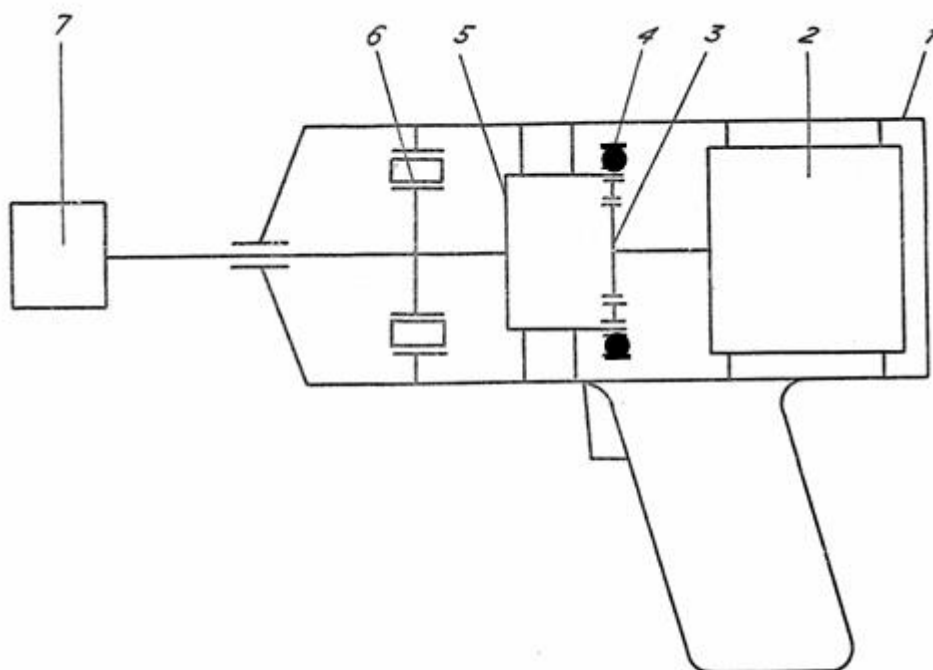


Рис. 1.9. Схема инерционного автоматического гайковерта

При достаточно малом моменте сопротивления на завинчиваемой гайке инерционная передача работает на прямом режиме. При этом завинчиваемая гайка максимально быстро выбирает холостой участок хода. При выборе холостого хода инерционная передача переходит на режим трансформации. Прямые импульсы момента от инерционных сил грузовых звеньев передаются на рабочий орган, а обратные воспринимаются корпусом. Рабочий орган совершает при этом прерывистое одностороннее вращение. Осуществляется затягивание гайки. В случае, когда водило заторможено, на рабочий орган передается максимальный момент, т.к. при этом сателлиты вращаются с максимальной скоростью.

Инерционный автоматический гайковерт создает вибрационный характер затяжки, который позволяет в значительной мере усреднить ошибки нарезки резьбы, различные коэффициенты трения и имеет на стоповом режиме стабильные характеристики затяжки (отклонение величины момента затяжки от заданного не

превышает 2%), что очень важно для качественного выполнения резьбового соединения..

На базе электрического ударно-импульсного гайковерта ГК-3 был спроектирован инерционный гайковерт, имеющий следующие параметры: мощность электродвигателя — 0,3 кВт, средняя угловая скорость рабочего органа от 0 до 199 с^{-1} в зависимости от момента сопротивления на рабочем органе, максимальный момент затяжки — 30 Нм, максимальный коэффициент трансформации момента — 75. Две промышленные партии инерционных автоматических гайковертов внедрены на Уральском автомобильном заводе.

Изучению динамики инерционных гайковертов посвящена работа [73].

Описанная схема инерционной передачи не может быть использована в приводе машин и механизмов, рабочие органы которых должны совершать равномерное вращение.

Отметим, что во всех рассмотренных конструкциях инерционной бесступенчатой передачи с одним механизмом свободного хода этот механизм является корпусным.

Особый интерес с точки зрения повышения нагрузочной способности представляют конструкции инерционной бесступенчатой передачи, в которых механизмы свободного хода, как наиболее слабые звенья передачи, отсутствуют вообще.

К сожалению, в настоящее время не известно ни одной конструкции инерционно-импульсной бесступенчатой передачи механического типа общего назначения без механизмов свободного хода с однонаправленным вращением ведомого вала. Вопрос о принципиальной возможности создания такой конструкции остается открытым. Но известно несколько конструкций инерционной передачи без механизмов свободного хода, имеющих специализированное назначение. В таких конструкциях рабочий орган совершает знакопеременное движение.

Начало выделению класса инерционных передач без механизмов свободного хода положило изобретение машины для сварки трением [74]. Схема этой машины изображена на рис.1.10.

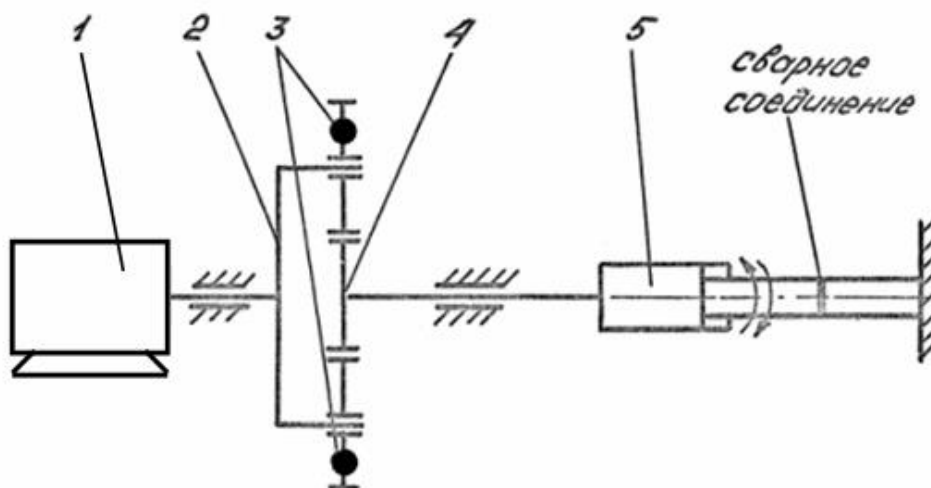


Рис. 1.10. Машина для сварки трением

Вал двигателя 1 соединен с ведущим маховиком 2 импульсного механизма. На ведущем маховике закреплены оси неуравновешенных сателлитов 3, входящих в зацепление с солнечной шестерней 4. Ось солнечной шестерни соединена со шпинделем 5 рабочего органа, представляющего собой свариваемую деталь.

На режиме трансформации момента импульсный механизм за цикл работы сообщает шпинделю два противоположных импульса. Оба импульса расходуются на нагрев свариваемой детали.

Применение инерционной передачи в приводе машины для сварки трением позволяет строго регламентировать сварочный процесс, так как количество энергии, вносимой в зону сварного соединения, прямо пропорционально времени работы передачи и может быть точно рассчитано теоретически. Улучшается и прирабатываемость свариваемых деталей за счет их знакопеременного относительно вращения.

Машина для сварки трением является примером удачно подобранной области применения инерционной передачи без механизмов свободного хода. Действи-

тельно, сварка трением независимо от направления вращения шпинделя позволяет выполнить одну и ту же функцию — нагревать свариваемую деталь. В смысле выполнения этой основной функции прямые и обратные импульсы равноправны. Заметим, что момент сопротивления на шпинделе машины для сварки трением меняет знак в течение цикла работы передачи, что является необходимым условием для трансформации момента.

Приведенная схема инерционной передачи без механизмов свободного хода исследована в диссертации Р.Н. Болдырева [34], а также в работе А.В. Геренштейна и В.И. Пожбелко [75].

Описанный способ трансформации момента может быть использован и в других машинах, рабочие органы которых совершают знакопеременное вращение. Причем преимущество имеют машины с небольшими моментами инерции рабочих органов, потому что периодические разгоны и остановки больших инерционных масс за короткие промежутки времени вызовут значительные динамические нагрузки в передаче.

Следующая оригинальная идея осуществления инерционной передачи без механизмов свободного хода принадлежит М.Ф. Балжи и Р.Н. Болдыреву [76] и заключается в использовании гидropередачи, скомпонованной с импульсным механизмом (рис. 1.11).

Ведомый вал 1 импульсного механизма соединен с ротором реверсивного гидронасоса 2. Гидронасос с помощью трубопроводов 3 и 4 связан с клапанной коробкой 5. От клапанной коробки отходят нагнетательный 6 и всасывающий 7 трубопроводы, связывающие ее с гидромотором 8.

В процессе трансформации момента ведомый вал импульсного механизма вместе с ротором гидронасоса совершает знакопеременное вращение. Направление движения жидкости, текущей по трубопроводам 3 и 4, также меняется в течение цикла работы передачи. Знакопеременное движение жидкости выпрямляется в клапанной коробке, и по трубопроводам 6 и 7 жидкость течет уже в одном направлении. Таким образом при действии прямого и обратного импульсов обес-

печивается однонаправленный подвод жидкости к гидромотору. Ведомый вал гидромотора совершает одностороннее непрерывное вращение.

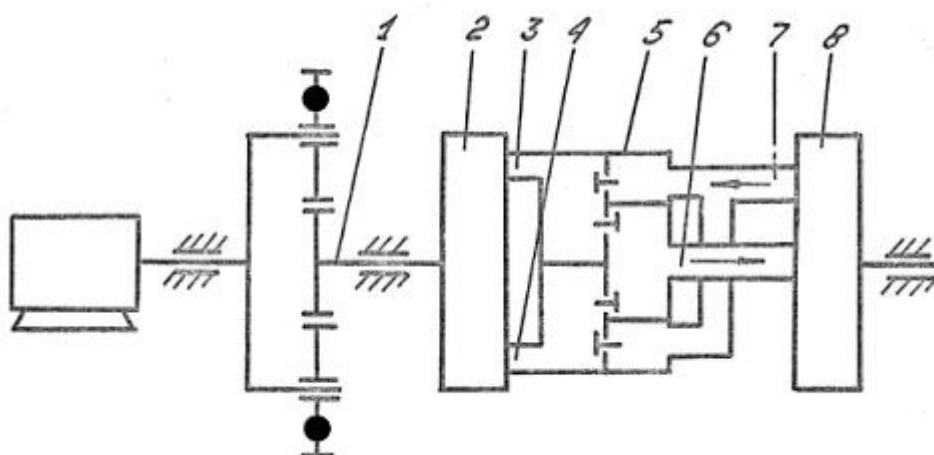


Рис. 1.11. Схема гидроинерционной передачи

По сравнению с предыдущей схемой инерционной передачи без механизмов свободного хода гидроинерционная передача имеет существенное преимущество, так как в принципе может быть применена в приводах большинства современных машин. Вместе с тем, гидроинерционная передача обладает и недостатками. Использование гидромотора, гидронасоса и выпрямляющей клапанной коробки значительно усложняет конструкцию инерционной передачи. Для предотвращения течи жидкости требуются уплотняющие устройства. Промежуточное преобразование энергии из одного вида в другой и обратно снижает КПД передачи.

Результаты теоретических исследований гидроинерционной передачи и экспериментальных исследований опытного образца отражены в работах В.И. Филинова, Б.Л. Диковского и И.Б. Щербакова [77,78].

С.П. Баженовым, В.М. Земиным, А.А. Остапенко предложены варианты инерционной гидродифференциальной передачи с дополнительно введенными фрикционными элементами, позволяющие уменьшить габариты и повысить надежность передачи [79].

В работе Д.В. Гребенькова [80] проведено прогнозирование технического ресурса инерционной гидродифференциальной автоматической передачи мобильных машин.

Инерционной передачей без механизмов свободного хода является также инерционно-импульсная виброустановка для бучардирования гранита [81]. Схема установки представлена на рис. 1.12.

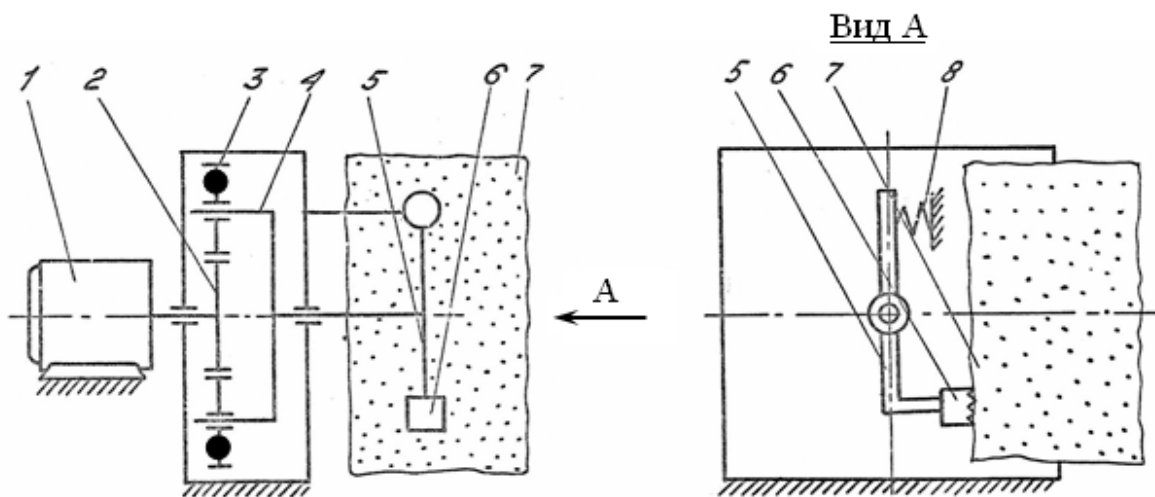


Рис. 1.12. Инерционно-импульсная установка для бучардирования гранита

Солнечная шестерня 2, закрепленная на валу двигателя 1, приводит в движение неуравновешенные сателлиты 3. Сателлиты свободно установлены на осях водила 4, которое соединено с двуплечим рычагом 5. На одном плече рычага размещен комплект бучард 6, другое плечо рычага через упругие элементы 8 связано с корпусом передачи.

Инерционные силы неуравновешенных сателлитов создают знакопеременные импульсы вращающего момента. При действии импульсов момента одного знака происходит сжатие упругих элементов и раскрытие зазора между бучардами и камнем 7, при действии импульсов момента другого знака происходит нанесение бучардами удара по камню. В процессе бучардирования осуществляется автоматическое регулирование режимов виброобработки. Параметром автоматического регулирования служит изменение ударной скорости бучард по мере удаления слоя

камня. Наиболее выступающие участки камня обрабатываются с максимальной интенсивностью, а при чистовой обработке интенсивность скола снижается до минимума. Настройка привода на требуемый режим импульсной обработки камня производится варьированием предварительного поджатия упругих элементов.

Инерционно-импульсная виброударная установка позволяет закрепить на выходе комплект бучард и производить одновременную обработку всей ширины поверхности камня, что повышает производительность процесса в несколько раз. Интенсификации процесса способствует также виброударный характер воздействия бучард на поверхность гранита. С помощью установки можно обрабатывать грубоколотую поверхность заготовок из разных пород гранита и обеспечить при этом высокую прямолинейность и качество готового изделия [81].

В работе [82] установлены соотношения между основными параметрами виброударной системы, обеспечивающие ударно-вибрационные режимы работы. Результаты экспериментальных исследований инерционно-импульсного бучардирования отражены в работах [83-86].

С точки зрения возможностей и методов повышения нагрузочной способности инерционных бесступенчатых передач, несомненно, интерес представляют исследования, направленные на повышение нагрузочной способности технических передач, непосредственно не являющимися инерционными, но имеющими в принципе своего действия импульсную природу генерирования крутящего момента. Примером могут служить импульсные вариаторы. К таким исследованиям можно отнести монографии В.Ф. Мальцева [87], А.А. Благоднарова [88,89], А.Е. Кроппа [90], А.И. Леонова и А.Ф. Дубровского [91] и некоторых других авторов.

Значительные усилия по совершенствованию инерционных бесступенчатых передач с целью повышения их нагрузочной способности предпринимаются за рубежом. Достаточно сослаться на источники [92-99].

1.3 Опыт ошибочных конструкций инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода

Идея создания конструкций инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода чрезвычайно привлекательна, так как именно недостаточная надежность механизмов свободного хода сдерживает широкое использование таких передач. Поэтому достаточно часто появляются схемы и конструкции инерционных передач без механизмов свободного хода, авторы которых утверждают, что эти конструкции и схемы являются работоспособными. Основная идея таких конструкций заключается в попытках исключения обратных импульсов или изоляции их действия на ведомый вал. Как правило, эти передачи при дальнейшем исследовании оказываются неработоспособными. На создание этих ошибочных конструкций тратятся значительные силы и средства, при этом теряется впустую большое количество времени, которое могло бы быть потрачено изобретателями, конструкторами и экспертами на созидательные усилия. Так, например, один из изобретателей только за последние несколько лет получил на свои конструкции бесступенчатых передач свыше двадцати патентов на изобретения, но все эти конструкции, к сожалению, являются ошибочными.

Важным инструментом по определению ошибочности предлагаемых конструкций инерционных передач без механизмов свободного хода явилось доказанное Леоновым А. И. утверждение о невозможности трансформации момента в соосных передачах при действии одностороннего момента сопротивления при отсутствии опоры на корпус. Другими словами, для трансформации момента со стороны корпуса в течение цикла должен действовать момент реакции, направленный против момента полезного сопротивления. Доказательство этого утверждения [100] позволило резко сократить затраты на отсеечение неработоспособных конструкций. Тем не менее, ошибочные схемы и конструкции инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода, защищенные патентами, в большом количестве появляются и по сей день.

Приведем некоторые примеры, рассмотрение которых необходимо для учета накопленного опыта, что позволит избежать ошибок при создании инерционных передач повышенной нагрузочной способности. Подчеркнем, что все

эти примеры ошибочных конструкций защищены патентными документами, а следовательно, рассмотрение подобных примеров будет полезным не только для конструкторов и изобретателей, но и для экспертов патентных организаций.

В качестве типичного примера попытки исключить действие обратного импульса может служить конструкция[101], схема которой изображена на рис.1.13.

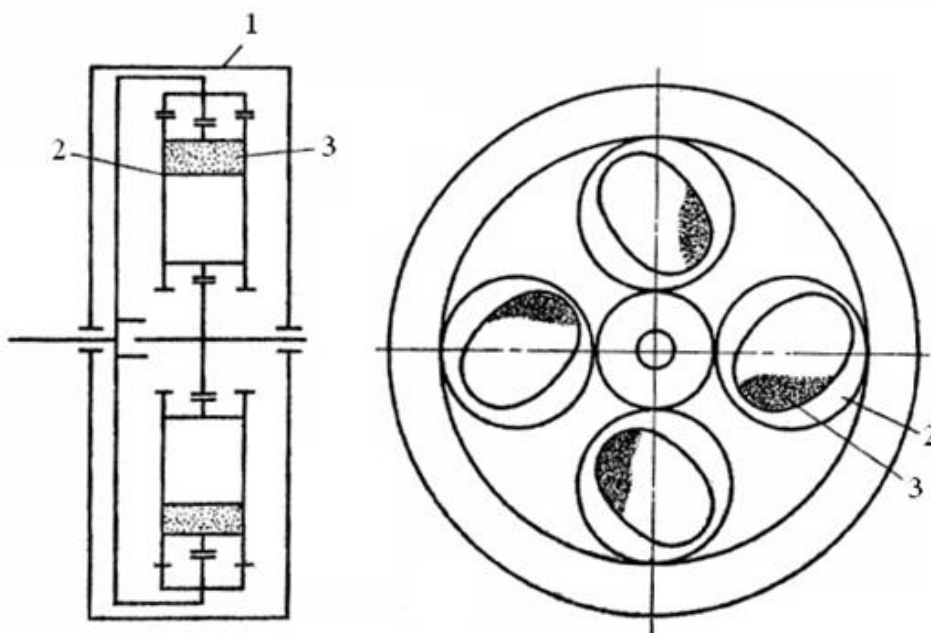


Рис.1.13. Схема инерционной передачи с пустотелыми сателлитами

Основная идея конструкции заключается в том, что сателлиты 2 импульсного механизма, установленного в корпусе 1, выполнены пустотелыми с эллиптическими профилями поперечных сечений. Во внутренних областях сателлитов размещены подвижные грузы 3, выполненные, например, в виде дроби, металлического порошка или маловязкой тяжелой жидкости. Подвижные грузы заполняют внутренние полости сателлитов на 30 - 40%.

Автор конструкции ошибочно полагает, что при относительном и переносном вращении сателлитов 2 на размещенные в них подвижные грузы 3 действуют центробежные силы, создающие на ведомом валу импульсный вращающий момент. Благодаря эллиптической форме внутреннего профиля сателли-

тов, за каждый их оборот в относительном движении импульс вращающего момента создается дважды и действует в одном направлении, что обеспечивает возможность работы передачи в режиме трансформации вращающего момента.

В действительности, конструкция не может трансформировать момент, так как является сосной и не имеет опоры на корпус. Тем не менее, автор не останавливается на этой конструкции и совместно с соавторами предлагает аналогичную, но, к сожалению, также ошибочную конструкцию инерционной передачи для трансформации вращающего момента [102].

Рассмотрим следующий пример.

На рис.1.14 приведена схема, защищенная патентом [103]. Устройство содержит неподвижный корпус 1, ведущий и ведомый валы 2 и 3, маховик 4, уравновешенные грузы 5, конусные зубчатые колеса 6, ось 7, сателлиты с конусными 8 и цилиндрическими 9 венцами и колесо 10.

По мнению автора, устройство работает следующим образом.

Крутящий момент от ведущего вала 2 передается через маховик 4, ось 7, колеса 6, венцы 8 и 9 сателлитов и колесо 10 на ведомый вал 3. Если момент сопротивления вала 3 превышает крутящий момент, то венцы 9 сателлитов, обкатывая колесо 10, через венцы 8 приводят во вращение колеса 6 и связанные с ними грузы 5. В результате на грузах 5 возникают центробежные силы инерции относительно оси 7 и валов 2, 3. Однако относительно оси 7 эти силы уравновешены, так как установлены парные грузы 5. Относительно валов 2 и 3 грузы 5, вращаясь вокруг оси 7, циклически удаляются и приближаются к оси трансформатора, что приводит к циклическому изменению момента инерции. Под воздействием центробежных сил грузы 5 стремятся занять и сохранить наиболее удаленное положение от валов 2, 3, соответствующее максимальному моменту инерции. В результате циклически возникающие импульсы сил передаются через колеса 6, венцы 8 и 9 сателлитов колесу 10 и, следовательно, валу 3. С возрастанием частоты вращения вала 2 импульсы сил увеличиваются пропорционально квадрату частоты вращения и в случае превышения или момента сопротивления вала 3 последний вращается с частотой, возрастающей до частоты

ты вращения вала 2, т.е. прямой передачи, когда все звенья трансформатора вращаются как одно целое, а грузы 5 занимают наиболее удаленное положение от оси трансформатора. На режиме трансформации момента устанавливается промежуточное передаточное отношение, соответствующее равновесию сил.

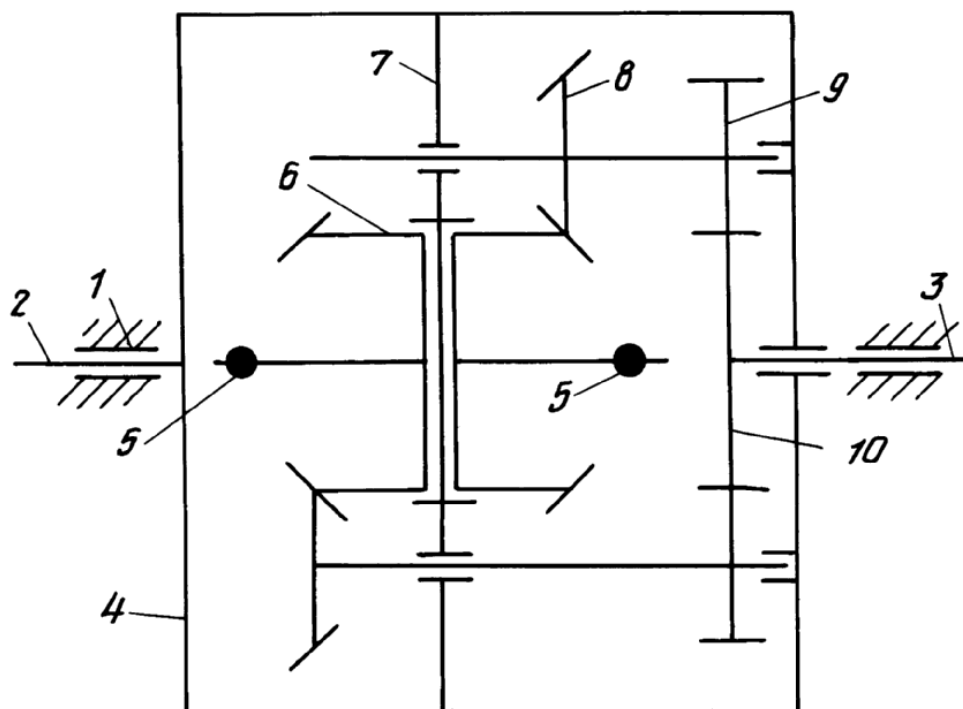


Рис. 1.14. Схема инерционного устройства

То есть, автор устройства полагает, что это устройство является инерционным трансформатором и способно изменять передаточное отношение. Более того, автор заявляет, что изготовлена модель предложенного устройства, причем проведенные испытания модели показали ее работоспособность.

Не вдаваясь в технические подробности, на основании доказанного Леоновым А.И. утверждения можно сразу сделать вывод о неработоспособности предложенного устройства. Действительно, предложенное устройство является соосным и в нем отсутствует необходимая для трансформации момента опора на корпус.

Следующий пример ошибочной конструкции инерционной передачи без механизмов свободного хода [104] показан на рис.1.15.

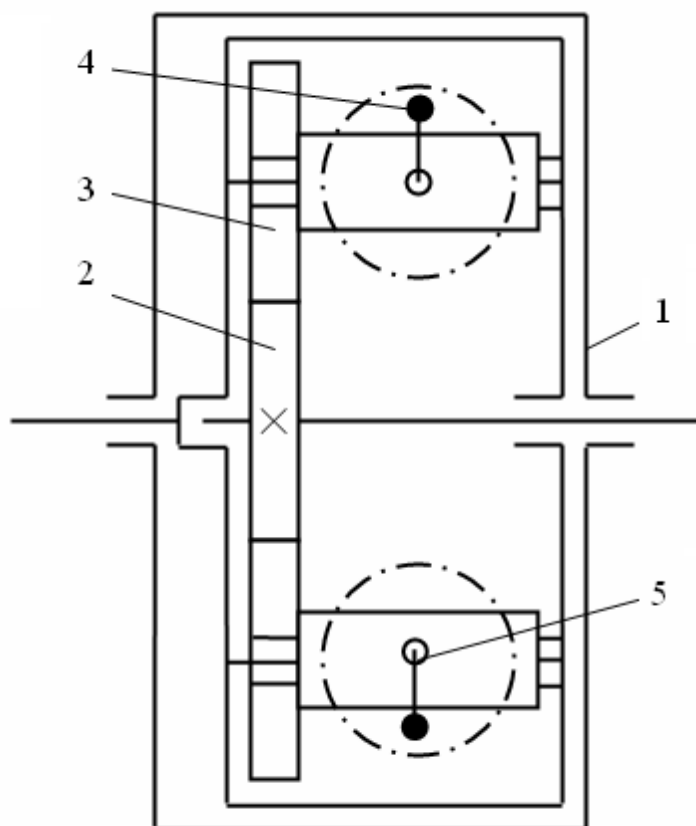


Рис. 1.15. Схема ошибочной конструкции инерционной передачи без механизмов свободного хода

Схема включает ведущее водило 1, ведомое центральное колесо 2, с которым взаимодействуют сателлиты 3 с подвижными неуравновешенными грузами 4, установленными в диаметральной плоскости сателлитов 3 с возможностью вращения относительно осей 5, расположенной перпендикулярно этой плоскости.

Автор схемы считает, что предложенная конструкция работает следующим образом.

Вращение с ведущего водила 1 передается сателлитам 3, которые обкатываются по ведомому центральному колесу 2. Центробежные силы, воздейству-

ющие на неуравновешенные грузы 4, создают на ведомом колесе 2 вращающий момент, направленный в сторону вращения ведущего водила 1. Образование знакопостоянного вращающего момента обусловлено тем, что при приближении груза 4 к межцентральной линии сателлита 3, груз 4 отбрасывается центробежными силами в положение максимального удаления от оси вращения ведомого центрального колеса 2. Таким образом, груз 4 постоянно находится по одну сторону от вышеупомянутой межцентральной линии.

Понятно, что предложенная конструкция является сосной и не имеет опоры на корпус, следовательно, такая конструкция инерционной передачи является ошибочной и трансформировать вращающий момент не может.

Другим примером ошибочной конструкции инерционной бесступенчатой передачи является предложение болгарских ученых Добромиром Стояновым и Бранимиром Брангиевым [105], запатентованное во многих странах Европы и Америки, причем авторы утверждают, что предложенное устройство прошло экспериментальную проверку. Схема предложенного устройства изображена на рис. 1.16.

Ведущий вал 8 планетарной передачи, содержащий эпицикл 9, сателлиты 15, солнечную шестерню и водило 12, установлен в корпусе 7. На осях 10 сателлитов 15 установлены дополнительные модули 11 с двумя неуравновешенными секторами 2, имеющими переменные профили. Соосно с ведущим валом установлен поддерживающий диск 14. Водило планетарного механизма связано с ведомым валом 13.

По мысли авторов, при вращении сателлитов возникают инерционные силы, действующие на неуравновешенные секторы 2. В моменты, когда секторы не контактируют с поддерживающим диском 14, как показано в левой части рис. 1.17, инерционные силы F уравновешены. При контактировании с поддерживающим диском, как показано в правой части рис. 1.17, сектор передвигается в радиальном направлении, при этом инерционная сила другого сектора становится неуравновешенной. Действующая инерционная сила создает крутящий момент на ведомом валу.

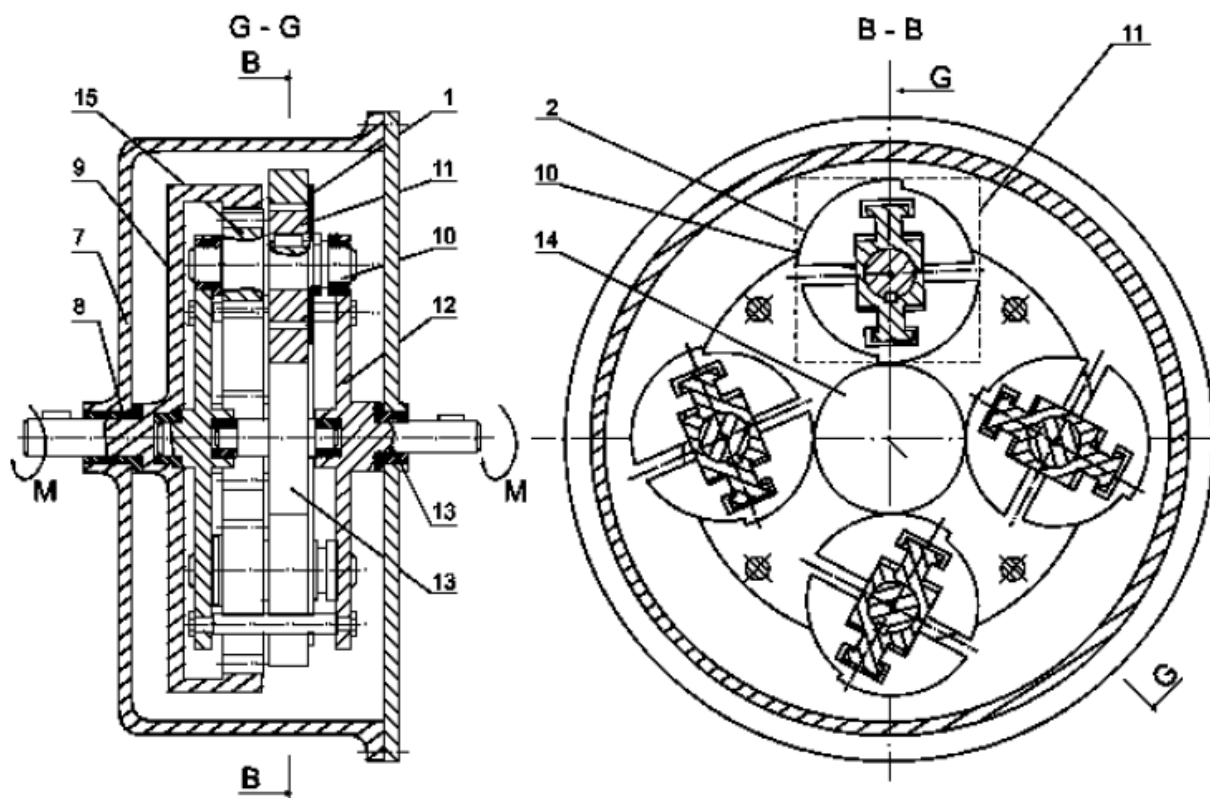


Рис. 1.16. Схема конструкции, заявленной в качестве автоматической бесступенчатой инерционной трансмиссии

Авторы ошибочно предполагают, что таким образом можно исключить влияние обратного импульса, а передавать на ведомый вал лишь прямой импульс, обеспечивая при этом необходимую трансформацию момента. В работе [105] болгарским ученым Димитаром Петровым с помощью уравнений Лагранжа второго рода доказана несостоятельность данной конструкции. Заметим, что ошибочность этой соосной конструкции можно выявить и более простым путем, учитывая отсутствие опоры на корпус.

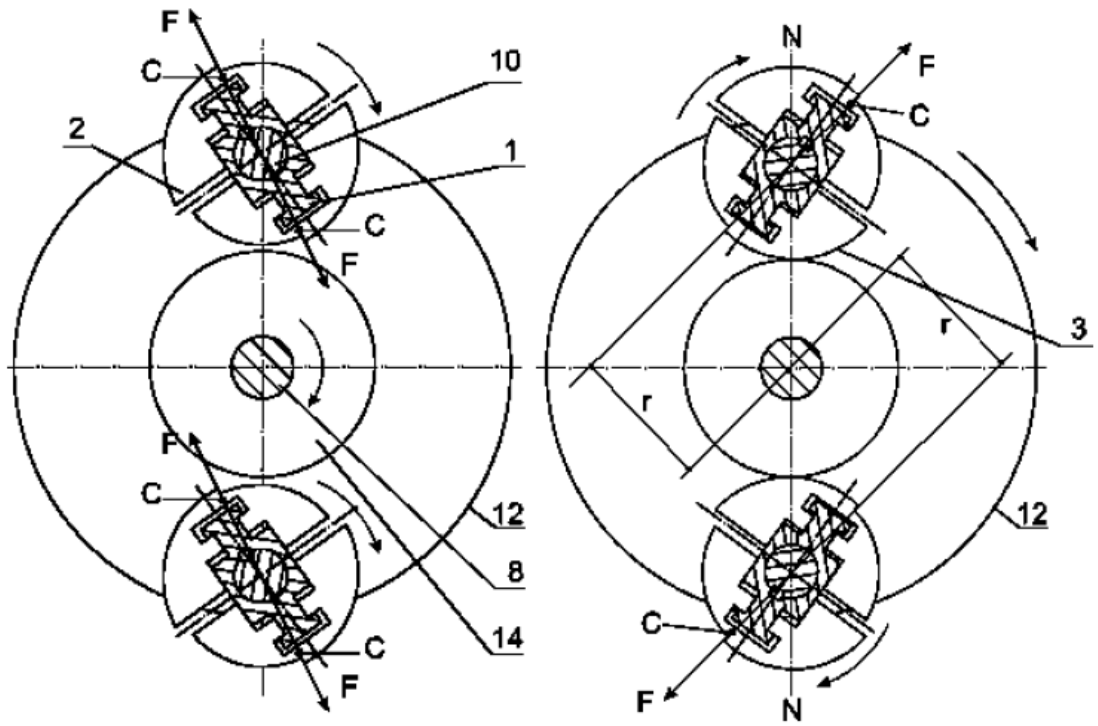
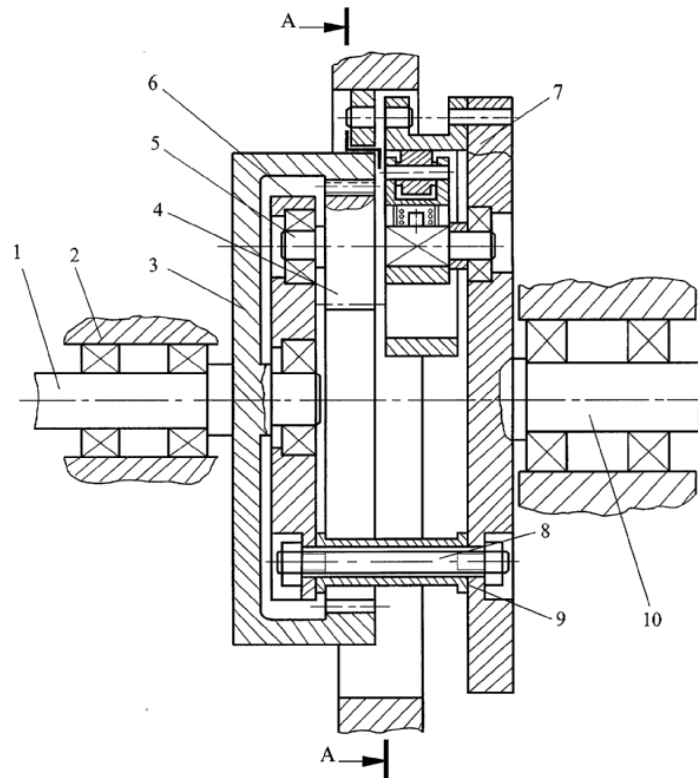


Рис. 1.17. Схема действия сил во время прямого и обратного импульсов момента

Аналогичный пример ошибочной конструкции автоматической инерционной импульсной передачи [106] изображен на рис. 1.18.



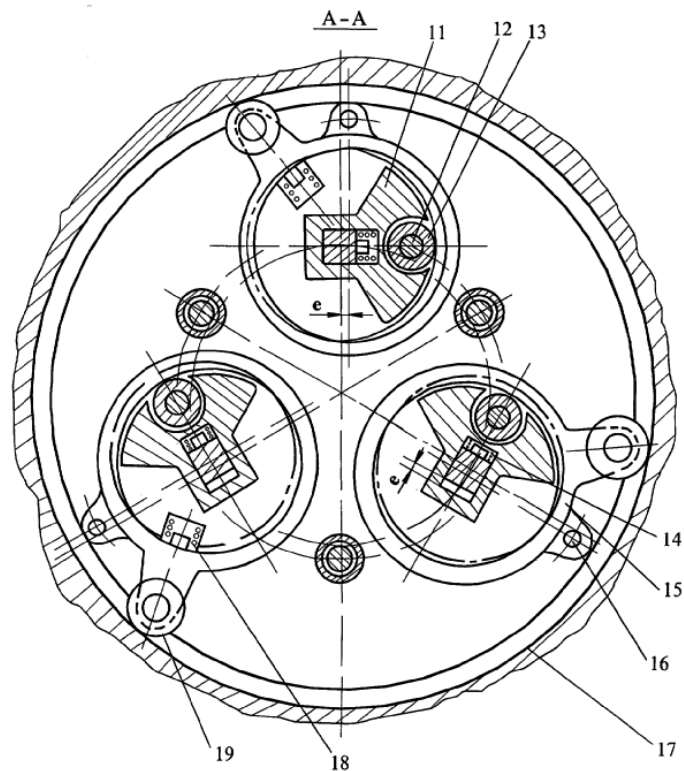


Рис. 1.18. Схема ошибочной конструкции автоматической инерционной импульсной передачи

Не вдаваясь в конструктивные особенности, заметим, что идея конструкции состоит в том, что в зоне действия положительных импульсов устройство работает как обычная инерционная передача, в зоне же действия отрицательных импульсов инерционные силы воспринимаются дополнительно установленным кольцом, поэтому они не передаются на ведомый вал.

Ошибочность конструкции очевидна, так как эта конструкция является соосной, но опора на корпус с созданием момента реакции относительно оси конструкции не обеспечена.

Еще одним примером ошибочной конструкции инерционной бесступенчатой передачи может служить устройство [107], схема которого показана на рис. 1.19.

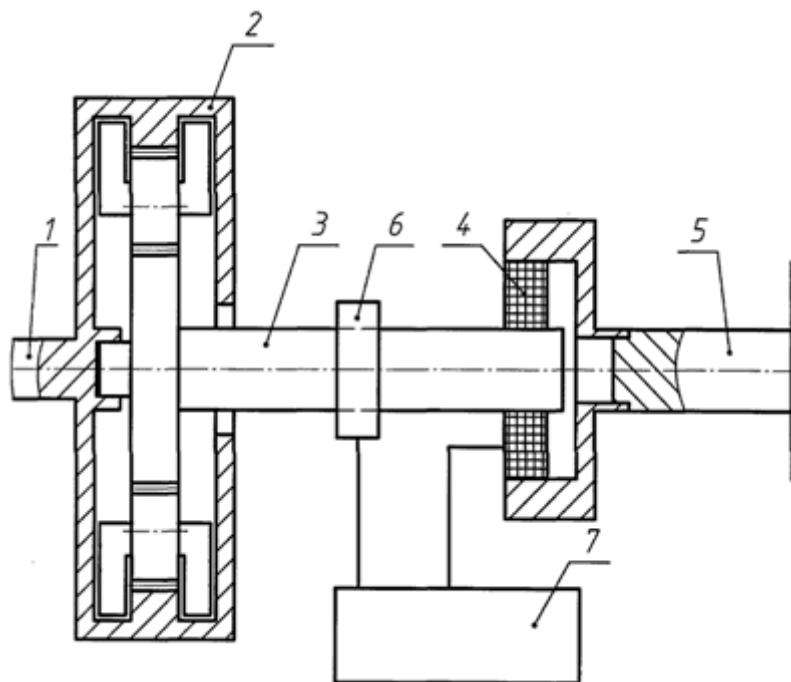


Рис. 1.19. Схема инерционного устройства без корпусного механизма свободного хода

Это устройство состоит из ведущего вала 1 с импульсным механизмом 2, промежуточного вала 3 с установленным на нем выходным механизмом 4 свободного хода и ведомого вала 5 с маховиком. На промежуточном валу 3 размещен датчик 6 скорости, соединенный с блоком 7 управления.

В качестве выходного механизма свободного хода установлена муфта дистанционного управления с возможностью включения при помощи блока 7 управления. Импульсный механизм включает в себя шестерню 8 внутреннего зацепления, солнечную шестерню 9 и сателлиты 10 с неуравновешенными грузами 11.

По мнению авторов, устройство работает следующим образом.

В период положительного импульса, когда направление вращения промежуточного вала 3 также условно положительно, блок 7 управления выдает сигнал на включение выходного механизма свободного хода. В момент появления отрицательного импульса и, следовательно, в момент смены направления крутящего момента промежуточного вала 3 выходной механизм 4 свободного хода

отключается блоком 7 управления, то есть валы 3 и 5 разомкнуты, промежуточный вал 3 начинает вращаться в обратную сторону. В момент начала вращения вала 3 в положительном направлении выходной механизм 4 свободного хода вновь замыкается блоком 7 управления. Далее процесс повторяется. При этом в зависимости от частоты смены направления промежуточного вала 3 блок 7 управления может давать сигнал на включение выходного механизма 4 свободного хода не сразу с появлением положительного импульса, а с пропуском нескольких таких импульсов, что снижает нагрузку на выходной механизм 4 свободного хода, хотя и увеличивает время разгона импульсной передачи.

Данное устройство не содержит корпусного механизма свободного хода, а содержит лишь выходной механизм свободного хода, но который не обеспечивает необходимую для изменения момента опору на корпус. Недостаток этого устройства заключается в том, что передача является неработоспособной. Действительно, по мысли авторов во время действия прямых импульсов крутящий момент передается через выходной механизм свободного хода на ведомый вал, а при действии обратных импульсов происходит размыкание выходного механизма свободного хода и промежуточный вал начинает вращаться с обратную сторону. То есть, при действии обратных импульсов промежуточный вал не тормозится. Однако отсутствие корпусного механизма свободного хода лишает промежуточный вал возможности опираться на корпус при действии обратных импульсов. Авторы предполагают включение выходного механизма свободного хода во время действия прямых импульсов, но в данном устройстве прямых импульсов не будет вообще. Не испытывая сопротивления своему вращению в обратном направлении, промежуточный вал будет вращаться лишь в этом направлении, ускоряя и замедляя свое вращение вплоть до мгновенных остановок. Предложенное устройство является соосным и не имеет опоры на корпус. Таким образом, данное устройство в принципе не является бесступенчатой передачей, оно не может изменять крутящий момент, следовательно, является неработоспособной конструкцией.

В последнее время широко обсуждаются конструкции так называемого зубчатого вариатора [108], схема которого изображена на рис. 1.20.

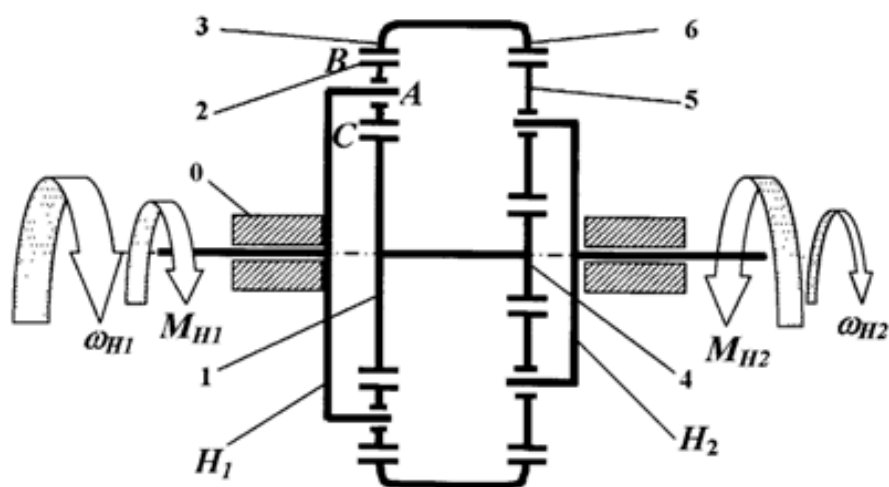


Рис. 1.20. Схема ошибочной конструкции зубчатой бесступенчатой передачи

Устройство выполнено в виде планетарного механизма и содержит входной механизм подачи мощности с двумя степенями свободы и с наложенной дифференциальной связью и выходную кинематическую цепь. Механизм подачи мощности выполнен в виде одного входного звена (водила H_1) и сателлита 2. Выходная кинематическая цепь содержит блок солнечных колес 1, 4, блок эпициклических колес 3, 6, сателлит 5 с выходным водилом H_2 и выполнена с разными по величине отношениями радиусов в блоках солнечных и эпициклических колес и с геометрическими и инерционными параметрами, обеспечивающими преодоление выходного стартового момента сопротивления при допустимом ускорении выходного сателлита. При передаче крутящего момента на старте также создают дифференциальную связь между звеньями механизма подачи мощности.

Сборочный чертеж предложенной конструкции изображен на рис. 1.21.

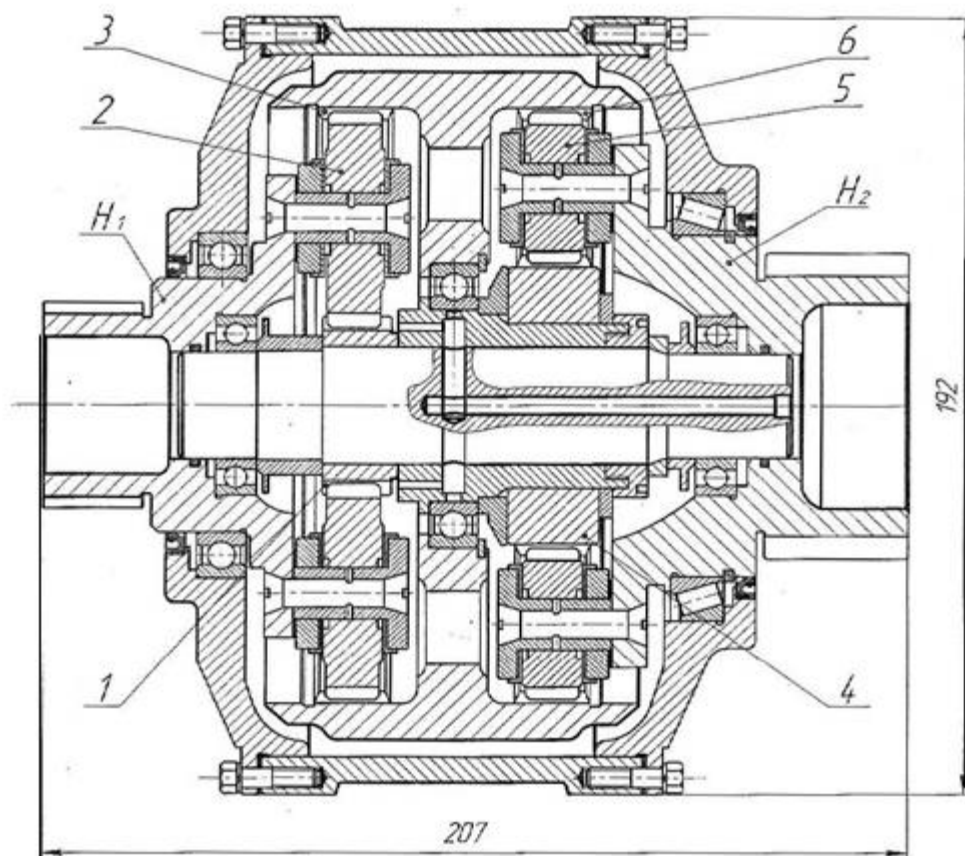


Рис. 1.21. Сборочный чертеж предполагаемого вариатора

Авторы полагают, что их конструкция обеспечивает любой требуемый диапазон изменения скорости вращения выходного вала в зависимости от нагрузки на нем, что не соответствует истине, так как передача, как и все предыдущие конструкции, является сосной и не имеет опоры на корпус.

Аналогичная ошибочная конструкция зубчатого вариатора [109] приводится на рис. 1.22.

Зубчатая передача включает центральный вал 1 с солнечной шестерней 2, центральный вал 3 с солнечной шестерней 4, планетарные двухвенцовые шестерни 5 на осях 6 водила 7 первой ступени, центральную шестерню 8, планетарные шестерни 9, на осях 10 водила 11 второй ступени, центральную шестерню 12.

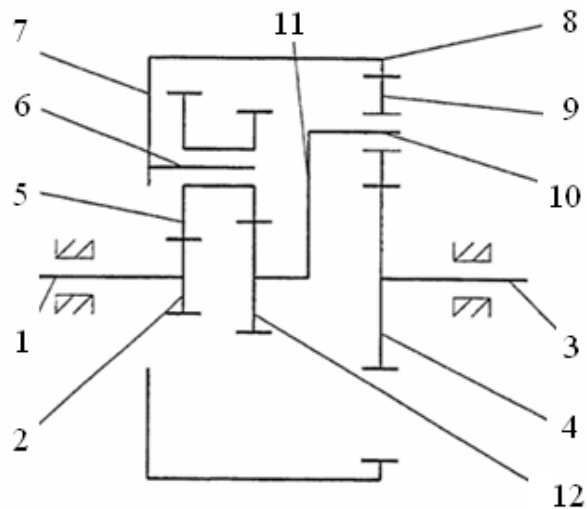


Рис. 1.22. Схема ошибочной конструкции зубчатого вариатора

Автор конструкции предполагает, что устройство работает следующим образом.

С центрального вала 1 через солнечную шестерню 2 вращение одновременно передается двумя потоками:

— первый — планетарным шестерням 5, установленным на осях 6, на водило 7, от которого на центральную шестерню 8 и далее к планетарным шестерням 9, установленным на осях 10 и с последних на солнечную шестерню 4 и центральный вал 3;

— второй — планетарным шестерням 5, на центральную шестерню 12, с которого передается водилу 11 и далее к планетарным шестерням 9, установленным на осях 10 и с последних на солнечную шестерню 4 и центральный вал 3.

Таким образом, два потока движения сходятся на планетарных шестернях 9 и солнечной шестерне 4 и находятся во временном «силовом равновесии», зависящем от нагрузки на ведомом валу 3. А изменение «силового равновесия» ведет к изменению режима работы с перераспределением положения передающих звеньев и изменения передаточного отношения, при этом планетарные шестерни 5, водило 7, центральная шестерня 8, планетарные шестерни 9, могут менять направления вращения и скорость вращения от различия до совпадения.

При работе зубчатой передачи и увеличении нагрузки на (ведомом) центральном валу 3 при неизменном вращении центрального вала 1 происходит перераспределение сбалансированного ранее соотношения потоков движения, а именно - снижение скорости вращения вала 3, соответственно снижение вращения планетарных шестерней 9, вращения водила 11 и центральной шестерни 8 и, соответственно, сопряженных с ними центральной шестерни 12 и водила 7. Изменение вращения двух последних инициирует изменение положения двухвенцовой шестерни 5 относительно центральной шестерни 12 и солнечной (ведущей) шестерни 2, с обкатыванием двухвенцовой шестерни 5 вокруг последних и перераспределение передаваемой нагрузки по первому и второму потокам в соответствии вышеприведенному описанию. При этом происходит перераспределение сил и крутящих моментов с изменением передаточного отношения.

Увеличение нагрузки на солнечной (ведомой) шестерне 4 ведет к снижению оборотов всех составляющих звеньев, в том числе центральной шестерни 12. При этом, солнечная (ведущая) шестерня 2 сохраняет постоянные обороты, а разница оборотов воспринимается двухвенцовой шестерней 5, что приводит к компенсации разницы оборотов за счет изменения скорости обкатки вокруг солнечной шестерни 2 и центральной 12, инициируя изменение оборотов между центральной шестерней 12 и водилом 7. Таким образом, изменяется передаточное отношение и перераспределяется нагрузка.

Доказанное Леоновым А.И. утверждение о невозможности трансформации момента в соосных конструкциях без опоры на корпус сразу позволяет определить ошибочность таких рассуждений.

Отметим, что на описанное устройство получен также европейский патент EP 2348231, а недавно в Красноярске состоялась II городская ассамблея инноваций и выставка инновационных проектов. Как сообщается, «жюри конкурса изобретений по достоинству оценило изобретение автора: он получил высший приз — грант на 500 тыс. руб. для налаживания производства зубчатого вариатора». Ну что же, деньги выброшены на ветер.

Приведенные примеры далеко не исчерпывают список ошибочных конструкций бесступенчатых передач без механизмов свободного хода, защищенных российскими и зарубежными патентами. Многие из этих конструкций предложены недавно. Тем более, этот факт подчеркивает необходимость учета ошибочного опыта при создании новых схем инерционных бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности. Учет такого опыта, несомненно, поможет в экономии ресурсов и времени в процессе создания надежных бесступенчатых передач.

1.4 Постановка задачи. Пути повышения нагрузочной способности инерционных бесступенчатых передач

С целью создания надежных и долговечных инерционных бесступенчатых передач необходимо сформулировать и наметить основные направления научных исследований, направленных на повышение нагрузочной способности этих передач [110]. В данной диссертации были выделены следующие основные направления перспективных научных исследований:

1. Совершенствование математических моделей, методов исследований и расчета различных схем и конструкций инерционных бесступенчатых передач.

Несмотря на относительную простоту конструкции, движение инерционных передач описывается сложными системами дифференциальных уравнений. Эти дифференциальные уравнения являются существенно нелинейными и не допускают точных методов решения. Переменность структуры таких передач заставляет исследователей строить системы дифференциальных уравнений по участкам. Поэтому на практике эти уравнения решаются с помощью приближенных методов по участкам, а затем с помощью, например, метода припасовывания сшиваются по границам участков. Конечные значения переменных для каждого участка являются начальными значениями для следующего участка. При этом процедура решения дифференциальных уравнений является громоздкой, что пре-

пятствует получению решения для всего цикла работы трансформатора, построению периодических решений, применению численных методов на компьютерной основе, затрудняет интерпретацию результатов. Отмеченные трудности заставляют исследователей искать возможности по совершенствованию математических моделей инерционных передач, пути для более эффективного анализа их работы.

Автором диссертации предложены методы, разработаны специальные функции [111, 112], дающие возможность объединить системы дифференциальных уравнений по участкам в одну систему, описать цикл работы инерционной передачи с помощью лишь одной системы, что позволяет резко сжать математическую модель передачи, значительно упростить решение уравнений ее движения и анализ этого решения. При построении периодических решений с помощью компьютерных программ на основе разработанных новых математических моделей не требуется, как было ранее, отслеживать переходы от участка к участку, использовать логические операторы, а достаточно задать лишь начальные условия. Кроме того, автором разработаны новые методы аппроксимации кусочно-линейных и обобщенных функций [113-119], лишенные недостатков известных аппроксимационных методов таких функций. Разработанные новые математические модели инерционных бесступенчатых передач и методы их исследований позволили резко упростить изучение динамики инерционных передач, построение численных и аналитических периодических решений и изучение их устойчивости.

2. Разработка новых конструкций механизмов свободного хода.

Механизмы свободного хода являются устройствами для передачи вращательного движения лишь в одном направлении. Эти механизмы широко используются в машиностроении, например, в гидротрансформаторах, импульсных бесступенчатых передачах, инерционных автоматических трансформаторах вращающего момента, электростартерных системах запуска двигателей, приводе различных металло- и деревообрабатывающих станков и других подобных механизмах, где передача вращающего момента осуществляется только в одном направлении.

Существует множество различных конструкций механизмов свободного хода [120], например, роликовые, эксцентриковые, храповые, пружинные и т.д. Но, несмотря на такое разнообразие конструкций и большие усилия по созданию надежных механизмов свободного хода [46,88,121-127], эти механизмы по-прежнему остаются самыми слабыми звеньями во многих приводных системах. Поэтому создание надежного механизма свободного хода является актуальной проблемой машиностроения.

Основная причина недостаточной долговечности механизмов свободного хода, по мнению автора, заключается в том, что во всех существующих конструкциях этих механизмов весь крутящий момент передается через рабочие тела (заклинивающие элементы), что приводит к большим напряжениям в этих телах. Для решения поставленной задачи и устранения указанного недостатка автором были разработаны конструкции механизмов свободного хода [128], работающих по релейному принципу, а именно: через заклинивающие элементы свободного хода передается только часть нагрузки. Основная часть крутящего момента (нагрузки) передается, минуя заклинивающие элементы.

В разработанных конструкциях основная величина крутящего момента передается вне заклинивающих элементов, а момент, передаваемый через эти элементы, имеет небольшую величину и служит лишь для срабатывания надежной основной силовой цепи. Такое конструктивное решение позволяет резко разгрузить рабочие тела (в десятки и сотни раз) [129] и, в конечном итоге, создать конструкции надежных и долговечных механизмов свободного хода.

3. Разработка конструкций инерционных бесступенчатых передач лишь с одним механизмом свободного хода.

Создание новых конструкций инерционных бесступенчатых передач не с двумя механизмами свободного хода, как в общей схеме, а лишь с одним позволило бы сократить количество слабых звеньев, повысить вероятность надежной работы инерционных передач. Известные конструкции инерционных бесступенчатых передач лишь с одним корпусным механизмом свободного хода [66] отли-

чаются неравномерностью вращения выходного вала, так как выходной вал непосредственно связан с промежуточным валом импульсного механизма, а промежуточный вал совершает однонаправленное вращение с периодическими остановками. Этот недостаток резко ограничивает возможности применения таких передач. Автором разработаны конструкции инерционных передач лишь с одним выходным механизмом свободного хода [130]. В таких передачах выходной вал вращается достаточно равномерно, поэтому эти передачи имеют широкие возможности применения на практике.

4. Разработка конструкций инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода.

Если не удастся повысить долговечность механизмов свободного хода до должного уровня, то перспективным направлением исследования может служить разработка схем инерционных бесступенчатых передач, в которых механизмы свободного хода отсутствуют вообще. Несколько лет назад автором диссертации были предложены схемы некоторых из таких передач [1, 131], рабочие органы которых совершают знакопеременное движение. В настоящее время автором разработаны и другие конструкции инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода в приводе реверсивного инструмента, а также в приводе дорожных и строительных машин и механизмов [132]. Вибрационный характер подачи крутящего момента на рабочие органы этих машин способствуют интенсификации выполнения технологического процесса и повышает их эффективность.

Исследования инерционных бесступенчатых передач проводились автором по всем сформулированным направлениям. Результаты исследований отражены в данной диссертации.

Как было уже отмечено, основная цель данной работы — повышение нагрузочной способности инерционных бесступенчатых передач. Необходимо сформулировать критерий для оценки решения поставленной проблемы.

Нас интересуют, в первую очередь, инерционные бесступенчатые передачи общего назначения, ведомый вал которых совершает однонаправленное вращение. Все известные конструкции таких передач имеют как минимум один механизм свободного хода. Если импульсные механизмы достаточно отработаны в настоящее время и их работоспособность не вызывает проблем, то недостаточная надежность механизмов свободного хода лимитирует работоспособность всей конструкции инерционной передачи в целом. Наиболее слабыми элементами механизмов свободного хода являются рабочие тела, работающие в условиях высокочастотного заклинивания и больших пиковых нагрузок. Как известно, самое слабое звено конструкции определяет ее надежность в целом. Поэтому в качестве критерия решения проблемы повышения нагрузочной способности инерционных бесступенчатых передач возьмем величину нагрузки, действующей на рабочие тела механизма свободного хода, а именно, максимальную величину крутящего момента, передаваемого через рабочие тела механизмов свободного хода в процессе работы инерционной бесступенчатой передачи.

Несомненно, чем меньше величина крутящего момента, передаваемого через рабочие тела механизмов свободного хода, тем более высокой нагрузочной способностью характеризуются инерционные передачи. Но в некоторых случаях для значительного повышения нагрузочной способности этих передач достаточно незначительного снижения нагрузки, действующей на рабочие тела. Как известно [133], кривая усталости (кривая Веллера) практически представляет собой гиперболу в логарифмическом масштабе оси абсцисс и поэтому при снижении уровня напряжений, например, на 10% можно получить увеличение количества циклов до разрушения на 2-3 порядка, а в некоторых случаях и больше. В этом отношении для повышения нагрузочной способности инерционных передач может оказаться полезным предложение автора [134] использовать в конструкции инерционной передачи полигармонический импульсный механизм, позволяющий формировать инерционный момент на ведомом валу, приближенный к ступенчатой форме. Так на рис. 1.23 изображены графики приведенного момента M_{np} на заторможенном

промежуточном валу гармонического импульсного механизма (кривая 1), полигармонического импульсного механизма (кривая 2) и предельный график момента (ступенчатый график 3).

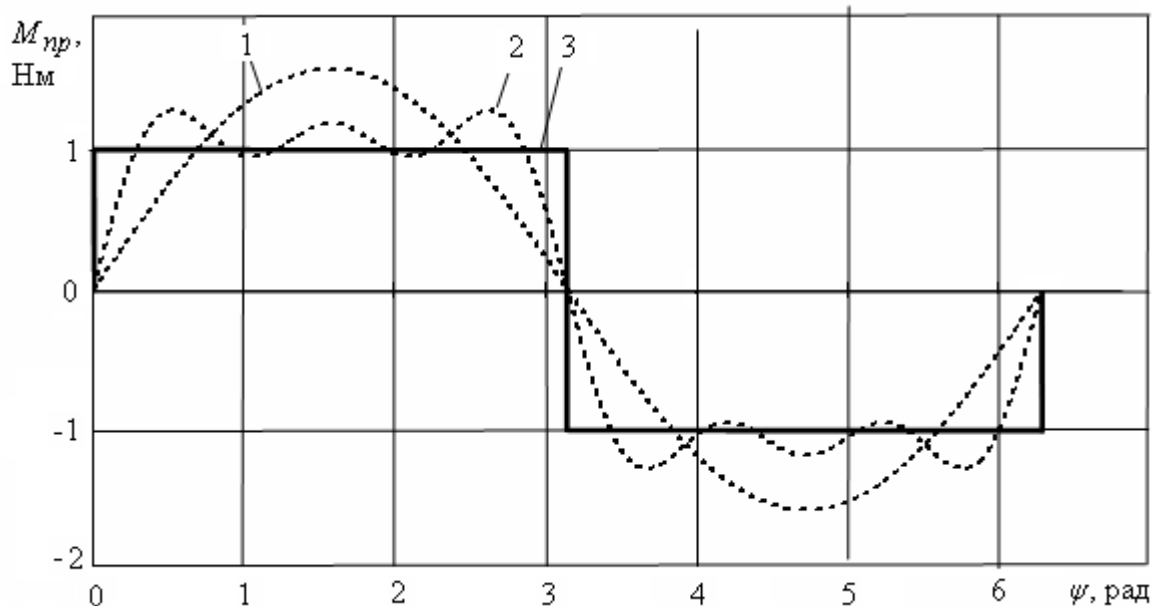


Рис. 1.23. Графики приведенного крутящего момента

Для всех этих графиков средняя величина крутящего момента остается неизменной. При таком условии аналитические записи функций 1 и 2 соответственно имеют вид

$$y_1(x) = \frac{\pi}{2} \sin x; \quad y_2(x) = 1,365 \cdot \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x \right).$$

Методами дифференциального исчисления можно установить, что снижение максимального момента для кривой 2 составляет примерно 19% по сравнению с кривой 1. Полученное снижение относительно небольшое, но, учитывая ранее сделанное замечание, касающееся кривой усталости, это снижение может привести к значительному увеличению долговечности инерционной передачи.

Заметим, что зависимость приведенного момента, соответствующая кривой 2, может быть достаточно просто реализована в полигармоническом планетарном импульсном механизме с тремя рядами неуравновешенных сателлитов с соотно-

шение числа зубьев в пропорции 5:3:1 и с обратной пропорцией 1:3:5 выражения

$nmkhq \left(1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right)$ для этих рядов.

В предельном случае, соответствующему ступенчатому графику 3, снижение максимального момента по сравнению с гармонической кривой 1 составит приблизительно 36%. При этом можно ожидать дальнейшее повышение долговечности инерционной передачи.

2 ОБОБЩЕННЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

2.1 Обобщенные физические модели инерционных бесступенчатых передач

В этом параграфе рассматриваются общие и обобщенные модели и схемы инерционных бесступенчатых передач. Понятия «общие» и «обобщенные» в данной работе различаются по степени охвата различных конструкций передач. Общие схемы характеризуются более широким охватом. Они описывают общие свойства передач, связаны с общими принципами их работы. Обобщенные схемы описывают более конкретные классы инерционных передач. Они интересны с точки зрения изучения более детальных характерных особенностей и положительных свойств тех или иных видов инерционных передач.

Как было показано в первой главе диссертации, в настоящее время существует большое количество различных конструкций инерционных бесступенчатых передач. Однако, несмотря на такое разнообразие, практически все эти конструкции можно достаточно полно описать несколькими обобщенными кинематическими схемами [135-137].

Наиболее общую схему представляют инерционные передачи, содержащие импульсный механизм и два механизма свободного хода (корпусной и выходной).

2.1.1 Общая жесткая схема инерционной бесступенчатой передачи

В основе жесткой схемы лежит передача Балжи [24] (рис. 1.4). Напомним, схема называется жесткой, так как она не содержит специально введенных упругих звеньев и при составлении ее математической модели упругости звеньев не учитываются. Жесткая схема изображена на рис. 2.1. Она содержит ведущий вал 1, импульсный механизм 2, промежуточный вал 3, на котором находятся корпусной 4 и выходной 5 механизмы свободного хода, а также ведомый вал 6.

Уже первые теоретические исследования жесткой схемы [25] показали, что, несмотря на относительную простоту конструкции, движение инерционных передач описывается сложными системами существенно нелинейных дифференциальных уравнений.

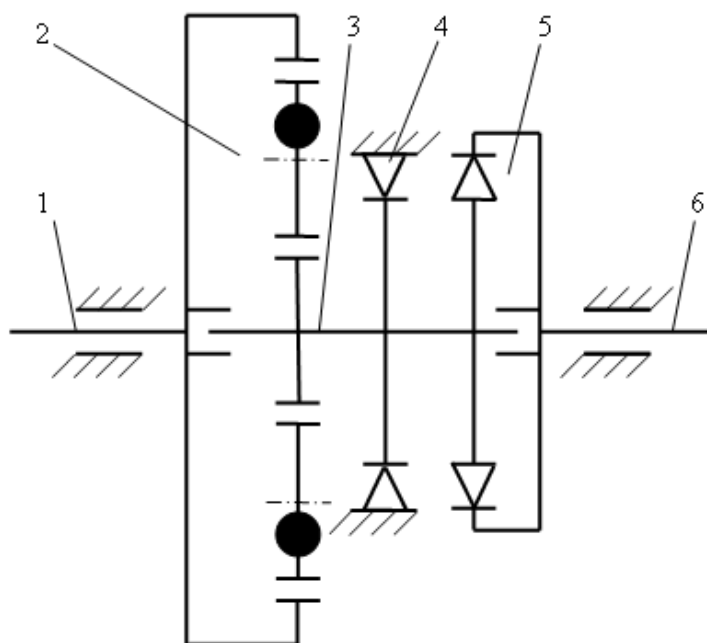


Рис. 2.1. Физическая модель общей жесткой схемы инерционной бесступенчатой передачи

Частным случаем жесткой схемы может служить инерционная передача, в которой обратные импульсы через дополнительную шестеренчатую передачу так же, как и прямые импульсы, передаются на ведомый вал [56] (рис. 1.3). Такую передачу можно рассматривать как инерционную передачу с двумя выходными механизмами свободного хода. К передаче с двумя выходными механизмами свободного хода можно отнести и схемы с раздельным использованием импульсов для привода различных рабочих органов, как, например, в приводе валковой дробилки [63] (рис. 1.4).

2.1.2 Общая упругая схема инерционной бесступенчатой передачи

Исследования жесткой схемы инерционной бесступенчатой передачи показали, что при работе передачи возникают высокие динамические нагрузки, обусловленные резким торможением промежуточного вала в моменты включения корпусного и выходного механизмов свободного хода, что приводит к низкой надеж-

ности и долговечности передачи. Поэтому естественным было появление упругой схемы инерционной бесступенчатой передачи [42] (рис. 2.2). Упругая схема содержит ведущий вал 1, импульсный механизм 2, промежуточный вал 3, корпусной 4 и выходной 5 механизмы свободного хода с введенными упругими звеньями 7 и ведомый вал 6. Упругие звенья 7 на рис. 2.2 показаны условно и характеризуют подпружинивание механизмов свободного хода не в радиальном, а окружном направлении.

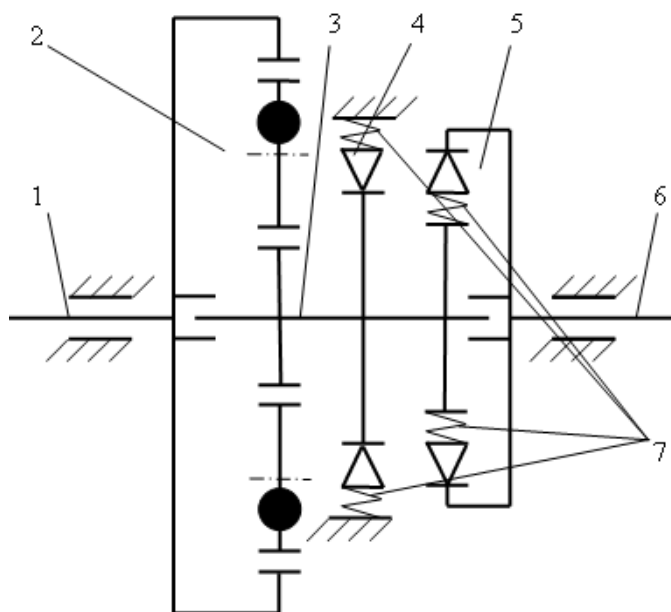


Рис. 2.2. Физическая модель общей упругой схемы инерционной бесступенчатой передачи

Движение передачи, выполненной по упругой схеме, описывается гораздо более сложными системами существенно нелинейных дифференциальных уравнений по сравнению с жесткой схемой. Упругой схеме соответствуют большее число степеней свободы, различные законы движения промежуточного и ведомого валов при включенном выходном механизме свободного хода, движение промежуточного вала при включенном корпусном механизме свободного хода, нелинейные колебания промежуточного вала при стоповом режиме и другие особенности [43].

Несмотря на снижение динамической напряженности, упругая схема не привела к созданию надежной и долговечной конструкции инерционной бесступенчатой передачи. Основная причина этого заключается, по-прежнему, в достаточно высоких пиковых нагрузках, действующих на элементы механизмов свободного хода, и высокой частоте включений и выключений этих механизмов. Частичным решением проблемы явилось создание схем и конструкций инерционных бесступенчатых передач лишь с одним корпусным механизмом свободного хода.

2.1.3 Обобщенная схема инерционной бесступенчатой передачи лишь с одним корпусным механизмом свободного хода

Недостаточная долговечность механизмов свободного хода и безуспешность попыток значительного увеличения их долговечности в конструкциях инерционных бесступенчатых передач вынудили исследователей пойти по пути снижения числа механизмов свободного хода. Были разработаны конструкции передач лишь с одним корпусным механизмом свободного хода. Первой такой конструкцией явилась передача Хоббса [66] (рис. 1.5). В дальнейшем появились и другие передачи такого типа, некоторые из которых описаны в первой главе, например, автоматический инерционно-импульсный привод камнефрезерного станка [69] с полигармоническим импульсным механизмом, привод инерционного автоматического гайковерта [72] и другие. Все эти конструкции можно достаточно полно описать схемой, изображенной на рис. 2.3. Здесь 1 — ведущий вал, 2 — импульсный механизм, 3 — промежуточный вал, который одновременно является ведомым валом, 4 — корпусной механизм свободного хода, 5 — рабочее звено.

В такой схеме промежуточный вал совершает прерывистое одностороннее или квази-одностороннее (если корпусной механизм свободного хода выполнен по упругой схеме) вращение. В некоторых случаях такой вид движения может являться полезным для интенсификации технологического процесса за счет вибрации, но в общем случае является негативной стороной привода в силу слишком большой неравномерности вращения ведомого вала.

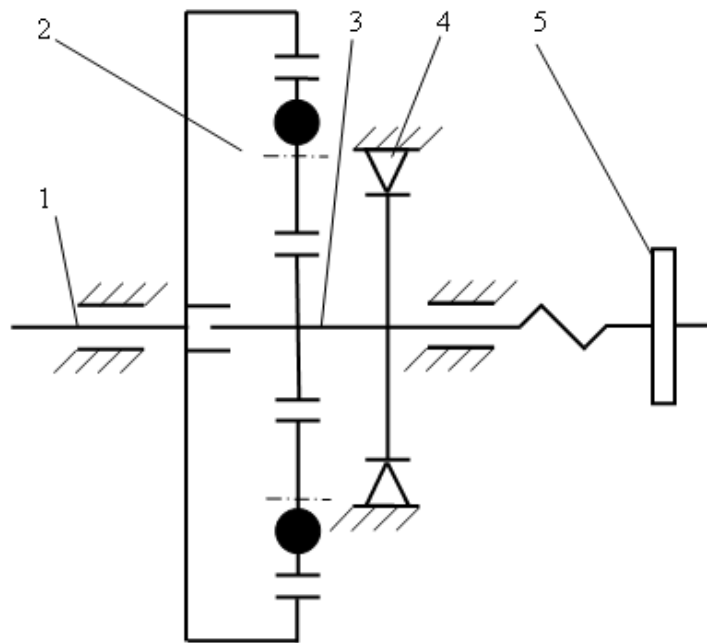


Рис. 2.3. Обобщенная физическая модель передачи лишь с одним корпусным механизмом свободного хода

Для снижения неравномерности вращения рабочего звена промежуточный вал может быть выполненным упругим, например, торсионным, как показано на рис. 2.3. Тем не менее, даже использование упругого промежуточного вала не позволяет устранить главный недостаток такой схемы — значительную неравномерность движения ведомого вала. Рабочее звено в такой схеме непосредственно связано с промежуточным валом, совершающим прерывистое вращение, что принципиально не позволяет обеспечить достаточно высокую равномерность вращения рабочего звена. Более того, выполнение промежуточного вала упругим может в некоторых случаях не только не снизить неравномерность вращения рабочего органа, но и привести к вращению рабочего органа в противоположном направлении. Этот недостаток может быть устранен в обобщенной схеме инерционной бесступенчатой передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода.

2.1.4 Обобщенная схема инерционной бесступенчатой передачи

лишь с одним выходным механизмом свободного хода

Привлекательность идеи создания инерционной бесступенчатой передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода не вызывает сомнений, так как в случае её реализации сокращается число механизмов свободного хода по сравнению с общей схемой, но при этом вращение ведомого вала остается достаточно равномерным. Однако такая привлекательность может привести к ошибочным конструктивным решениям. Примером может служить рассмотренная в параграфе 1.3 (рис. 1.19), как ошибочная конструкция, бесступенчатая механическая импульсная передача, патент на которую [107] получен в 2010 году, т.е. совсем недавно.

Данная конструкция может работать только лишь как динамическая муфта, но не может работать как бесступенчатая передача. Ошибка заключается в том, что не обеспечена необходимая для трансформации момента опора на корпус. Движение промежуточного вала в прямом направлении осуществляться не будет, поэтому бессмысленно говорить о передаче крутящего момента с промежуточного вала на ведомый вал.

Для трансформации момента в подобной схеме необходимо осуществить сопротивление движению промежуточного вала в обратном направлении. Такое сопротивление может оказать дополнительно установленное упругое звено, связывающее промежуточный вал с корпусом в окружном направлении. Например, автором разработана схема инерционной передачи (рис. 2.4), реализующая данное предложение [130, 137].

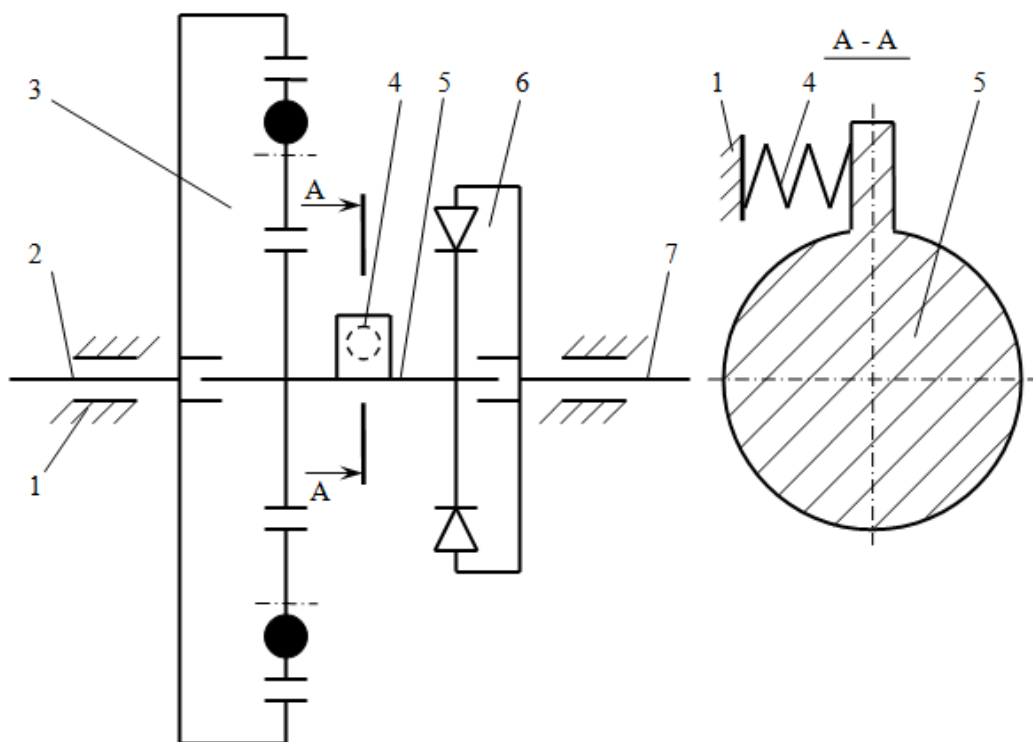


Рис. 2.4. Схема инерционной передачи с упором на корпус посредством упругого звена

Эта схема представляется перспективной, так как она сохраняет практически все преимущества общей схемы, но, в отличие от общей схемы, не содержит тяжело нагруженного корпусного механизма свободного хода, а следовательно, характеризуется повышенной надежностью. Поэтому остановимся на этой схеме более подробно.

Инерционная передача (рис.2.4) содержит корпус 1, ведущий вал 2, импульсный механизм 3, упругое звено 4, промежуточный вал 5, выходной механизм свободного хода 6 и ведомый вал 7. Упругое звено 4, выполненное, например, в виде пружины, связывает в окружном направлении промежуточный вал 5 с корпусом 1.

Инерционная передача работает следующим образом.

При вращении ведущего вала 2 импульсный механизм 3 создает знакопеременные импульсы крутящего момента, действующие на промежуточный вал

5. Промежуточный вал 5 связан в окружном направлении посредством упругого звена 4 с корпусом 1 и под воздействием знакопеременных импульсов совершает колебания. Прямые импульсы с помощью выходного механизма свободного хода 6 передаются на ведомый вал 7. При действии обратных импульсов промежуточный вал 5 начинает вращаться в обратном направлении. Выходной механизм свободного хода 6 размыкается, промежуточный вал 5, вращаясь в обратном направлении, сжимает упругое звено 4, накапливая потенциальную энергию. При этом промежуточный вал 5 через упругое звено 4 опирается на корпус 1. Сжимаясь, упругое звено 4 ограничивает движение промежуточного вала, поэтому промежуточный вал 5 замедляет свое вращение в обратном направлении до полной остановки. В момент остановки промежуточного вала 5 упругое звено 4 является максимально сжатым с максимальной величиной накопленной потенциальной энергии. Затем промежуточный вал под действием прямого импульса и сжатой пружины опять начинает вращаться в прямом направлении. Выходной механизм свободного хода 6 замыкается и передает положительный импульс и накопленную потенциальную энергию упругого звена на ведомый вал 7. Таким образом, промежуточный вал совершает колебательное движение, передавая в прямом направлении крутящий момент через выходной механизм свободного хода на ведомый вал и опираясь на корпус через упругое звено при движении в обратном направлении, при этом накапливая потенциальную энергию упругого звена и отдавая ее при действии прямых импульсов.

При изменении момента сопротивления на ведомом валу 7 изменяется его скорость вращения, амплитуда колебаний промежуточного вала меняется, меняется величина импульсов, генерируемых импульсным механизмом, и величина накопленной потенциальной энергии пружины. Происходит автоматическое и бесступенчатое регулирование передаваемого на ведомый вал крутящего момента.

В предложенной конструкции для совершения полезной работы используются не только прямые, но и обратные импульсы, так как энергия обратных

импульсов накапливается в упругом звене и отдается упругим звеном на ведомый вал при действии прямых импульсов. Использование для совершения полезной работы обратных импульсов повышает коэффициент полезного действия передачи, приводит к расширению диапазона трансформации момента и, кроме того, позволяет снизить габариты и материалоемкость передачи, так как позволяет применить в конструкции передачи импульсный механизм с меньшими размерами при обеспечении одинаковых силовых характеристик на выходе передачи.

Вместе с тем, положительная особенность передачи, а именно, отсутствие ненадежного корпусного механизма свободного хода, в предложенной конструкции проявляется в полной мере. Функцию по ограничению движения промежуточного вала в обратном направлении выполняет не корпусной механизм свободного хода, а упругое звено, например, выполненное в виде обычной пружины. Пружины давно доказали на практике свою высокую работоспособность и надежность, отлично работая в тяжело нагруженных подвесках различных транспортных средств, включая танки и вагоны, в конструкциях отбойных молотков и т.д. В предложенной конструкции передачи упругое звено не подвергается, в отличие от корпусного механизма свободного хода, высокочастотному включению и выключению, а работает постоянно, что также способствует надежной работе передачи. В качестве упругого звена может выступать торсионный вал, резина и другие упругие элементы, также доказавшие на практике свою высокую работоспособность и надежность.

В конструкции бесступенчатой механической импульсной передачи, изображенной на рис. 2.4, дополнительное упругое звено 4 связано с корпусом 1 и промежуточным валом 5, позволяя промежуточному валу совершать колебания, но препятствуя ему совершать одностороннее вращение на режиме прямой передачи. Для обеспечения работы передачи не только на режиме трансформации момента, но и на режиме прямой передачи, упругое звено 4 может быть снабжено элементом отключения 7 промежуточного вала 3 от корпуса (рис. 2.5) или корпуса от промежуточного вала 3 (рис. 2.6).

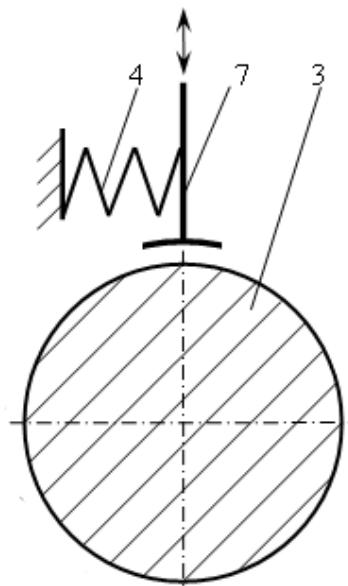


Рис. 2.5. Схема отключения промежуточного вала от корпуса

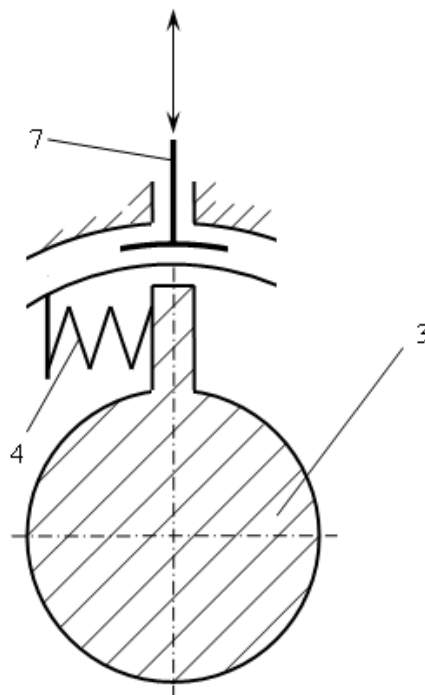


Рис. 2.6. Схема отключения корпуса от промежуточного вала

Элемент отключения 7 может быть выполнен, например, в виде тормоза или муфты. При этом на режиме трансформации момента промежуточный вал через упругое звено связан в окружном направлении с корпусом, работая, как было описано ранее, а на режиме прямой передачи промежуточный вал отклю-

чается с помощью тормоза или муфты от корпуса, имея при этом возможность вместе с ведомым валом вращаться в одном направлении.

Обобщенной схемой инерционных передач лишь с одним выходным механизмом свободного хода может служить модель, изображенная на рис. 2.7.

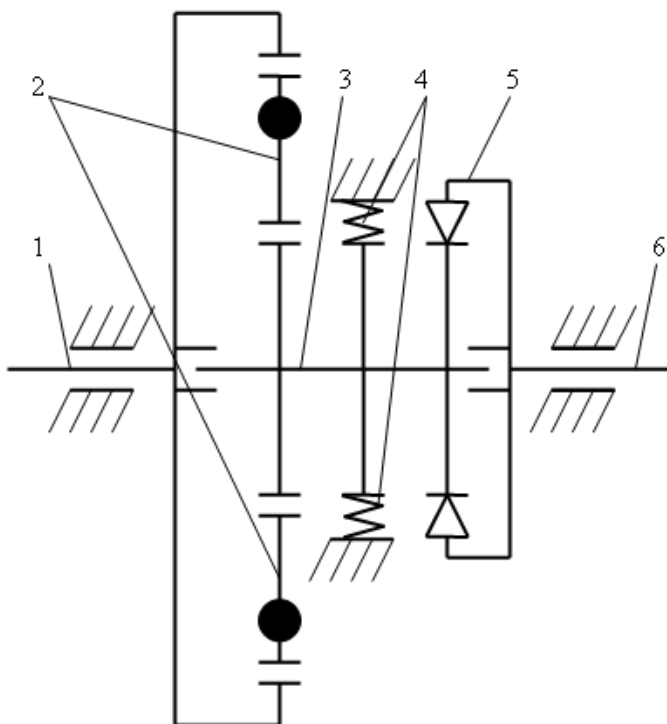


Рис. 2.7. Обобщенная физическая модель передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода

Во всех приведенных схемах в качестве импульсного механизма может выступать не только планетарный механизм с неуравновешенными сателлитами, но и другие известные конструкции. Обобщенная модель импульсного механизма [42], представлена на рис. 2.8. Звено 1 обозначает ведущее звено импульсного механизма, 2 — неуравновешенные грузовые звенья, центр тяжести S которых не совпадает с их геометрическим центром O_2 , 3 — ведомое звено.

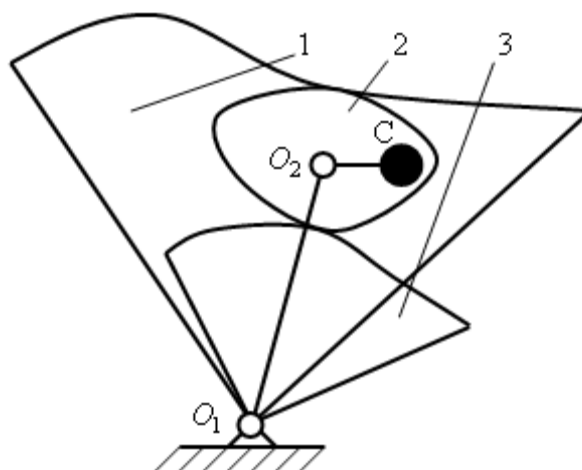


Рис. 2.8. Обобщенная модель импульсного механизма

Разновидностью схемы инерционной передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода может быть схема, предложенная автором [120], включающая импульсный механизм, на выходном валу которого установлен кулачковый механизм (рис. 2.9а). Здесь 1, 2, 3 соответствуют тем же обозначениям, что и на рис. 2.8. На выходном валу импульсного механизма закреплен кулачок (эксцентрик) 6, взаимодействующий с коромыслом 5, которое, в свою очередь, связано с наружной обоймой выходного механизма свободного хода 4. В этой передаче знакопеременное вращение выходного вала импульсного механизма преобразуется в однонаправленное вращение ведомого вала выходного механизма свободного хода.

Интересной особенностью такой передачи является теоретически неограниченный коэффициент трансформации момента. Действительно, при одностороннем сопротивлении на выходе передачи эксцентрик 6 всегда имеет возможность занять положение (рис. 2.9б), при котором расстояние от точки касания эксцентрика и коромысла до оси вращения эксцентрика минимально. В этом положении реакция, действующая со стороны коромысла, не создает момент сопротивления вращению эксцентрика. Так как импульсный механизм может обеспечить колебания эксцентрика со сколь угодно малой амплитудой, то установится режим движения передачи, обеспечивающий преодоление момента сопротивления на выхо-

де передачи теоретически любой величины. На практике, конечно же, недостатки кулачкового механизма и выходного механизма свободного хода ограничивают применение рассмотренной передачи.

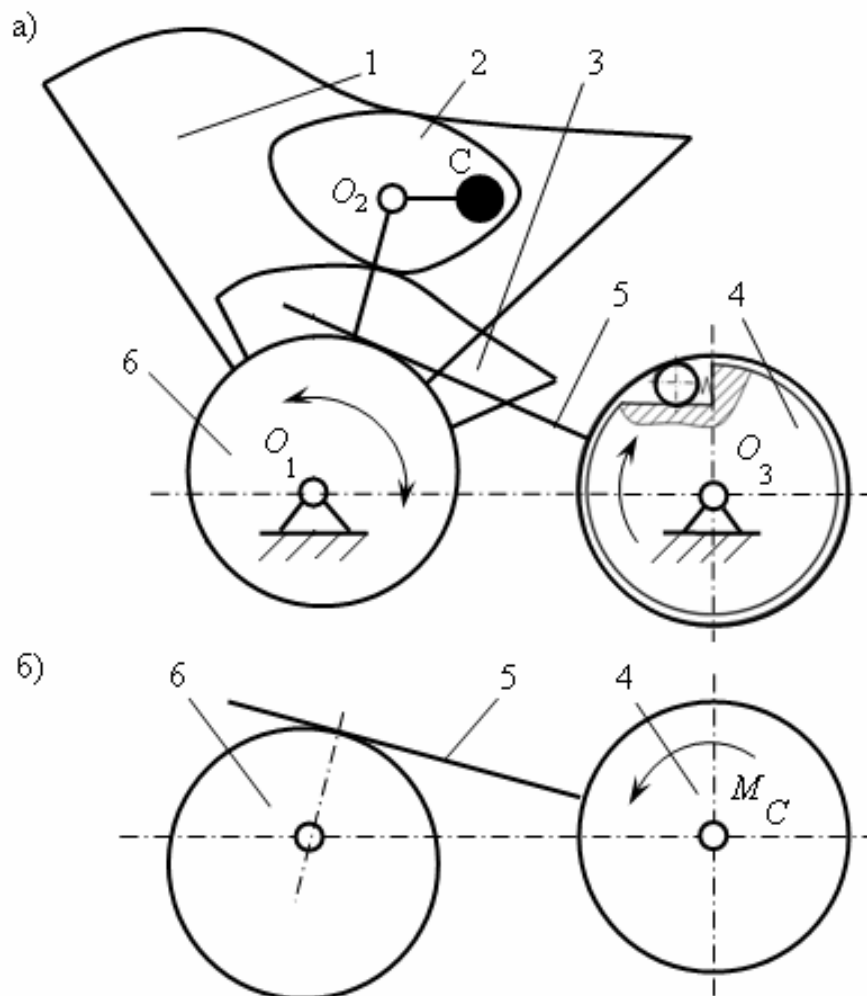


Рис. 2.9. Инерционная передача с эксцентриковым механизмом

В положении, изображенном на рис. 2.9б, независимо от направления вращения эксцентрика, коромысло будет вращаться по часовой стрелке, преодолевая односторонний момент сопротивления. Таким образом, обеспечивается смена знака момента сопротивления на выходном валу импульсного механизма при одностороннем сопротивлении на ведомом валу всей передачи, а, следовательно, обеспечивается трансформация крутящего момента.

Схема инерционной передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода (рис. 2.7), несомненно, явилась шагом вперед по созданию инерционных передач повышенной нагрузочной способности. Тем не менее, наличие в ней выходного механизма свободного хода, в свою очередь, лимитирует надежность передачи. Поэтому были предприняты большие усилия для создания инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода вообще. Но, как было показано в первой главе диссертации, в подавляющем большинстве эти передачи оказывались не работоспособными. Они не позволяли трансформировать крутящий момент, так как не обеспечивали необходимую для трансформации момента опору на корпус. В лучшем случае предложенные конструкции работали как динамические муфты. Тем не менее, некоторые из этих конструкций оказались удачными. Они позволяли трансформировать крутящий момент, но, выполняя лишь узкие технологические задачи, не позволяя создать передачу общего назначения. Эти удачные конструкции легли в основу схемы инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода.

2.1.5 Схема инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода

Эта схема основана лишь на импульсном механизме и не включает механизмы свободного хода вообще (рис. 2.10). Она содержит ведущий вал 1, импульсный механизм 2, промежуточный вал 3, который одновременно является ведомым валом и непосредственно связан с рабочим органом машины. На рабочий орган, а следовательно, на промежуточный вал действует знакопеременный момент сопротивления, что позволяет трансформировать крутящий момент.

Примером может служить машина для сварки трением [74] (рис. 1.10). В этой машине энергия и прямых и обратных импульсов расходуется на нагрев свариваемых деталей.

К этой схеме (рис.2.10) могут быть отнесены и импульсные нагрузатели, работающие в динамических стендах и позволяющие моделировать нагрузочные режимы при проведении усталостных испытаний.

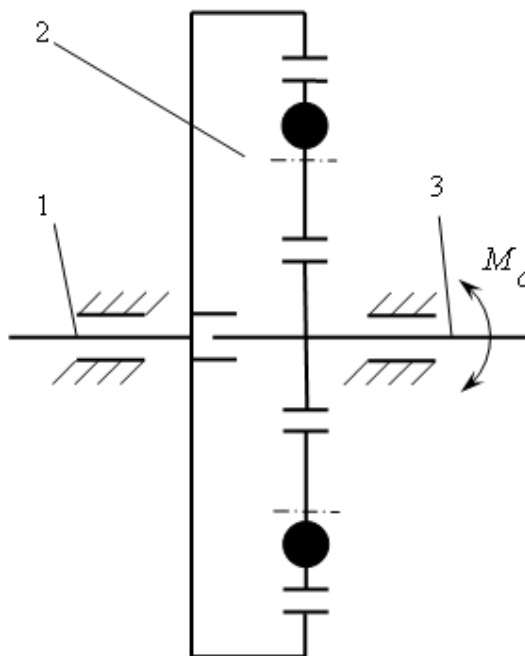


Рис. 2.10. Обобщенная физическая модель инерционной передачи без механизмов свободного хода

По аналогичной схеме могут быть выполнены приводы пил, некоторых строительных и дорожных машин, например, предназначенных для выравнивания, шлифования и полирования поверхностей, дробления материала и других машин, для которых технологический процесс выполняется при любом направлении вращения рабочего органа, причем нет жестких условий на амплитуду колебаний рабочего органа. Например, данную схему инерционной передачи можно использовать в приводе реверсивной дисковой пилы [138] (рис. 2.11), позволяющей выполнять процесс распиловки древесины независимо от направления вращения диска. Зубья пилы изображены утолщенными линиями.

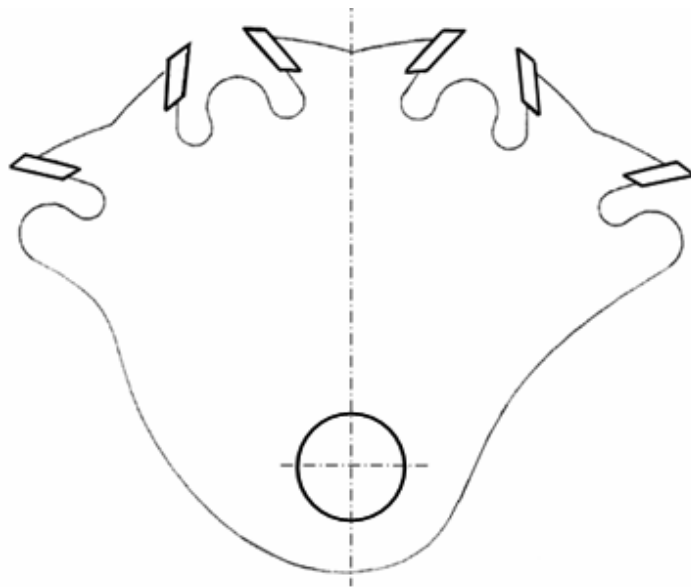


Рис. 2.11. Реверсивный диск циркулярной пилы

Подобная схема инерционной бесступенчатой передачи может быть использована в приводе станков, инструменты которых могут работать без каких-либо переделок в любом направлении движения: шлифовальные и абразивные круги и бруски, алмазные сверла, напильники, шаберы, иглофрезы и щетки и другие. Более того, в настоящее время быстроразвивающимся направлением в станкостроении является создание реверсивных лезвийных инструментов, имеющих симметричные зубья. Практически все инструменты могут быть реверсивными. Примерами могут служить многочисленные изобретения, выполненные под руководством д.т.н. Ермакова Ю.М.: сверло (патент РФ № 2214318, а.с. № 476099), фреза (патенты РФ №№2261157, 228813), ранее рассмотренная дисковая пила, ножовочное полотно, зенкер (а.с. №1117145) и другие реверсивные инструменты (рис. 2.12), получившие многочисленные награды на российских и международных выставках и конкурсах.



Рис. 2.12. Примеры реверсивного инструмента различного назначения

Реверсивные инструменты отличаются повышенной прочностью и стойкостью, способствует дроблению стружки и улучшает вывод ее из отверстия, особенно при обработке вязких и пластичных материалов. Вибрационный характер резания повышает эффективность выполнения технологического процесса. При достаточно высокой частоте реверсирования возможна безынерционная работа, что особенно важно, например, при работе в невесомости.

Для таких инструментов инерционные бесступенчатые передачи, выполненные лишь на основе импульсного механизма, являются практически идеальным приводом, обладающим всеми преимуществами автоматических бесступенчатых передач, но не имеющим их недостатка — невысокой надежности механизмов свободного хода.

Инерционные передачи, выполненные по этой схеме, могут менять момент лишь при знакопеременном моменте сопротивления, действующем на рабочем органе. Это условие ограничивает возможные области применения таких передач, так как рабочие органы подавляющего большинства существующих машин и механизмов испытывают односторонние нагрузки. Поэтому для расширения воз-

можной области передачи в качестве физической модели инерционной передачи может быть предложена схема, изображенная на рис. 2.13. Здесь 1 — ведущий вал, 2 — импульсный механизм, 3 — промежуточный вал, являющийся одновременно ведомым валом, связанным с рабочим органом, 4 — упругое звено, связывающее промежуточный вал с корпусом в окружном направлении.

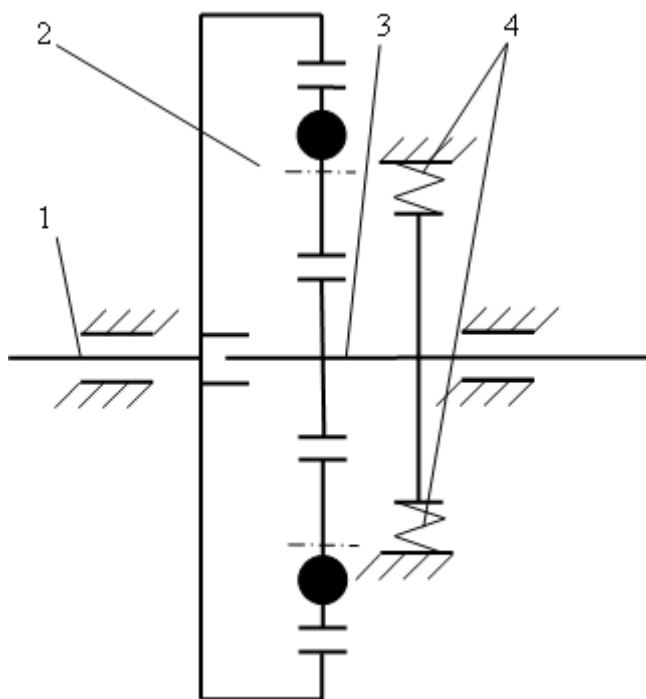


Рис. 2.13. Обобщенная физическая модель инерционной передачи без механизмов свободного хода с упругим звеном

Отличие от предыдущей схемы заключается в связи промежуточного вала с корпусом посредством упругого звена. Промежуточный вал в такой передаче совершает колебания и не обладает возможностью неограниченного поворота в одном направлении. Упругое звено 4 на рис. 2.13, так же как и на предыдущих схемах, изображено условно, подразумевая связь промежуточного вала с корпусом в окружном направлении.

Наличие в конструкции упругого звена позволяет обеспечить необходимую для трансформации момента опору на корпус даже при одностороннем действии момента сопротивления. Такая схема также позволяет использовать энергию от-

рицательных импульсов для выполнения полезной работы, позволяя снизить физические и геометрические параметры импульсного механизма и всей передачи в целом.

Используя обобщенную схему импульсного механизма, схемы инерционных передач без механизмов свободного хода по рис. 2.10 и 2.13 можно изобразить так (рис. 2.14).

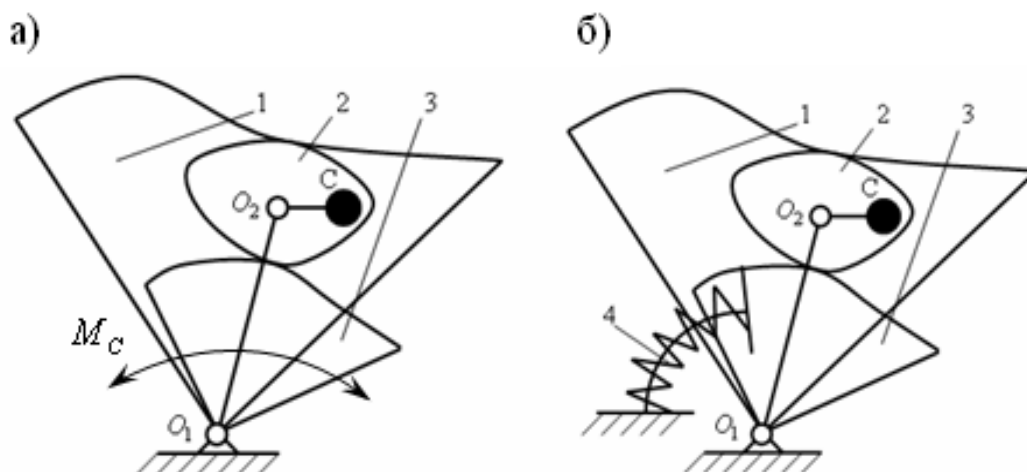


Рис. 2.14. Физические модели инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода
а) без упругого звена; б) с упругим звеном

На основе схем, изображенных на рис. 2.14а и 2.14б, могут быть выполнены смесители различных вязких и сыпучих материалов с оптимальным использованием мощности приводного двигателя и характеризующимися надежностью и высокой производительностью. Эти же схемы описывают данный способ трансформации момента, применяемый и в других машинах, рабочие органы которых совершают знакопеременное вращение. Причем преимущество имеют машины с небольшими моментами инерции рабочих органов, потому что периодические разгоны и остановки больших инерционных масс за короткие промежутки времени вызовут значительные нагрузки, действующие на детали и узлы передачи. Эти схемы описывают принцип работы гидропередачи, скомпонованной с импульсным механизмом [76], инерционно-импульсной виб-

роустановки для бучардирования прочного гранита [81] и некоторых других машин и механизмов.

2.1.6 Схема инерционной бесступенчатой передачи с рычажным механизмом на выходе

Обеспечить работоспособность инерционной передачи без механизмов свободного хода при односторонней нагрузке можно не только с помощью введения упругого звена, но и установкой на выходе импульсного механизма рычажного механизма. Автором предложено семейство таких инерционных передач [1]. Например, на рис. 2.15 представлена схема [139], которая содержит импульсный механизм (звенья 1, 2, 3), на ведомом звене 3 которого установлен кривошипно-ползунный механизм, содержащий кривошип 4, шатун 5, ползун 6.

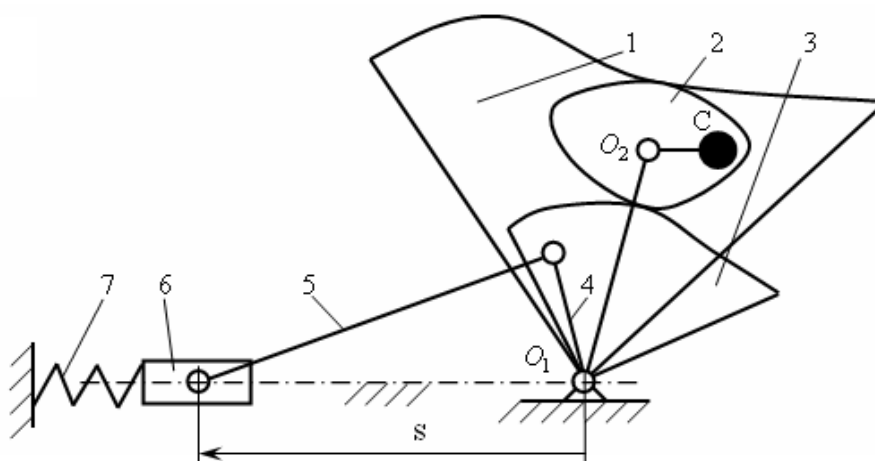


Рис. 2.15. Физическая модель инерционной передачи с рычажным механизмом

Ползун 6 связан с рабочим органом (на рисунке не показан) и может быть подпружинен с помощью упругого звена 7. Возможны и другие варианты выполнения инерционных передач, в которых вместо кривошипно-ползунного механизма может быть использован шарнирно-рычажный механизм другого типа.

Возвратно-поступательное движение выходного звена рычажного механизма не является необходимым. В конструкциях инерционных передач могут быть использованы и рычажные механизмы, выходные звенья которых совершают другие виды движений, например, сложное. Кроме того, предложенное семейство передач может быть расширено за счет использования пространственных рычажных и кулачковых механизмов.

Физической модели (рис. 2.15) соответствует, например, инерционный привод лобзикового станка АЖС-5 (рис. 2.16).

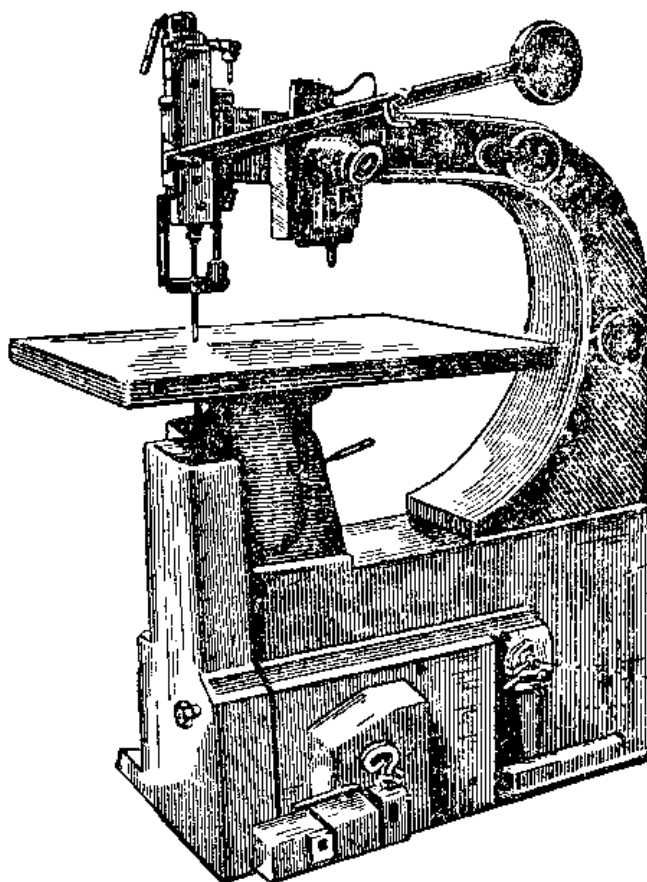


Рис. 2.16. Ажурно-лобзиковый станок АЖС-5

Станок предназначен для выпиливания криволинейных контуров со значительным количеством кривых малого радиуса на деревянных или пластмассовых изделиях и применяется при производстве мебели, музыкальных инструментов, в авиа-, судостроении и других отраслях промышленности [140].

Кинематическая схема станка АЖС-5 представлена на рис. 2.17.

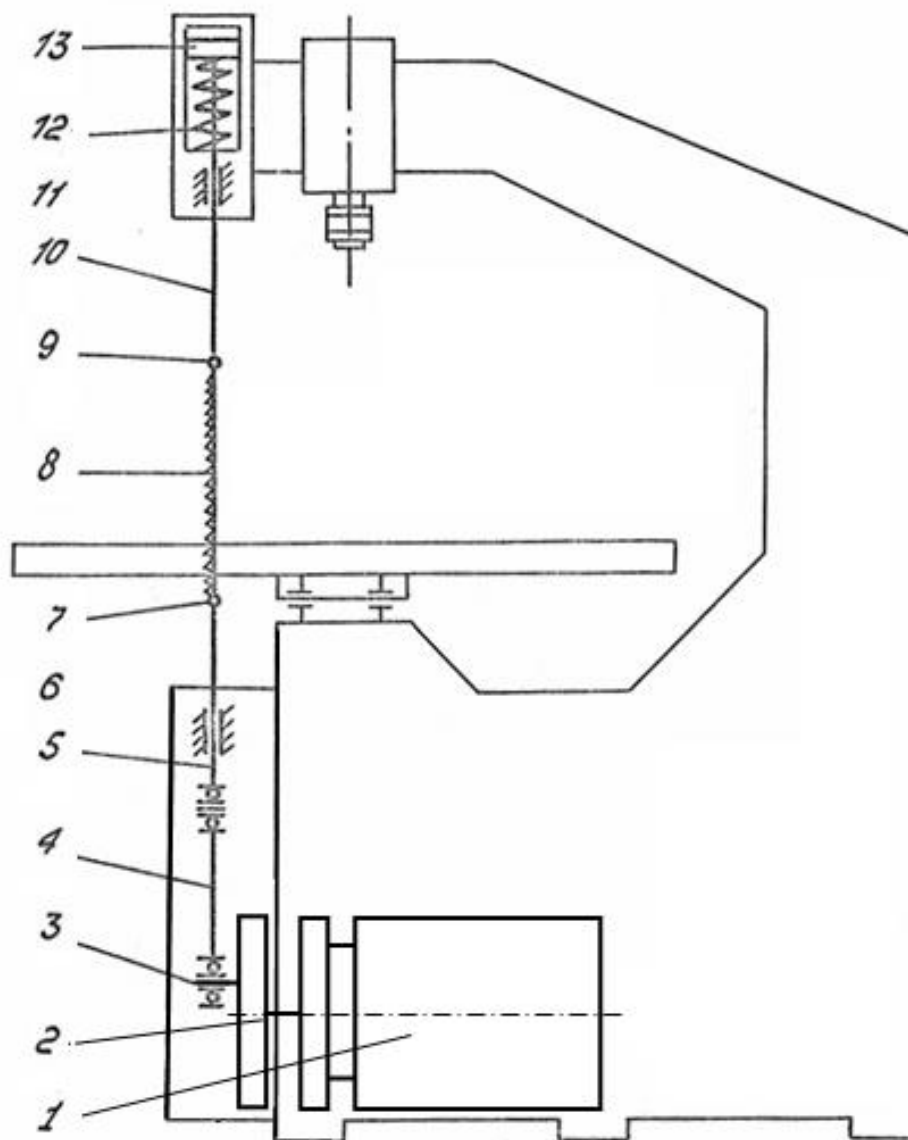


Рис. 2.17. Кинематическая схема лобзикового станка АЖС-5

Схема включает двухскоростной электродвигатель 1, который с помощью фланца соединен со станиной станка. На валу двигателя расположен маховик 2 с кривошипом 3 и штоком 5. В верхней части штока 5, перемещающегося в кронштейне 6, закреплена державка 7 пильного полотна 8. Поршень 13 воздухоудвки жестко соединен со штоком 10, на нижнем конце которого установлена державка 9. Шток 10, являющийся одновременно направляющей пружины 12, перемещается в направляющей втулке 11. На поршень снизу воздействует пружина 12, которая обеспечивает натяжение пильного полотна.

Вращение вала двухскоростного электродвигателя преобразуется кривошипно-ползунным механизмом в возвратно-поступательное движение пильного полотна.

Приведем некоторые технические данные и характеристики станка АЖС-5.

Наибольшая длина пильного полотна — 0,28 м, наименьший радиус выпиливания — 0,02 м, наибольшая высота пропила — 0,08 м, ход пильного полотна — 0,04 м, число двойных ходов пилки в минуту — 750/1000, мощность электродвигателя привода пильного полотна — 0,8/1,5 кВт, габаритные размеры станка (длина x ширина x высота) — 1,265 x 0,8 x 1,85 м.

Недостатком описанной схемы лобзикового станка является нерациональное использование мощности приводного двигателя. Действительно, на лобзиковом станке производится распиловка как изделий из тонкой фанеры, так и изделий из крепких пород древесины (бук, дуб, ясень) толщиной до 0,08 м. В соответствии с усилием сопротивления должна меняться и скорость движения пильного полотна. В некоторой, но далеко не полной мере, вопрос решается использованием двухскоростного двигателя Т 42/8-6. Количество обмоток этого двигателя в два раза больше по сравнению с обычным асинхронным двигателем, что приводит к увеличению стоимости двигателя, снижению КПД (на 15-20%), увеличению габаритов (примерно на 30%). Для переключения скоростей двухскоростного электродвигателя дополнительно используется относительно сложная электрическая схема. В лобзиковых станках, выпускаемых американскими и японскими фирмами с целью рационального использования мощности двигателя устанавливают вариаторы, что также не является оптимальным решением, так как требует высокой квалификации рабочего для изменения скорости в нужные моменты времени.

Автором была разработана схема инерционного привода лобзикового станка (рис. 2.18), основанная на использовании инерционного трансформатора вращающего момента без механизмов свободного хода.

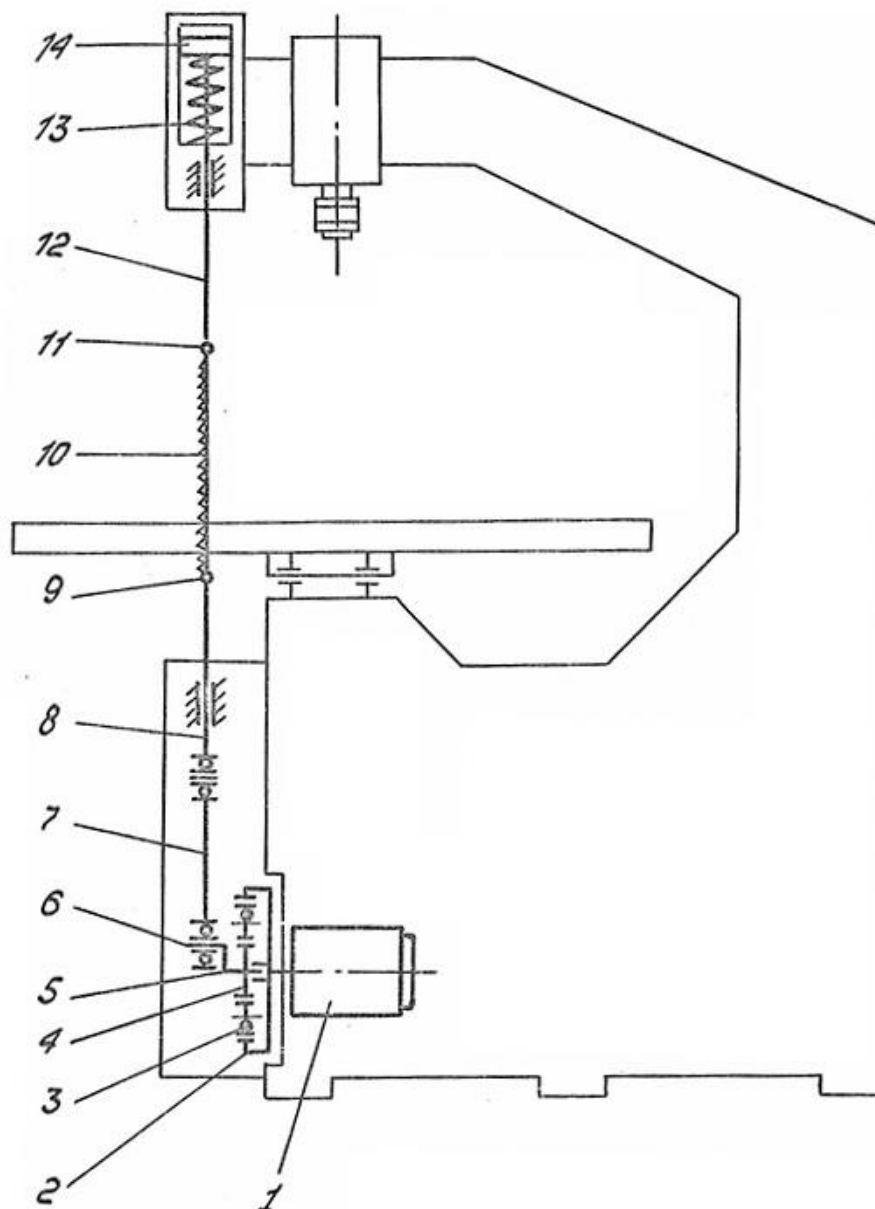


Рис. 2.18. Схема инерционного автоматического привода лобзикового станка

На валу односкоростного асинхронного электродвигателя 1 установлен ведущий маховик 2 импульсного механизма, приводящий в движение уравновешенные сателлиты 3, входящие в зацепление с солнечной шестерней 4. Солнечная шестерня закреплена на выходном валу 5 импульсного механизма. На выходном валу установлен также кривошип 6, соединенный шарнирно с шатуном 7. Верхняя головка шатуна шарнирно связана со штоком 8, на котором помещена державка 9 пильного полотна 10. Державка 11 пильного полотна установлена на штоке 12, со-

единенном с поршнем 14. Натяжение пильного полотна обеспечивается пружиной 13.

В основе разработанного привода лобзикового станка лежит схема инерционной передачи с плоским рычажным механизмом, выполненным в виде центрального кривошипно-ползунного механизма.

Инерционный привод лобзикового станка позволяет автоматически и бесступенчато изменять вращающий момент на выходном валу импульсного механизма в зависимости от усилия сопротивления, действующего на пильное полотно. Таким образом, обеспечиваются оптимальные силовые и скоростные режимы лобзикового станка в течение всего технологического процесса, осуществляется рациональное использование мощности приводного двигателя, что приводит к увеличению производительности станка, повышению экономичности, улучшению удобства управления.

Инерционная передача без механизмов свободного хода удачно подходит для привода лобзикового станка. Звенья этого станка, совершающие возвратно-поступательное движение, имеют небольшие массы, например, масса пильного полотна составляет 0,016 кг. Поэтому даже при большой частоте колебаний полотна на звенья инерционной передачи действуют небольшие инерционные нагрузки, что способствует высокой долговечности инерционного привода.

Опытная партия инерционных бесступенчатых передач в приводе лобзикового станка в количестве 6 штук внедрена на Рыбинском заводе деревообрабатывающих станков[1].

Заметим, что при отсутствии упругого звена 7 описанная модель (рис. 2.15) может соответствовать инерционному приводу долбежного, протяжного, прошивочного станков, а также некоторым станкам для выполнения строительных и дорожных работ.

2.2 Новые методы аппроксимации кусочно-линейных функций в задачах математического моделирования инерционных бесступенчатых передач

В этом параграфе рассматриваются новые методы аппроксимации кусочно-линейных, в частности, ступенчатых функций, разработанные автором [113-116, 118]. Эти методы являются универсальными и находят широкое применение для решения самых разнообразных задач, связанных с математическим моделированием систем, процессов и явлений, описываемых с помощью кусочно-линейных функций, имеющих переменную структуру, в частности, в задачах моделирования инерционных бесступенчатых передач. Проводится сравнительный анализ предложенных и существующих методов аппроксимации таких функций аналитическими зависимостями на основе рядов Фурье. Кроме того, изучаются вопросы сходимости и погрешности предложенных методов, рассматриваются примеры и приложения.

Кусочно-линейные функции широко применяются в различных областях научных исследований. Традиционными областями их применения являются технические и математические дисциплины, например, теория автоматического управления, электротехника, радиотехника, теория информации и передачи сигналов, уравнения математической физики, теория колебаний, дифференциальные уравнения и многие другие [141-145]. С помощью таких функций, например, описывают ударные воздействия, динамику механических систем с нелинейными упругостями, упруго-диссипативные характеристики подвесок транспортных средств, системы с нагрузками типа «сухое трение» и другие процессы.

Широкое применение кусочно-линейных функций объясняется простотой их структуры, особенно по участкам. На каждом участке эти функции представляют собой прямые линии и их отрезки, что позволяет во многих случаях получать решения, пользуясь методами теории линейных систем. Вместе с тем, часто возникают проблемы при построении решений на всей области определения кусочно-линейной функций, увязки решений по участкам с необходимостью применения специальных математических методов. Системы с кусочно-линейными характеристиками и функциями относят к существенно-нелинейным структурам, подчеркивая сложность получения решений для таких

структур. Несмотря на простоту кусочно-линейных функций по участкам, построение решений в задачах с кусочно-линейными функциями на всей области определения требует применения специальных математических методов, например, метода припасовывания [146] с необходимостью согласования решений по участкам и поверхностям переключений. Так при построении периодических решений необходимо следить за выполнением условий перехода системы с участка на участок, фиксируя значения переменных в конце предыдущего участка и принимая эти значения за начальные условия для следующего участка. При этом значения переменных в конце всего цикла исследуемого процесса должны совпадать со значениями тех же переменных в начале цикла. Необходимость согласования значений переменных по участкам и в начале и конце цикла приводит к громоздкой системе трансцендентных уравнений. Поэтому применение метода припасовывания, как правило, требует преодоления значительных математических трудностей, причем, даже если периодическое решение и удастся найти в аналитической форме, оно, как правило, получается в виде сложных выражений.

Для упрощения расчетов, работая с кусочно-линейными функциями, во многих случаях прибегают к методам аппроксимации. Замена кусочно-линейных функций аналитическими зависимостями позволяет не заботиться об отслеживании и согласовании значений переменных процесса на границах участков, что значительно упрощает расчеты. Одним из наиболее широко используемых методов аппроксимации кусочно-линейных функций является разложение

этих функций с помощью рядов Фурье $f = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k$, где

$\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, \dots\}$ - ортогональная система функций в функциональном гильбертовом пространстве $L_2[-\pi, \pi]$, $f \in L_2[-\pi, \pi]$, $c_k = (f \cdot \varphi_k) / \|\varphi_k\|^2$. В качестве ортогональной системы часто берут тригонометрическую систему 2π — периодических функций $\{1, \sin nx, \cos nx; n \in N\}$.

Однако, наряду с положительными свойствами, применение рядов Фурье имеет и определенные недостатки. Например, при относительно небольшом числе слагаемых в ряде Фурье, используемых для разложения кусочно-линейных функций, аппроксимирующая функция имеет ярко выраженный волнообразный характер даже в пределах одного прямолинейного участка кусочно-линейной функции, что приводит к достаточно большой погрешности аппроксимации. На рис. 2.19 кривые 1 и 2 иллюстрируют этот недостаток.

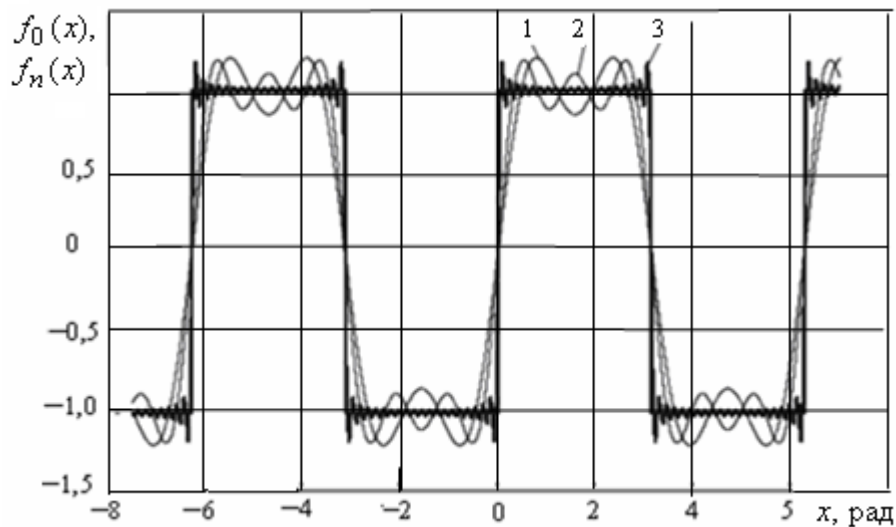


Рис. 2.19. Погрешности аппроксимации с помощью разложения в ряд Фурье

Более того, и при большом числе слагаемых в разложении с помощью ряда Фурье существуют характерные скачки аппроксимирующей функции в окрестности точек разрыва $O_\delta(x_0)$ исходной функции. Для таких точек

$$\sup_{x \in O_\delta(x_0) \setminus \{x_0\}} |f(x) - S_n(x)| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A \neq 0, \text{ где } S_n(x) \text{ — частичная сумма ряда Фурье}$$

[147]. Например, для функции

$$f_0(x) = \text{sign}(\sin x) \quad (2.1)$$

с прямоугольными импульсами точка $x = \pi/m$, где $m = 2[(n+1)/2]$ и $[A]$ - целая часть числа A , является точкой максимума частичной суммы $S_n(f_0)$ триго-

нометрического ряда Фурье [148], причем

$S_n(f_0, \pi/m) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt \approx 1,17898$. То есть величина абсолютной по-

грешности $\left| f_0(\pi/m) - \lim_{n \rightarrow \infty} S_n(f_0, \pi/m) \right| > 0,178$, а относительная погрешность составляет более 17% независимо от числа слагаемых в частичной сумме ряда Фурье. Заметим, что $x = \pi/m \rightarrow 0+0$.

На рис. 2.19 кривая 3 соответствует графику аппроксимирующей функции

$f_n(x) = \sum_{n=1}^{20} c_n \varphi_n$ и иллюстрирует повышенную погрешность аппроксимации в

окрестности точек разрыва исходной функции (2.1). В этом проявляется так называемый эффект Гиббса, причем с ростом числа гармоник эффект Гиббса не исчезает, что ведет к крайне негативным последствиям использования аппроксимирующей функции. На рис.2.20 изображен график частичной суммы $S_{20}(f_0)$ тригонометрического ряда на отрезке $[-\pi, \pi]$, иллюстрирующий проявление эффекта Гиббса.

Самое неприятное заключается в том, что эффект Гиббса носит общий характер, проявляется для любой функции $f \in L_2[a, b]$, имеющей ограниченную вариацию на отрезке $[a, b]$, с изолированной точкой разрыва $x_0 \in (a, b)$. Для таких функций выполняется условие [147]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(f, x_0 + \pi/m) = f(x_0 + 0) + \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt - 1 \right),$$

где $d = f(x_0 + 0) - f(x_0 - 0)$.

Покажем, что абсолютная $\Delta = \Delta(x)$ и условная $\delta = \delta(x)$ погрешности аппроксимации в окрестности точек разрыва могут быть сколь угодно большими.

Действительно,

$$\begin{aligned}
\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta(x_0 + \pi/m) &= \lim_{n \rightarrow \infty} |S_n(f, x_0 + \pi/m) - f(x_0 + \pi/m)| = \\
&= \left| \lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x_0 + \pi/m) - \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_0 + \pi/m) \right| = \\
&= \left| f(x_0 + 0) + \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt - 1 \right) - f(x_0 + 0) \right| = \left| \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt - 1 \right) \right| = \Delta(d).
\end{aligned}$$

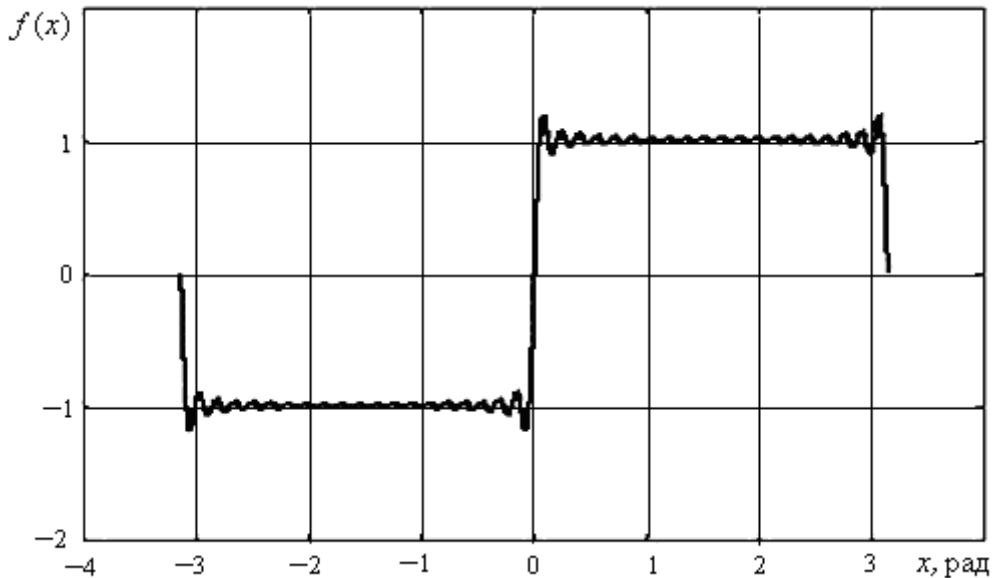


Рис.2.20. Проявление эффекта Гиббса

Функция $\Delta(d)$ является бесконечно большой величиной, так как

$$\forall M > 0 \exists d = d^*(M) > 0 \forall d : |d| > d^* \Rightarrow \Delta(d^*) = \left| \frac{d^*}{2} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt - 1 \right) \right| > M.$$

В качестве d^* можно взять, например, $\left[2M\pi / \left(2 \int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt - \pi \right) \right] + 1$, где $[A]$ - целая часть числа A . ■

Для относительной погрешности $\delta(x) = \Delta(x)/|f(x)|$ доказательство аналогично. Более того, даже при фиксированном значении $d \in R$ для любого $M > 0$ можно подобрать такую функцию $f(x) \in L_2[a, b]$, для которой

$\delta(x_0 + 0, d) = \Delta(x_0 + 0, d) / |f(x_0 + 0)| > M$. В качестве такой функции, например, можно взять функцию, у которой $|f(x_0 + 0)| < \Delta(x_0 + 0, d) / M$, $f(x_0 + 0) \neq 0$.

Заметим, что даже на множестве непрерывных функций $C[-\pi, \pi]$ ряд Фурье, как известно, еще не обязан сходиться в каждой точке.

Существование эффекта Гиббса приводит к крайне негативным последствиям использования частичной суммы тригонометрического ряда в качестве аппроксимирующей функции для решения задач математического моделирования, например, при исследовании периодических движений технических систем, искажений при передаче сигналов и т.д.

Для устранения отмеченных недостатков автором предложены новые методы аппроксимации кусочно-линейных функций, основанные так же, как и ряды Фурье, на использовании тригонометрических выражений, но в виде рекурсивных функций.

Для пояснения этих методов рассмотрим, например, более подробно ступенчатую функцию (2.1). Эта функция часто используется для примера применения рядов Фурье и поэтому данную функцию удобно взять для сравнительного анализа традиционного разложения в ряд Фурье и предложенного метода.

Разложение функции (2.1) в ряд Фурье имеет все вышеописанные недостатки. Для их устранения предлагается аппроксимировать исходную ступенчатую функцию последовательностью рекурсивных периодических функций

$$\{f_n(x) \mid f_n(x) = \sin((\pi/2) \cdot f_{n-1}(x)), f_1(x) = \sin x; n-1 \in N\} \subset C^\infty[-\pi, \pi]. \quad (2.2)$$

Графики исходной функции (утолщенная линия) и пяти ее последовательных приближений в этом случае имеют вид (рис. 2.21).

Как видим, даже при относительно небольших значениях n при использовании итерационной процедуры (2.2) график аппроксимирующей функции достаточно хорошо приближает исходную функцию (2.1). При этом аппроксимирующие функции, полученные с помощью предложенного метода, лишены недостатков разложения в ряды Фурье. Эффект Гиббса полностью отсутствует.

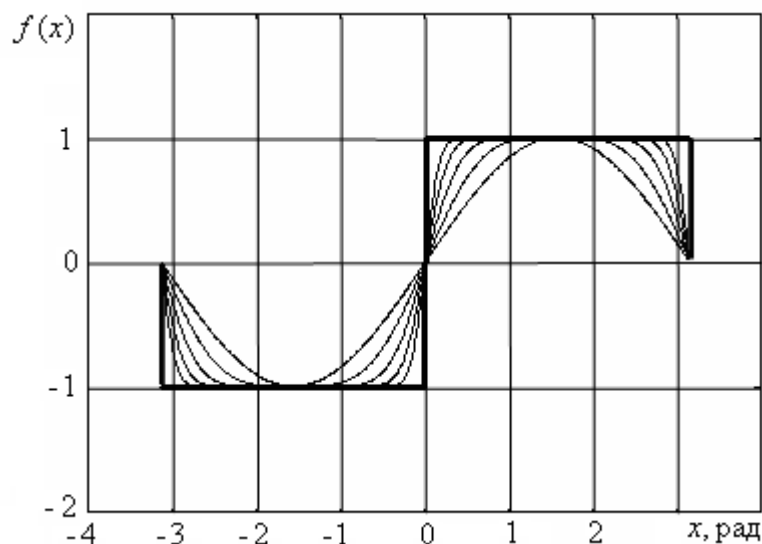


Рис. 2.21. Графики исходной функции и пяти ее последовательных аппроксимаций

Отметим некоторые особенности предложенной аппроксимирующей итерационной процедуры.

Заметим, что функции $f_n(x)$ и $f_0(x)$ являются нечетными и периодически с периодом 2π . Функции $f_n(x + \pi/2)$ и $f_0(x + \pi/2)$ — периодические четные. Поэтому достаточно рассмотреть последовательность аппроксимирующих функций (2.2) на отрезке $[0, \pi/2]$.

Пусть $\{f_n(x)\} \subset L_2[0, \pi/2]$ и $f_0(x) \in L_2[0, \pi/2]$. Так как $\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{x \in [0, \pi/2]} |f_n(x)| = 1 < \infty$ (в силу ограниченности функций $f_n(x)$) и $\sup_{n \in \mathbb{N}} \text{Var}_0^{\pi/2} f_n = 1 < \infty$ (в силу монотонности функций $f_n(x)$ на отрезке $[0, \pi/2]$), то на основании теоремы Хелли в последовательности $\{f_n(x)\}$ можно извлечь подпоследовательность, сходящуюся в каждой точке $[0, \pi/2]$ к некоторой функции f , причем $\text{Var}_0^{\pi/2} f \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \text{Var}_0^{\pi/2} f_n$. Покажем, что в качестве такой функции f может выступать исходная функция $f_0(x)$.

Теорема 1. Последовательность функций $f_n(x)$ сходится к исходной функции $f_0(x)$, причем сходимость является поточечной, но не является равномерной.

Доказательство.

В точках $x=0$ и $x=\pi/2$ имеем $f_n(x) - f_0(x) = 0, \forall n \in N$. Следовательно, в этих точках $f_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f_0(x)$ так как

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n^* \in N \forall n : n > n^* \Rightarrow |f_n(x) - f_0(x)| = 0 < \varepsilon.$$

Можно взять, например, $n^* = 1$.

Поскольку $\sin x > (2/\pi) \cdot x, \forall x \in (0, \pi/2)$, то для любого $x \in (0, \pi/2)$ выполняется условие $f_n(x) = \sin\left((\pi/2) \cdot f_{n-1}(x)\right) > f_{n-1}(x) > \dots > f_1(x) > 0$. Тогда последовательность $f_n(x), \forall x \in (0, \pi/2)$ является положительной, возрастающей и ограниченной, а, следовательно, имеет конечный предел, который обозначим $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = A \in R$.

Получим, $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin((\pi/2) \cdot f_{n-1}(x)) = \sin((\pi/2) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} f_{n-1}(x)) = \sin((\pi/2) \cdot A)$, откуда найдем, что $A=0$ или $A=1$. Так как последовательность является знакоположительной и возрастающей, то $A=1 = f_0(x)$. Тогда на рассматриваемом интервале $f_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f_0(x)$. Учитывая ранее сделанный вывод о сходимости последовательности в точках $x=0$ и $x=\pi/2$, заключаем, что $f_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f_0(x), \forall x \in [0, \pi/2]$. Эта сходимость является лишь поточечной и не является равномерной, так как функция $f_0(x)$ не является непрерывной на отрезке $[0, \pi/2]$. ■

Теорема 2. В пространстве измеримых функций $L_1[0, \pi/2]$ и функциональном гильбертовом пространстве $L_2[0, \pi/2]$ последовательность аппроксимирующих функций $f_n(x)$ сходится по норме к исходной функции $f_0(x)$.

Доказательство.

Введем последовательность минорантных относительно последовательности $f_n(x)$ функций

$\{\eta_n(x) \mid \eta_n(x) = (2/\pi) \cdot \operatorname{arctg}(n\pi); n \in N\} \subset C^\infty[0, \pi/2]$. Можно показать, что $f_n(x) \geq \eta_n(x)$, $\forall n \in N, \forall x \in [0, \pi/2]$. Заметим, что мера множества точек разрыва функции $f_0(x)$ равна нулю. Тогда, учитывая знаконеотрицательность и ограниченность функций $f_n(x)$ и $\eta_n(x)$ на рассматриваемом отрезке, в пространстве $L_1[0, \pi/2]$ получим

$$\begin{aligned} \|f_0(x) - f_n(x)\| &= \int_0^{\pi/2} (1 - f_n(x)) dx \leq \int_0^{\pi/2} (1 - \eta_n(x)) dx = \\ &= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\pi n}{2} + \frac{1}{\pi n} \cdot \ln(1 + (\pi n)^2 / 4). \end{aligned}$$

Так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\pi n}{2} + \frac{1}{\pi n} \cdot \ln(1 + (\pi n)^2 / 4) \right) = 0$, то

$$\|f_0(x) - f_n(x)\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0.$$

В качестве последовательности минорантных относительно последовательности $f_n(x)$ функций можно взять

$$\{\varphi_n(x) \mid \varphi_n(x) = 1 - \exp(-(\pi/2)^{n-1} \cdot x), n \in N\} \subset C^\infty[0, \pi/2],$$

для которых $f_n(x) \geq \varphi_n(x)$, $\forall n \in N, \forall x \in [0, \pi/2]$. Заметим, что мера множества точек разрыва функции $f_0(x)$ равна нулю. Тогда, учитывая знаконеотрицательность и ограниченность функций $f_n(x)$ и $\varphi_n(x)$ на рассматриваемом отрезке, в пространстве $L_1[0, \pi/2]$ получим

$$\begin{aligned} \|f_0(x) - f_n(x)\|_{L_1[0, \pi/2]} &= \int_0^{\pi/2} (1 - f_n(x)) dx \leq \int_0^{\pi/2} (1 - \varphi_n(x)) dx = \\ &= (2/\pi)^{n-1} \cdot (1 - \exp(-(\pi/2)^n)). \end{aligned}$$

Так как $\lim_{n \rightarrow \infty} (2/\pi)^{n-1} \cdot (1 - \exp(-(\pi/2)^n)) = 0$, то $\|f_0(x) - f_n(x)\|_{L_1[0, \pi/2]} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

В функциональном гильбертовом пространстве $L_2[0, \pi/2]$ с метрикой

$$\rho(x, y) = \left(\int_0^{\pi/2} (x(t) - y(t))^2 dt \right)^{1/2} \text{ имеем}$$

$$\begin{aligned} \|f_0(x) - f_n(x)\|_{L_2[0, \pi/2]} &= \left(\int_0^{\pi/2} (1 - f_n(x))^2 dx \right)^{1/2} \leq \left(\int_0^{\pi/2} (1 - \varphi_n(x))^2 dx \right)^{1/2} = \\ &= \left(\frac{(2/\pi)^{n-1}}{2} \cdot (1 - \exp(-2(\pi/2)^n)) \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Учитывая, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \left((2/\pi)^{n-1} \cdot (1 - \exp(-2(\pi/2)^n)) / 2 \right)^{1/2} = 0$, получим, что и в этом пространстве $\|f_0(x) - f_n(x)\|_{L_2[0, \pi/2]} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$. Последовательность (2.2) сходится в среднем к исходной функции (1). ■

Таким образом, последовательность аппроксимирующих функций $f_n(x)$ (2.2) в пространствах $L_1[-\pi, \pi]$ и $L_2[-\pi, \pi]$ является фундаментальной. В пространстве $C[-\pi, \pi]$ последовательность $f_n(x)$ фундаментальной не является.

Функцию $f_1(x)$ назовем начальной (или угловой). В качестве начальной функции вместо синуса мы можем использовать и другую (не обязательно периодическую) функцию. Отметим, что при использовании итерационной процедуры (2.2) и при условии $|f_1(x)| < 2$ мы получим $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = \text{sign}(f_1(x))$. При этом можно аппроксимировать любую ступенчатую функцию. Действительно, для ступенчатой функции

$$f(x) = \begin{cases} h, & x \in (x_1, x_2), \\ 0, & x \notin (x_1, x_2) \end{cases} \quad (2.3)$$

возьмем начальную функцию в виде $f_1(x) = \exp(1 - (ax + b)^2) - 1$. Из условия $f_1(x_1) = f_1(x_2) = 0$ найдем $a = 2/(x_1 - x_2)$; $b = (x_1 + x_2)/(x_2 - x_1)$. При этих значениях коэффициентов a и b последовательность

$\left\{ f_n(x) \left| \begin{array}{l} f_n(x) = (h/2) \cdot (1 + \sin \varphi_n(x)), \varphi_n(x) = \\ = (\pi/2) \cdot \sin \varphi_{n-1}, \varphi_1(x) = (\pi/2) \cdot f_1(x), n-1 \in N \end{array} \right. \right\}$ сходится к ступенчатой

функции $f(x)$. Тогда любую ступенчатую функцию со значениями h_i на промежутках (x_{1i}, x_{2i}) можно аппроксимировать суммой аналогичных последовательностей

$$\sum_{i=1}^k \{f_n(x)\}_i.$$

Доказанная теорема 2 носит общий характер, справедлива для произвольной ступенчатой функции. Так, например, произвольную периодическую ступенчатую функцию можно представить в виде линейной комбинации

$$f(x) = \sum_{i=1}^k h_i \cdot f_{0i}(x), h_i \in R \text{ сдвинутых по фазе и по оси ординат сигнум-функций}$$

$f_{0i}(x) = \text{sign}(\sin(l_i x - x_i)), l_i, x_i \in R$. Согласно доказанной теореме, в пространствах $L_1[-\pi, \pi]$ и $L_2[-\pi, \pi]$ существует сходимость $\|f_{0i}(x) - f_{ni}(x)\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \forall i$,

поэтому функция $f_n(x) = \sum_{i=1}^k h_i \cdot f_{ni}(x)$ сходится по норме к функции $f(x)$, так

как

$$\|f(x) - f_n(x)\| = \left\| \sum_{i=1}^k h_i \cdot f_{0i}(x) - \sum_{i=1}^k h_i \cdot f_{ni}(x) \right\| \leq \sum_{i=1}^k |h_i| \cdot \|f_{0i}(x) - f_{ni}(x)\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0.$$

Для оценки погрешности аппроксимации (2.2) воспользуемся соотношением

$$\varphi_n(x) \leq f_n(x) \leq \psi_n(x) \text{ (рис. 2.22), где } \psi_n(x) = (\pi/2)^{n-1} \cdot x, x \in [0, \pi/2], n \in N.$$

Функции $\varphi_n(x)$ и $\psi_n(x)$ построены из условия равенства производных в нуле $\varphi'_n(0) = \psi'_n(0) = f'_n(0)$, что позволяет получить узкий интервал для оценки погрешности аппроксимации.

В пространстве $L_1[0, \pi/2]$ оценки для абсолютной и относительной погрешности соответственно равны

$$(2/\pi)^{n-1}/2 \leq \|f_n(x) - f_0(x)\|_{L_1[0,\pi/2]} \leq (2/\pi)^{n-1} \cdot (1 - \exp(-(\pi/2)^n));$$

$$\frac{(2/\pi)^n}{2} \leq \left(\|f_n(x) - f_0(x)\|_{L_1[0,\pi/2]} \right) / (\pi/2) \leq (2/\pi)^n \cdot (1 - \exp(-(\pi/2)^n)).$$

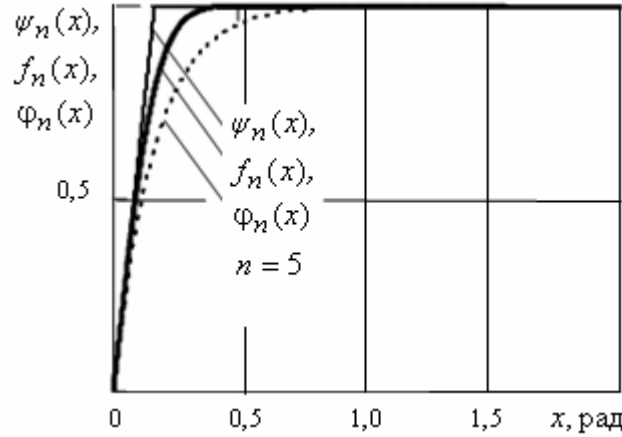


Рис. 2.22. Графики ограничивающих функций

Для пространства $L_2[0, \pi/2]$ эти оценки принимают соответственно вид

$$\left((2/\pi)^{n-1}/3 \right)^{1/2} \leq \|f_n(x) - f_0(x)\|_{L_2[0,\pi/2]} \leq \left((2/\pi)^{n-1} \cdot (1 - \exp(-2(\pi/2)^n)) / 2 \right)^{1/2};$$

$$\left((2/\pi)^n / 3 \right)^{1/2} \leq \left(\|f_n(x) - f_0(x)\|_{L_2[0,\pi/2]} \right) / (\pi/2)^{1/2} \leq$$

$$\leq \left((2/\pi)^n \cdot (1 - \exp(-2(\pi/2)^n)) / 2 \right)^{1/2}.$$

Графики верхних и нижних оценок относительной погрешности δ в зависимости от $n \in N$ для пространства $L_1[0, \pi/2]$ (кривые 1) и пространства $L_2[0, \pi/2]$ (кривые 2) изображены на рис. 2.23.

Рассматривая аппроксимацию ступенчатой функции $f(x)$ (2.3), мы предполагали, что ее положение и высота точно известны. В реальных задачах параметры, как правило, заданы приближенно. Пусть, например, исходные параметры заданы с абсолютными погрешностями

$$|\hat{x}_1 - x_1| = \Delta x_1 \in [0, \Delta^* x_1), |\hat{x}_2 - x_2| = \Delta x_2 \in [0, \Delta^* x_2), |\hat{h} - h| = \Delta h \in [0, \Delta^* h),$$

где $\Delta^* x_1 = \sup \Delta x_1, \Delta^* x_2 = \sup \Delta x_2, \Delta^* h = \sup \Delta h$, $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{h}$ -приближенные значения параметров. Рассмотрим ступенчатую функцию (2.3) на отрезке $[c, d]$, для которого $[x_1 - \Delta^* x_1, x_2 + \Delta^* x_2] \subset [c, d]$. В этом случае в пространствах $L_1[c, d], L_2[c, d], M[c, d]$, где $M[c, d]$ - множество ограниченных на отрезке $[c, d]$ функций с метрикой $\rho(f^{(1)}(x), f^{(2)}(x)) = \sup_{x \in [c, d]} |f^{(1)}(x) - f^{(2)}(x)|$, для абсолютной погрешности аппроксимации по норме получим соответственно оценки

$$\| \Delta f \| < \sup_{\Delta x_1} \sup_{\Delta x_2} \sup_{\Delta h} \lim_{n \rightarrow \infty} \| f(x) - f_n(x) \|_{L_1[c, d]} = (|h| + \Delta^* h) \cdot (\Delta^* x_1 + \Delta x_2) + (x_2 - x_1) \cdot \Delta^* h;$$

$$\| \Delta f \| < \sup_{\Delta x_1} \sup_{\Delta x_2} \sup_{\Delta h} \lim_{n \rightarrow \infty} \| f(x) - f_n(x) \|_{L_2[c, d]} = \sqrt{(|h| + \Delta^* h)^2 \cdot (\Delta^* x_1 + \Delta^* x_2) + (x_2 - x_1) \cdot \Delta^* h^2};$$

$$\| \Delta f \| < \sup_{\Delta x_1} \sup_{\Delta x_2} \sup_{\Delta h} \lim_{n \rightarrow \infty} \| f(x) - f_n(x) \|_{M[c, d]} = |h| + \Delta^* h.$$

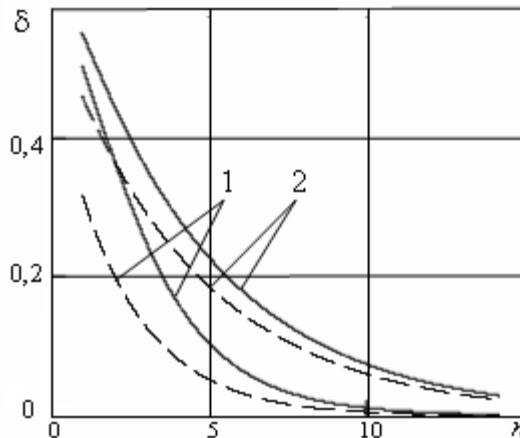


Рис. 2.23. Графики оценок относительной погрешности

Как видим из полученных оценок, погрешность аппроксимации не накапливается, что является положительной стороной предложенного метода.

Так как на практике, как правило, нам известны лишь приближенные значения параметров и погрешности измерений, то верхние оценки для абсолютной погрешности аппроксимации лучше выразить в виде

$$\| \Delta f \|_{L_1[c,d]} < (\hat{h} + 2\Delta^* h) \cdot (\Delta^* x_1 + \Delta^* x_2) + (\hat{x}_2 - \hat{x}_1 + \Delta^* x_1 + \Delta^* x_2) \cdot \Delta^* h;$$

$$\| \Delta f \|_{L_2[c,d]} < (\hat{h} + 2\Delta^* h)^2 \cdot (\Delta^* x_1 + \Delta^* x_2) + (\hat{x}_2 - \hat{x}_1 + \Delta^* x_1 + \Delta^* x_2) \cdot \Delta^* h^2;$$

$$\| \Delta f \|_{M[c,d]} < \hat{h} + 2\Delta^* h.$$

Вернемся к функции (2.1) и ее аппроксимации с помощью последовательности (2.2) в пространстве ограниченных функций $M[0, \pi]$.

Пусть $\Delta = |f_0(x) - f_n(x)| \in [0, 1]$ - абсолютная погрешность аппроксимации.

Запишем последовательность $\left\{ r_n \mid r_n = \max_{\Delta} \max_{x_1, x_2 \in [0, \pi]: f_n(x_1) = f_n(x_2)} |x_2 - x_1| \right\}$ максимальных метрик. Из уравнения $f_n(x) = 1 - \Delta$ получим, что данную последовательность можно представить в виде

$$\left\{ r_n \mid r_n = \pi - 2 \arcsin \lambda_n, \lambda_n = (2/\pi) \cdot \arcsin \lambda_{n-1}, \lambda_1 = 1 - \Delta, n - 1 \in N \right\}.$$

Можно доказать аналогично доказательству теоремы 1, что последовательность $r_n(\Delta) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} r^*(\Delta) = \begin{cases} \pi, \Delta \in (0, 1], \\ 0, \Delta = 0, \end{cases}$ причем сходимость на отрезке $[0, 1]$ является поточечной, но не является равномерной. Важно заметить, что последовательность $\{r_n\}$ также сходится к ступенчатой функции.

Графики нескольких первых функций в последовательности $r_n(\Delta)$ приведены на рис. 2.24.

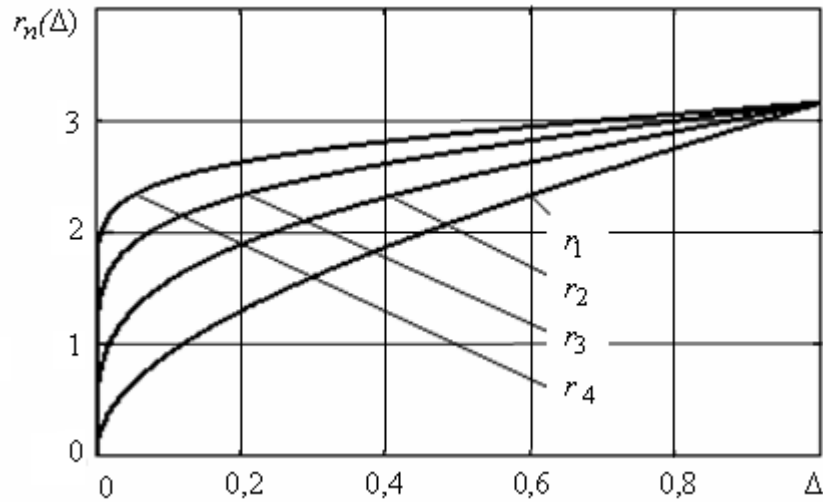


Рис. 2.24. Длины промежутков с погрешностью аппроксимации, не превышающей Δ

Как видим на рис. 2.24, длина промежутка, на котором погрешность аппроксимации не превышает Δ , резко возрастает с увеличением n в области достаточно малых значений погрешности Δ . Этот факт говорит о быстрой сходимости предложенного метода и является его положительной особенностью.

Для количественной оценки изменения длины этого промежутка выведем приближенную зависимость для функции $\Delta r(n, \Delta) = r_n - r_{n-1}$. С этой целью используем соотношение $r_n - r_{n-1} = 2(x_{n-1} - x_n)$, где $x_n = \arcsin((2/\pi) \cdot x_{n-1})$, $x_1 = \arcsin(1 - \Delta)$. Тогда $r_n - r_{n-1} = 2(x_{n-1} - \arcsin((2/\pi) \cdot x_{n-1}))$. Раскладывая $\arcsin((2/\pi) \cdot x_{n-1})$ в ряд Маклорена и учитывая достаточную малость значений x_{n-1} , приближенно получим $r_n - r_{n-1} \approx (2/\pi) \cdot (\pi - 2) \cdot x_{n-1}$. Тогда $r_n - r_{n-1} \approx (2/\pi)^{n-1} \cdot (\pi - 2) \cdot \arcsin(1 - \Delta)$.

Укажем некоторые свойства предложенной аппроксимации (2.2).

Свойство 1. Максимальная величина разности длин промежутков $r_n - r_{n-1}$ не зависит от n и находится по соотношению:

$$\max_{\Delta \in [0,1]} (r_n - r_{n-1}) = \sqrt{\pi^2 - 4} - 2 \arcsin \sqrt{1 - 4/\pi^2}, n - 1 \in N.$$

Доказательство.

Основываясь на ранее полученном соотношении $r_n - r_{n-1} = 2(x_{n-1} - \arcsin((2/\pi) \cdot x_{n-1}))$, $n-1 \in N$, найдем производную

$$\frac{d(r_n - r_{n-1})}{d\Delta} = -2^{n-1} \cdot \left(\sqrt{\pi^2 - 4x_{n-1}^2} - 2 \right) / \sqrt{\prod_{i=1}^{n-1} (\pi^2 - 4x_i^2) (1 - (1 - \Delta)^2)}.$$

Точки $x_{n-1} = x_{n-2} = \dots = x_1 = \pi/2$ являются точками минимума, в которых $r_n - r_{n-1} = 0$. В случае $\Delta = 1$ также имеем $r_n - r_{n-1} = 0$. Точки $x_{n-1} = \sqrt{(\pi^2/4) - 1}$ являются точками максимума и не зависят от n . Тогда получим, что

$$\max_{\Delta \in [0, 1]} (r_n - r_{n-1}) = \sqrt{\pi^2 - 4} - 2 \arcsin \sqrt{1 - 4/\pi^2}. \blacksquare$$

Для справки укажем, что $\max_{\Delta \in [0, 1]} (r_n - r_{n-1}) \approx 0,661$.

Свойство 2. Максимальная величина разности значений функций $f_n(x) - f_{n-1}(x)$ не зависит от n и находится по соотношению:

$$\max_{x \in [0, \pi]} (f_n(x) - f_{n-1}(x)) = (\sqrt{\pi^2 - 4} - 2 \arccos(2/\pi)) / \pi, n-1 \in N.$$

Доказательство аналогично доказательству свойства 1.

Также для справки укажем, что $\max_{x \in [0, \pi]} (f_n(x) - f_{n-1}(x)) \approx 0,211$.

Свойство 2 показывает, что последовательность аппроксимирующих функций $f_n(x)$ (2) не сходится по Коши, то есть не является фундаментальной, так как $\exists \varepsilon > 0 \forall n^* \in N \exists n, m > n^*$, что $\max_{x \in [0, \pi]} |f_n(x) - f_m(x)| > \varepsilon$. В качестве ε можно взять, например, число 0,1, положив $m = n^* + 1$, $n = n^* + 2$.

Полученные соотношения можно использовать для оценки погрешности аппроксимации в решении прикладных задач.

2.3 Аппроксимации других типов кусочно-линейных функций.

Численная проверка предложенных методов

В последовательности аппроксимирующих функций (2.2) в качестве постоянного множителя использовалось число $\pi/2$, но возможно взять и другой множитель, который может быть и переменным. Вместо синуса в предложенном методе аппроксимации может быть использован косинус и другие тригонометрические функции, а также их комбинации. Например, используя последовательность рекурсивных функций

$$\left\{ f_n(x) \left| \begin{array}{l} f_n(x) = \cos(\varphi_n(x)), \varphi_n(x) = (\pi/2) \cdot \sin(\varphi_{n-1}(x)), \varphi_1(x) = x, \\ n-1 \in N \end{array} \right. \right\} \subset C^\infty[-\pi, \pi],$$

можно аппроксимировать кратковременные импульсы. График одной функции из такой последовательности представлен на рис. 2.25.

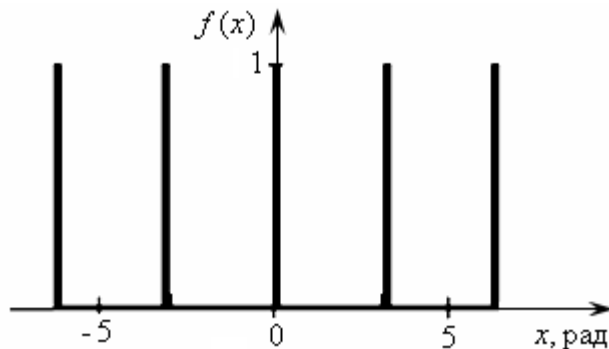


Рис. 2.25. График аналитической функции, аппроксимирующей кратковременные импульсы и ударные воздействия

Эти функции могут быть использованы для математических моделей, описывающих передачу кратковременных сигналов, механические системы с ударными взаимодействиями и т.д. Заметим, что, несмотря на импульсный (существенно нелинейный) вид графиков таких функций, они являются непрерывными аналитическими функциями и допускают применение аналитических методов. Погрешность приближения при этом в пространствах $L_1[-\pi, \pi]$ и $L_2[-\pi, \pi]$ может быть сколь угодно малой.

Предложенные методы аппроксимации позволяют также аппроксимировать ступенчатые функции с разной длиной промежутков, соответствующих положительным и отрицательным значениям исходной ступенчатой зависимости. Например, если в качестве начальной функции мы возьмем $f_1(x) = -0,7 + \sin x$, то, используя аппроксимирующую процедуру (2.2), мы получим последовательность функций, графики которых изображены на рис. 2.26.

Заметим при этом, что можно построить аппроксимации для ступенчатых функций с любым соотношением промежутков, соответствующих положительным и отрицательным значениям исходной ступенчатой функции.

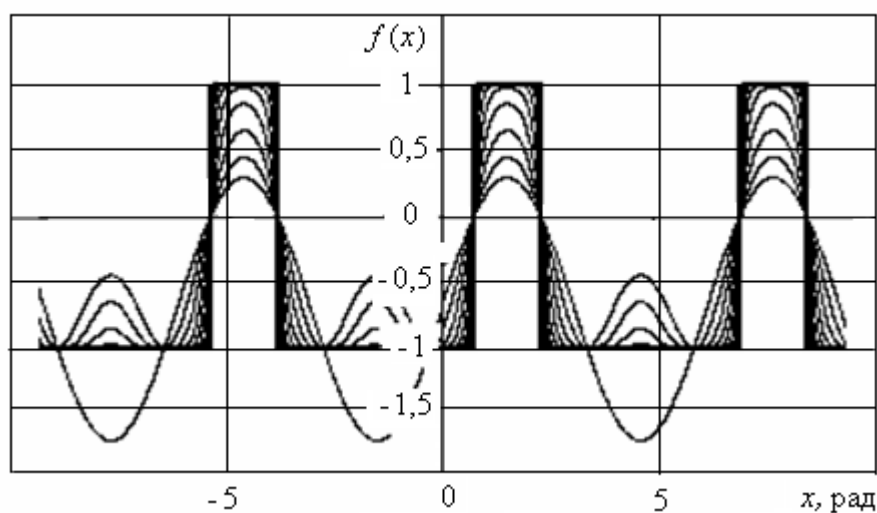


Рис. 2.26. Аппроксимация периодической ступенчатой функции с различной длиной промежутков знакопостоянства функции

На рис. 2.27 приводятся примеры аппроксимации неперiodических ступенчатых функции с помощью предложенной процедуры.

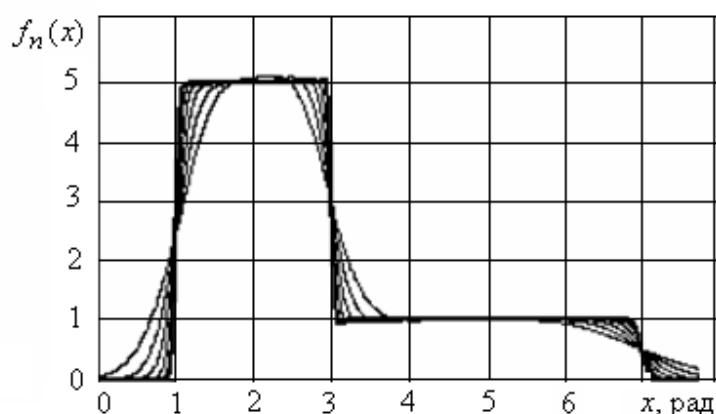
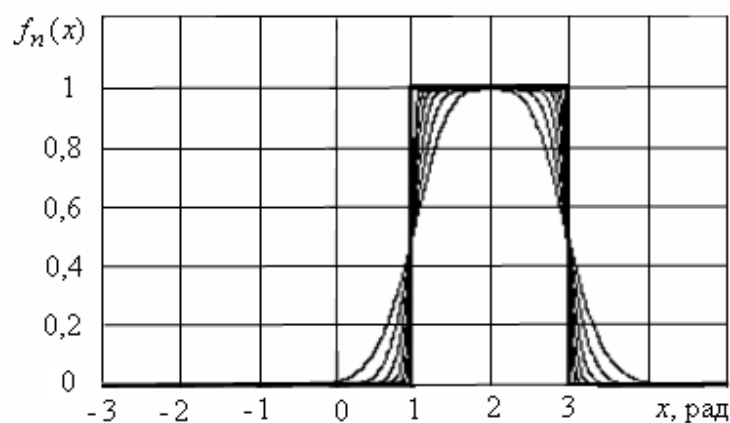


Рис. 2.27. Примеры аппроксимации ступенчатых неперидических функций

В некоторых случаях для более точной аппроксимации исходной функции с помощью предложенных методов нет смысла доводить аппроксимирующую функцию до положения близкого к предельному. Оптимальной аппроксимацией может оказаться зависимость, занимающая промежуточное положение между двумя соседними членами $f_n(x)$ и $f_{n+1}(x)$ последовательности рекурсивных функций (2.2). В таких случаях аппроксимирующую функцию можно представить в виде $f(x) = \alpha \cdot f_n(x) + \beta \cdot f_{n+1}(x)$, где $\alpha + \beta = 1$. Иллюстрацией к подобным случаям могут служить графики, изображенные на рис. 2.28. Здесь кривая 1 соответствует функции $f_2(x) = \sin((\pi/2) \cdot \sin(x))$, кривая 2 — функции $f_3(x) = \sin((\pi/2) \cdot \sin((\pi/2) \cdot \sin(x)))$. Пунктирная линия 3 соответствует промежуточной функции $f(x) = 0,4f_2(x) + 0,6f_3(x)$.

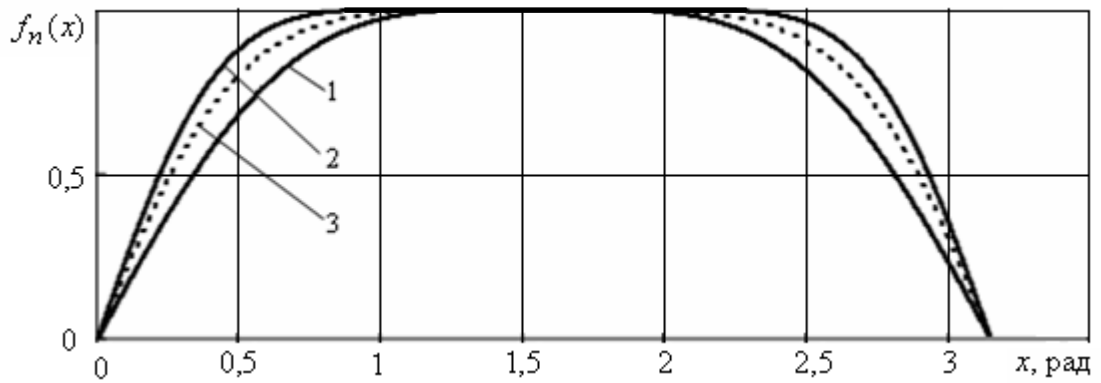


Рис. 2.28. Построение промежуточных аппроксимирующих функций

В данном параграфе предлагаются также и некоторые другие методы аппроксимации ступенчатых функций. Например, функцию $f(x) = ((P-1)/A(x))\cos((\pi/2)x)$, где $A(x) = (P^2 - (P-1)^2 \sin^2((\pi/2)x))^{1/2}$, при достаточно больших значениях параметра P можно использовать для аппроксимации ступенчатых функций. На рис. 2.29 изображен график этой функции при $P=10000$.

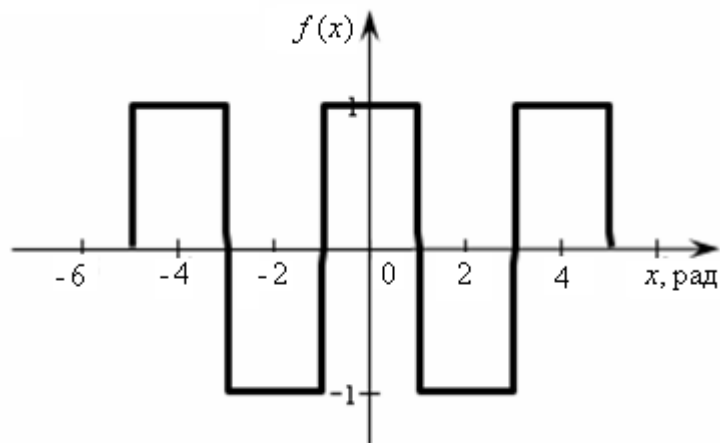


Рис. 2.29. Пример аппроксимации ступенчатой функции

Предложенные методы аппроксимации с помощью последовательности рекурсивных функций вида (2.2) могут быть использованы не только для ступенчатых, но и для кусочно-линейных функций общего вида, что значительно расширяет область применения рассмотренных аппроксимирующих процедур.

Рассмотрим, например, кусочно-линейную функцию вида

$$f(x) = \begin{cases} a_1x + b_1, & x \in [0, x_1]; \\ a_2x + b_2, & x \in [x_1, x_2]. \end{cases} \quad (2.4)$$

Здесь $a_1, a_2, b_1, b_2, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, 0 < x_1 < x_2$.

Из условия непрерывности функции в точке x_1 найдем $x_1 = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}$.

Обозначим $\lambda = \max\{x_1, x_2 - x_1\}$, тогда частотный коэффициент ν для аппроксимирующей функции может быть подсчитан по формуле $\nu = \frac{\pi - \delta}{\lambda}$, где $\delta = 0, 2 \dots 0, 4$.

Введем обозначения $A(x) = \sin(\nu \cdot (x - x_1))$, $B = \sin((\pi/2) \cdot x)$. Тогда аппроксимирующую функцию для кусочно-линейной функции (2.4) можно построить так

$$y(x) = 0,5 \cdot ((a_1 + a_2) \cdot x + b_1 + b_2 + ((a_2 - a_1) \cdot x + b_2 - b_1) \cdot B(B(B(B(B(A(x))))))). \quad (2.5)$$

Так для функции $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \in [0, 2/3]; \\ 4x - 4, & x \in [2/3, 1, 3] \end{cases}$ аппроксимирующая функция

примет вид $y(x) = x - 2 + (3x - 2) \cdot B(B(B(B(B(A(x))))))$. Графики этих функций, построенные с помощью компьютерной программы, изображены на рис. 2.30. График исходной функции построен с помощью логического оператора $if(x < x_1, a_1x + b_1, a_2x - b_2)$, который в случае нашей конкретной функции приобретает вид $if(x < 2/3, -2x, 4x - 4)$. Как видим, графики исходной кусочно-линейной функции и ее аппроксимации в заданном масштабе полностью сливаются.

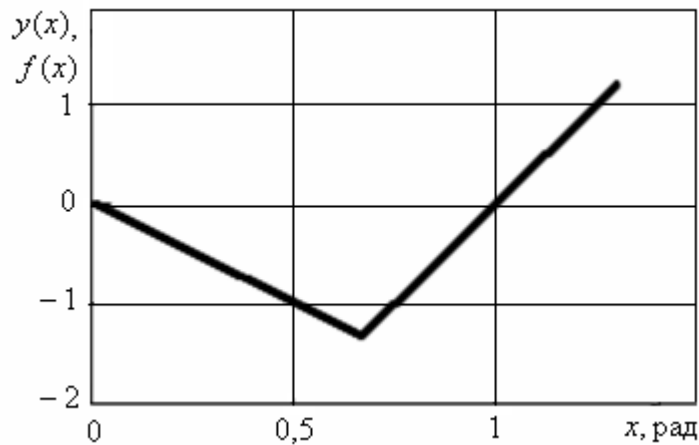


Рис. 2.30. Графики кусочно-линейной функции и ее аппроксимации

Для более точной детализации погрешности аппроксимации построим графики исходной функции и ее аппроксимации в окрестности угловой точки в большем масштабе (рис. 2.31). Здесь утолщенная линия соответствует исходной кусочно-линейной функции, тонкая линия — аппроксимации исходной функции. Как видим погрешность аппроксимации относительно небольшая. Кроме того, погрешность аппроксимации можно снизить до сколь угодно малой величины, увеличивая в аппроксимирующей зависимости число вложенных функций.

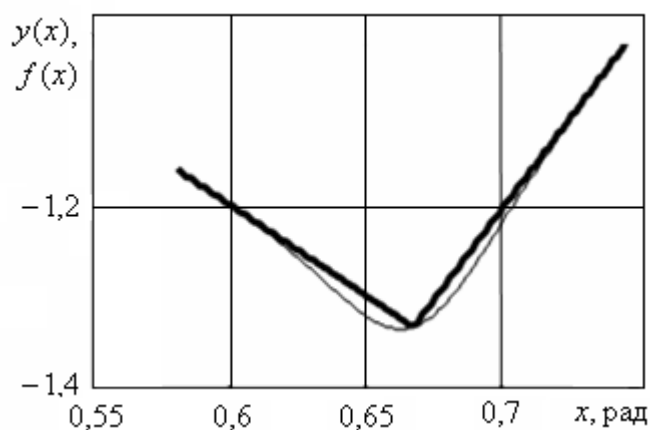


Рис. 2.31. Графики кусочно-линейной функции и ее аппроксимации в окрестности угловой точки

Более того, с помощью предложенной процедуры можно аппроксимировать не только кусочно-линейные непрерывные функции, но и кусочно-линейные функции с неустранимыми разрывами первого рода. Например, на рис. 2.32 приводятся графики функции $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \in [0, 0,4); \\ 4x - 4, & x \in [0,4, 1] \end{cases}$ (утолщенная линия) и ее аппроксимации

$$y(x) = x - 2 + (3x - 2) \cdot B(B(B(B(B(A(x))))))) \quad (\text{тонкая линия}), \quad \text{где}$$

$$A(x) = \sin(\nu \cdot (x - 0,4)), \quad B = \sin((\pi/2) \cdot x).$$

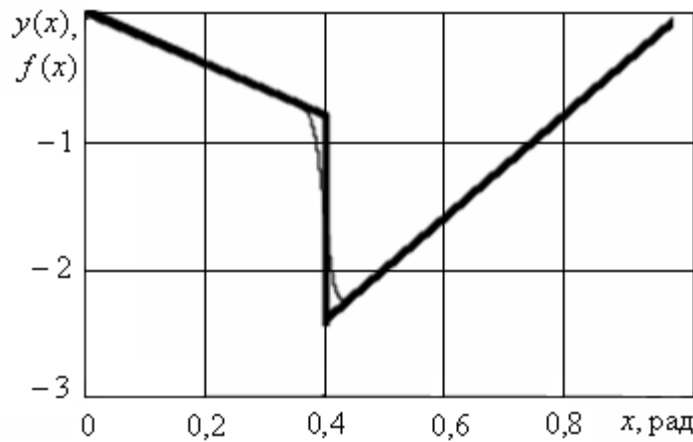


Рис. 2.32. Пример аппроксимации разрывной кусочно-линейной функции

Как и в предыдущем примере, погрешность аппроксимации может быть сколь угодно малой при увеличении числа вложенных тригонометрических функций в аппроксимирующей зависимости.

Заметим, что число точек разрывов кусочно-линейных функций принципиально не влияет на возможность аппроксимации этих функций предложенными методами.

Для аппроксимации кусочно-линейных функций в данном параграфе предлагаются, наряду с рассмотренными, и другие аналитические зависимости. Так, например, аналитические функции: $f_1(x) = (2/\pi) \arcsin((1 - (1/P)) \sin((\pi/2)x))$ и $f_2(x) = (2/\pi) \arcsin((1 - (1/P)) \sin((\pi/2)xf(x)))$,

где $f(x) = ((P-1)/A(x))\cos((\pi/2)x)$, $A(x) = (P^2 - (P-1)^2 \sin^2((\pi/2)x))^{1/2}$, можно использовать для аппроксимации пилообразных кусочно-линейной функций при достаточно больших значениях параметра P . График первой из этих функций при $P=10000$ изображен на рис. 2.33, график второй функции при том же значении P — на рис. 2.34.

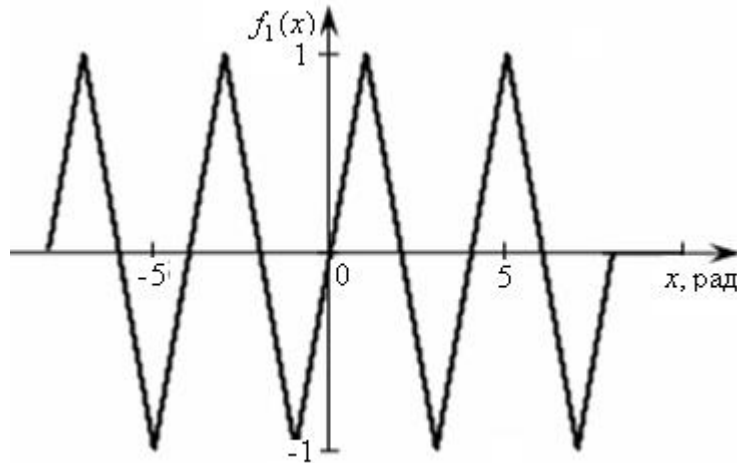


Рис. 2.33. Пример аппроксимации пилообразной функции

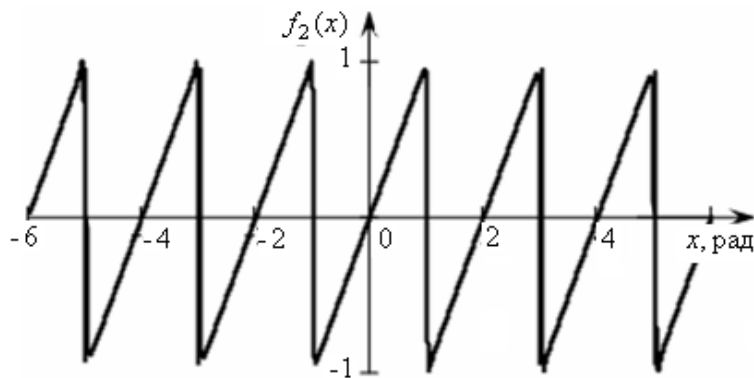


Рис. 2.34. Пример аппроксимации пилообразной функции
с наклонными зубьями

Для аппроксимации функции $f(x) = |x|$ можно использовать такие аналитические функции, как $f(x) = (B^2(x) + 2P)/2PB(x)$ и $f(x) = x + 2/B(x)$,

где $B(x) = Px + ((Px)^2 + 2P)^{1/2}$.

Механическим аналогом предложенных аппроксимаций может выступать последовательность синусных механизмов [149]. Например, на рис. 2.35 изображена последовательность синусных механизмов в положении, соответствующем аппроксимации (2.2).

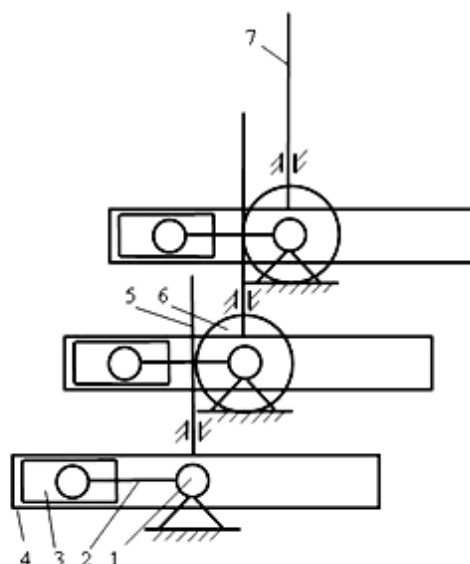


Рис. 2.35. Механический аналог аппроксимации ступенчатой функции

Здесь 1 обозначает ведущий вал, 2 – кривошип, 3 – ползун, 4 – кулиса, 5 – зубчатая рейка, 6 – зубчатое колесо. Далее последовательность звеньев повторяется (может повторяться несколько раз). Звено 7 соответствует выходному звену, которое через зубчатую шестерню может быть связано с ведомым валом.

Механизм, изображенный на рис. 2.35, преобразует равномерное вращательное движение ведущего вала 1 в прерывистое (с любой степенью точности) возвратно-поступательное или колебательное движение выходного звена. Причем различные взаимные положения кривошипов и различные соотношения размеров кривошипов и зубчатых колес позволяют моделировать различные законы движений выходного звена, соответствующие рассмотренным аппроксимациям ступенчатых функций (движения с остановками, импульсные движения и т.д.). Подобный механизм можно применить, например, как механизм протяжки в лентопротяжной аппаратуре для обеспечения более качественного вы-

полнения процесса. Также возможно применение подобного механизма в импульсных вариаторах для достижения более равномерного движения выходного вала, так как колебательные процессы происходят не по синусоиде, а по кривым с приближенным к постоянной величине участкам.

Предложенный метод аппроксимации позволяет получать функции, которые можно применить, например, при проектировании и изготовлении зубчатых колес и шлицевых соединений. На рис. 2.36 приводится результат построения зубчатого профиля в компьютерной программе MathCAD. За основу построения профиля была взята функция $r(\varphi) = A + a \cdot \sin((\pi/2) \cdot \sin(n\varphi))$, где A – радиус делительной окружности, a – высота головки зуба, n – число зубьев, r и φ – соответственно полярный радиус и полярный угол.

Пример компьютерной программы для построения зубчатого профиля с помощью предложенной аппроксимирующей процедуры приводится в Приложении 1.

Изменяя число вложенных тригонометрических функций, используемых для аппроксимации, и варьируя их параметры можно получать зубчатые профили и шлицевые соединения повышенной надежности по сравнению с эвольвентными и, в отличие, например, от прямоугольных шлицев, не имеющими значительных концентраторов напряжений.

Отметим возможность использования разработанных методов и для аппроксимации непериодических ступенчатых функций. В этом случае период аппроксимирующих функций должен быть достаточно большим, покрывающим область возможных значений аргумента аппроксимируемой функции исследуемого реального процесса.

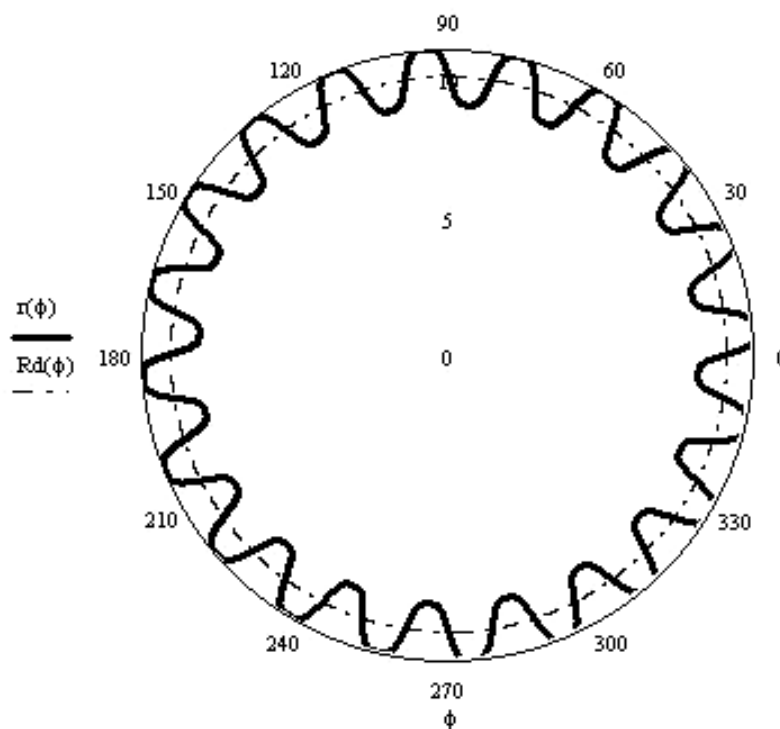


Рис. 2.36. Построение зубчатого профиля с помощью аппроксимации ступенчатых функций

Численную проверку предложенных методов аппроксимации кусочно-линейных функций в данном параграфе проведем на примере нелинейной характеристики адаптивной подвески автомобиля. В дальнейших параграфах диссертации будет проведена численная проверка этих методов на примерах инерционно-бесступенчатых передач и механизмов свободного хода.

В современных автомобилях, как правило, устанавливают активную (адаптивную) подвеску, в которой упругие элементы имеют кусочно-линейную характеристику жесткости. Такие подвески могут автоматически подстраиваться под неровности дороги и режимы движения автомобиля, что позволяет значительно повысить его удобство управления и комфортность движения. Нелинейная характеристика жесткости подвески может обеспечиваться, например, установкой нескольких пружин различной жесткости или установкой одной пружины с переменным шагом навивки (рис. 2.37). Возможны и другие варианты осуществления нелинейной характеристики подвески.

Кусочно-линейная зависимость усилия деформации от ее величины затрудняет теоретические исследования таких подвесок, так как требует проводить исследования по участкам с последующим согласованием участков [150]. Выходом из положения может служить аппроксимация кусочно-линейной характеристики жесткости подвески аналитической зависимостью.



Рис. 2.37. Примеры выполнения пружинных подвесок автомобиля переменной жесткости

Рассмотрим, например, характеристику жесткости подвески, которая описывается кусочно-линейной зависимостью, состоящую из двух участков:

$$f(x) = \begin{cases} 0,5x, & x \in [0, 8/3); \\ 2x - 4, & x \in [8/3, 5,5]. \end{cases}$$

В этом параграфе было показано, что функцию такого вида можно аппроксимировать предложенной зависимостью (2.5), которая в нашем случае будет иметь вид

$$y(x) = 0,5 \cdot (2,5 \cdot x - 4 + (1,5 \cdot x - 4) \cdot B(B(B(B(B(A(x)))))))) .$$

В Приложении 2 приводится пример компьютерной программы для численного построения графиков исследуемой характеристики жесткости подвески и ее аппроксимации. Построенные графики представлены на рис. 2.38.

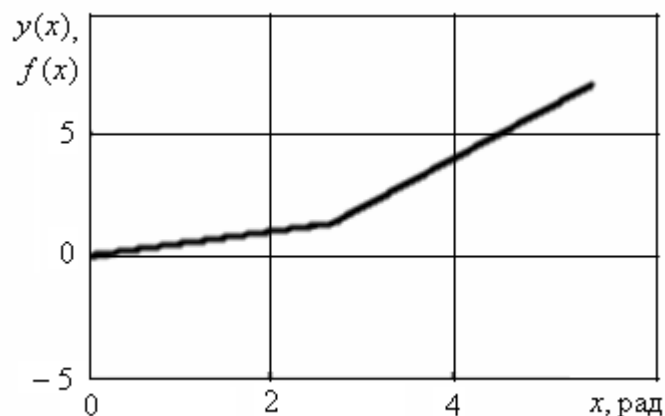


Рис. 2.38. Пример аппроксимации кусочно-линейной характеристики пружинной подвески автомобиля

Как видим, какие-либо различия между исходной функцией и ее аппроксимацией на графиках не просматриваются вообще, что может свидетельствовать о хорошей сходимости предложенных методов.

Заметим, что в Приложении 2 также приводится пример аппроксимации разрывной кусочно-линейной функции.

Как показали проведенные исследования, разработанные методы аппроксимации периодических и непериодических кусочно-линейных функций несомненно являются перспективными и обладают целым рядом преимуществ. Эти методы отличаются быстрой сходимостью и низкой погрешностью аппроксимации. Как и ряды Фурье, эти методы могут быть основаны на использовании хорошо изученных тригонометрических функций, имеющих хорошую реализацию в прикладных компьютерных программах. Сохраняя в этом отношении положительные качества рядов Фурье, новые методы лишены их недостатков и могут найти широкое применение в решении прикладных задач. Разработанные методы характеризуются полным отсутствием отрицательных последствий эффекта Гиббса. Отсутствует также волнообразный характер приближения на прямолинейных участках исходной кусочно-линейной функции даже при небольшом числе используемых для аппроксимации вложенных функций. Дока-

занные теоремы и свойства, касающиеся вопросов сходимости и погрешности разработанных методов аппроксимации подтвердили все положительные стороны этих методов.

Разработанные методы в данной диссертации используются для математического моделирования и изучения динамики инерционных бесступенчатых передач и механизмов свободного хода. Но возможные приложения разработанных методов значительно выходят за рамки данной диссертации. В работах [113-115] приводятся примеры их применения для решения медико-биологических проблем, восстановления изношенных и поврежденных профилей звуконосителей различных типов, передачи электро- и радиосигналов и во многих других областях. Поэтому можно с уверенностью говорить об универсальности этих методов.

Заметим также, что предложенные аппроксимирующие функции являются непрерывными и аналитическими и даже в большей степени, чем ступенчатые функции, отвечают реальным процессам, так как в действительности даже скачкообразные процессы происходят хоть и за короткие, но не нулевые промежутки времени. Так, например, мгновенное изменение скорости материального объекта требует бесконечной энергии, что невозможно реализовать на практике. Заметим, что широко распространенные аппроксимирующие функции на основе сплайнов [151] аналитическими не являются. Сглаживая скачкообразные изменения функции, предложенные методы аппроксимации приближают математические модели к реальности, способствуя более глубокому пониманию закономерностей окружающего нас мира.

2.4 Обобщенные функции в задачах математического моделирования инерционных бесступенчатых передач

Обобщенные функции были введены в связи с задачами физики и математики, появившимися в двадцатом столетии и потребовавшими нового осознания понятия функции. К таким задачам относятся задачи по определению плот-

ности точечной массы, интенсивности точечного заряда и точечного диполя, задачи квантовой теории поля и многие другие. В настоящее время обобщенные функции широко применяются в самых разнообразных областях исследований [152]. В рамках данной работы обобщенные функции могут быть применены для описания динамических систем с импульсными характеристиками и ударными воздействиями.

Обобщенные сингулярные функции значительно отличаются от обычных функций. Примером сингулярной обобщенной функции может служить дельта-функция или функция Дирака. Во многих практических приложениях эти необычные функции используют в качестве чисто абстрактных математических построений, полностью оторванных от их физического понимания и реального содержания. Такой подход представляется не верным. Формальное применение обобщенных функций, как чисто математических абстракций, лишает исследователя опоры на реальность, отрывает исследователя от сущностной основы изучаемых процессов и явлений.

Для преодоления такой негативной тенденции необходимо выработать подходы, помогающие установить связи между абстрактными математическими понятиями, в частности, обобщенными функциями, и реальным смыслом описываемых ими объектов. Для лучшего понимания обобщенных функций и осознанного решения на их основе практических задач можно воспользоваться аппроксимациями этих функций. Приведем, например, следующее высказывание [153]: «Ясно, что, определяя дельта-функцию, мы вводим в рассмотрение совсем новый объект, не похожий ни на один из тех, с которыми нам ранее приходилось встречаться (вот уж когда нашу функцию никак нельзя назвать «аналитической»). Однако описание этого нового объекта не выглядит сложно и оно не должно нас смущать. Ведь, скажем, и число $\sqrt{2}$, с которым математикам столь часто приходится иметь дело, с точки зрения арифметики настоящим числом не является: оно задается не точным своим значением, а лишь совокупностью приближений 1; 1.4; 1.41; 1.414; 1.4142; ... к этому числу (которые, впрочем, характеризуют $\sqrt{2}$ достаточно полно для того, чтобы мы могли сво-

бодно этим числом пользоваться). Аналогично и функция $\delta(x)$ задается не точными своими значениями, а лишь приближениями к ней”.

В данной работе предлагаются новые методы аппроксимации обобщенных функций и их производных, в частности, дельта-функции аналитическими функциями [113, 117, 119]. Предложенные методы позволяют понять внутреннюю структуру обобщенных функций и их производных, получить осознанное представление о природе обобщенных функций и особенностей их поведения. Осознанное понимание обобщенных функций и их производных позволит решать теоретические и прикладные задачи на более качественном уровне. При решении этих задач могут быть применены разработанные методы аппроксимации.

Известно, что дельта-функция не является функцией в обычном смысле этого слова, она часто определяется функционалам, а в некоторых случаях выражением

$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0, \\ 0, & \forall x \neq 0, \end{cases}$$

причем $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$.

Схематичный график дельта-функции изображен на рис. 2.39а.

Для удобства применения аналитических методов исследований дельта-функцию раскладывают в ряд Фурье.

Введем последовательность ступенчатых функций вида

$$\delta_n(x) = \begin{cases} n/2, & \forall x \in [-1/n, 1/n], \\ 0, & \forall x \notin [-1/n, 1/n]. \end{cases}$$

Нетрудно видеть, что для любого n площадь фигуры под графиком такой ступенчатой функции равна единице.

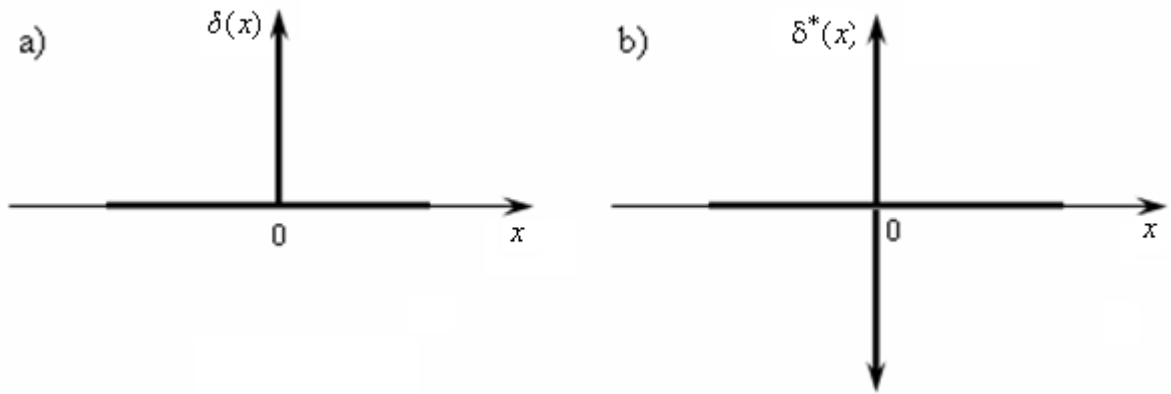


Рис. 2.39. Схематичные графики дельта-функции и ее аппроксимации рядами Фурье

Найдем значения коэффициентов ряда Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \delta_n(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-1/n}^{1/n} \frac{n}{2} dx = \frac{1}{\pi};$$

$a_k = 0$, в силу четности функции;

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \delta_n(x) \cos kx dx = \frac{1}{\pi} \int_{-1/n}^{1/n} \frac{n}{2} \cos kx dx = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{2}{n} \cos(kx^*) = \frac{\cos(kx^*)}{\pi},$$

$$x^* \in [-1/n, 1/n],$$

в силу теоремы о среднем значении определенного интеграла.

Так как дельта-функция $\delta(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n(x)$ и, замечая, что $x^* \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$, найдем

$$b_k = \frac{1}{\pi}.$$

Следовательно, разложение дельта-функции в ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$ имеет вид

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \cos(kx).$$

Для конечного ряда имеем приближенное соотношение

$$\delta(x) \approx \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \cos(kx).$$

График приближения дельта-функции рядом Фурье при $n=1000$ изображен на рис. 2.40.

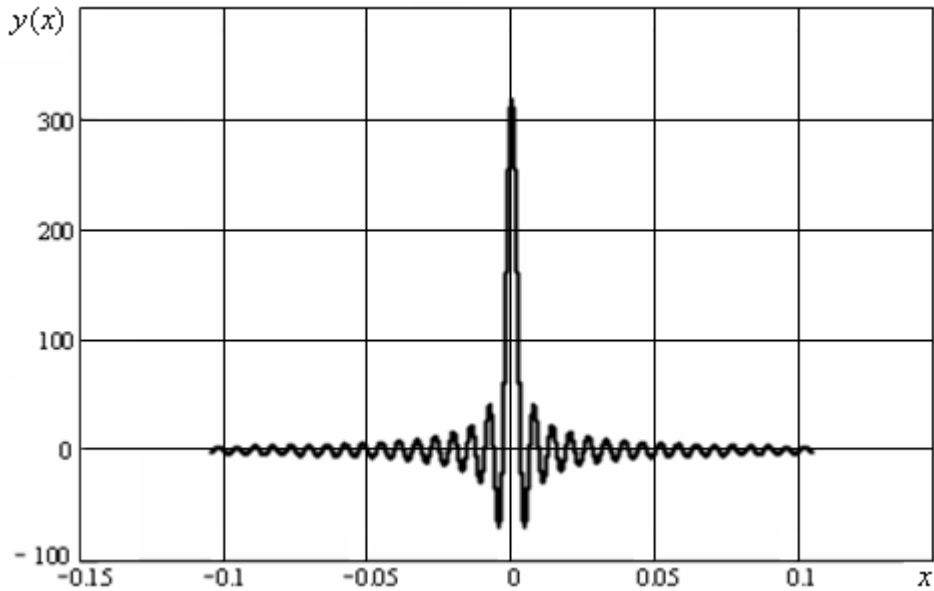


Рис. 2.40. График частичной суммы ряда Фурье

Понятно, что выбранный отрезок $[-\pi, \pi]$ не снижает общности наших рассуждений. С помощью замены переменной мы всегда можем обобщить наши результаты на произвольный отрезок.

Сравнение графиков (рис. 2.39а и 2.40) показывает, что даже при значительном числе гармоник (в нашем случае $n=1000$) погрешность аппроксимации очень велика. В этом проявляется эффект Гиббса. Например, заметим, что дельта-функция является неотрицательной. Минимальное же значение построенной аппроксимации (рис. 2.40) является отрицательным и составляет $-69,182$. Более того, при бесконечном увеличении числа слагаемых в аппроксимирующем ряде Фурье минимальное значение его суммы стремиться к $-\infty$ (рис. 2.39b), что соответствует доказанному в статьях [113-115] утверждению о возможной бесконечно большой погрешности при аппроксимации с помощью ряда Фурье. Другими словами, аппроксимация рядами Фурье даже при беско-

нечном числе слагаемых (рис. 2.39b) совершенно не отвечает исходной дельта-функции (рис. 2.39a).

Эффекта Гиббса приводит к крайне негативным последствиям использования частичной суммы тригонометрического ряда в качестве аппроксимирующей функции для решения задач математического моделирования, например, при исследовании периодических движений технических систем, импульсных систем, искажений при передаче сигналов, решении задач квантовой теории поля, и т.д.

Существование эффекта Гиббса при аппроксимации функций тригонометрическими выражениями также заставляет критически относиться к доказательству некоторых важных теорем. В частности, при доказательстве теоремы Найквиста [154] для аппроксимации функций применяется так называемый интегральный синус, определяемый выражением

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

На основе интегрального синуса для доказательства теоремы строят функцию $Si(T(\omega + \omega_1)) - Si(T(\omega - \omega_1))$, где ω — аргумент, T, ω_1 — некоторые параметры. При этом утверждается, что с увеличением T эта функция стремится к пределам, изображенным на рис. 2.41a, то есть, цитируем дословно, равна нулю при $\omega > \omega_1$ и равна π при $\omega < \omega_1$.

На самом деле это не так. График предельной функции будет иметь вид, изображенный на рис. 2.41b). То есть при любых, даже сколь угодно больших, но конечных значениях параметра T всегда найдутся такие $\omega < \omega_1$, для которых значения построенной функции будут отличны от π , и всегда найдутся такие $\omega > \omega_1$, для которых ее значения будут отличны от нуля. Причем важно заметить, что указанная разница с увеличением T не стремится к нулю, а стремится к некоторому числу, отличному от нуля, приближенно равному 0,281, то есть составляющему достаточно большую величину. Поэтому теорема требует внимательного пересмотра.

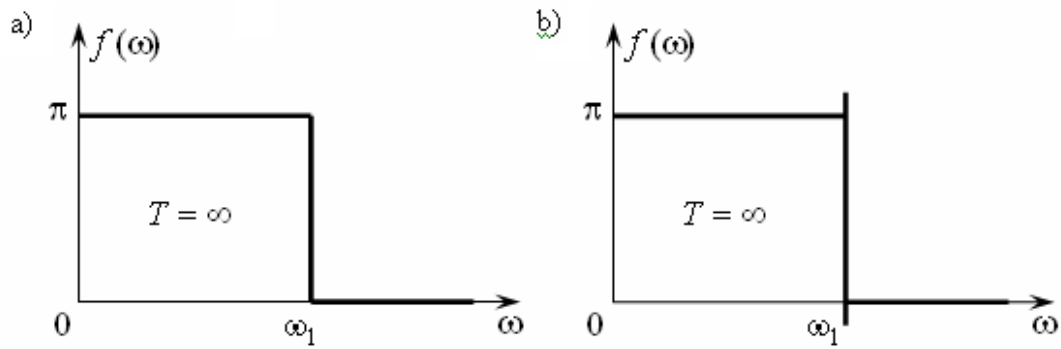


Рис. 2.41. Графики предельной функции в теореме Найквиста

В практике использования обобщенных функций и их аппроксимаций рядами Фурье отмеченные погрешности приводят к искажениям в отражении реальных процессов, которые могут быть значительным.

Смысл сингулярных обобщенных функций можно понять, основываясь на их приближениях, воспринимая обобщенную функцию как предел некоторой аппроксимирующей последовательности обычных функций. Например, как отмечалось, дельта-функцию можно рассматривать как предел последовательности ступенчатых функций. Однако использование последовательности ступенчатых функций не позволяет в должной мере осуществить представление производных дельта-функции, которые, в свою очередь, также являются обобщенными функциями. Проблема заключается в том, что ступенчатые функции имеют точки разрывов, в которых они не являются дифференцируемыми в математическом смысле. Поэтому для представления производных дельта-функции нужно воспользоваться аппроксимирующей последовательностью аналитических функций, имеющих производные любого порядка.

Для построения такой последовательности воспользуемся тем фактом, что дельта-функция является производной функции Хевисайда или функции единичного скачка, которая определяется так

$$H(x) = \begin{cases} 1, & \forall x > 0; \\ 0, & \forall x < 0. \end{cases}$$

Автором предложено аппроксимировать функцию Хевисайда последовательностью функций вида $H_n(x) = 0,5(1 + f_n(x))$, где последовательность рекурсивных функций $f_n(x)$ определяется соотношением

$$\{ f_n(x) \mid f_n(x) = \sin((\pi/2) \cdot f_{n-1}(x)), f_1(x) = \sin x; n-1 \in \mathbb{N} \} \subset C^\infty[-\pi/2, \pi/2].$$

Например, на рис. 2.42 показаны графики трех последовательных приближений

$$H_9(x) = 0,5(1 + \sin(A(A(A(A(A(A(A(A(x)))))))))),$$

$$H_{10}(x) = 0,5(1 + \sin(A(A(A(A(A(A(A(A(A(x)))))))))),$$

$$H_{11}(x) = 0,5(1 + \sin(A(A(A(A(A(A(A(A(A(A(x)))))))))),$$

где $A(x) = \frac{\pi}{2} \sin x$.

Толщина графика на рис. 2.42 увеличивается по мере увеличения номера аппроксимирующей зависимости.

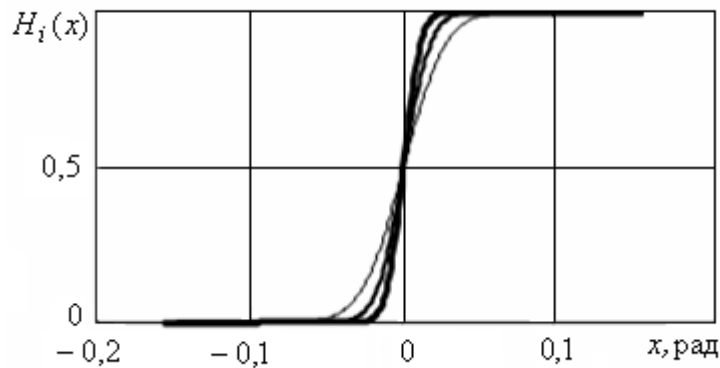


Рис. 2.42. Графики аппроксимаций функции Хевисайда

Находя первые производные приближений функции Хевисайда, мы получим последовательные приближения $\frac{dH_9(x)}{dx}$, $\frac{dH_{10}(x)}{dx}$ и $\frac{dH_{11}(x)}{dx}$ для дельта-функции. Их графики изображены на рис. 2.43.

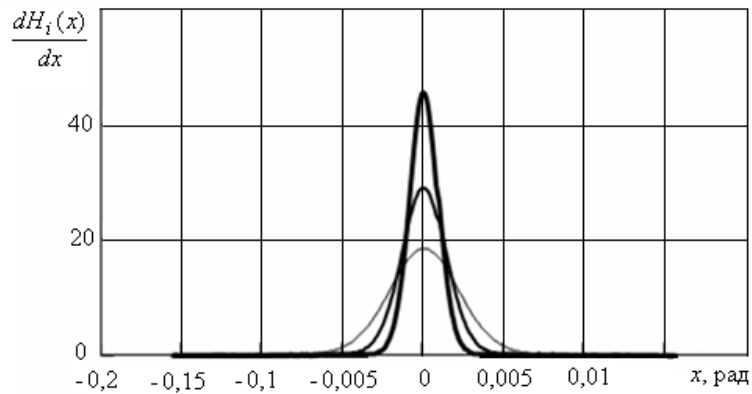


Рис. 2.43. Графики аппроксимаций дельта-функции

При достаточно большом количестве вложенных функций получим аппроксимирующую функцию $\frac{dH_{18}(x)}{dx}$, график которой получен с помощью компьютерной программы MathCAD и изображен на рис. 2.44.

Сравнивая графики на рис. 2.39а, 2.39б, 2.40, 2.43 и 2.44, замечаем, что предложенные методы аппроксимации дают гораздо более точное приближение дельта-функции, чем ряды Фурье. Причем, точность аппроксимации можно повысить до сколь угодно большой степени, увеличивая число вложенных функций. Высоту пика аппроксимации (амплитуду) можно определить по интегральному условию в определении дельта-функции.

Дифференцируя аппроксимирующие функции рассмотренной последовательности $H_n(x) = 0,5(1 + f_n(x))$, получим

$$\frac{dH_n(x)}{dx} = \frac{\pi^{n-1}}{2^n} \prod_{k=1}^{n-1} \cos\left(\frac{\pi}{2} f_k(x)\right) \cdot \cos x.$$

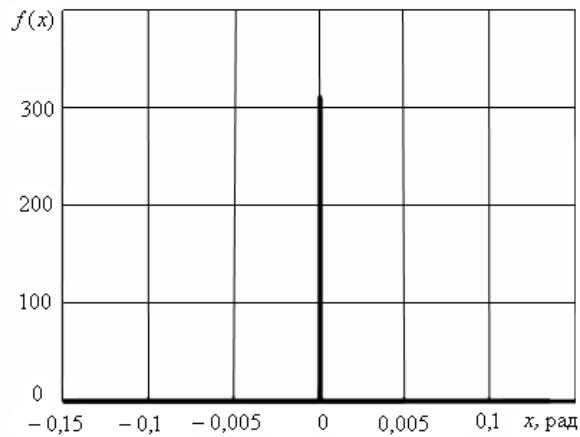


Рис. 2.44. График приближения дельта-функции

Подставляя в полученное выражение для производных $x=0$, с учетом четности δ — функции, найдем значение для высоты пика A_n аппроксимирующих функций $H_n(x)$

$$A_n = \frac{\pi^{n-1}}{2^n} .$$

Так как мы аппроксимировали обобщенные функции аналитическими функциями, то мы можем продифференцировать эти аппроксимирующие функции и найти их производные любого порядка. Тем самым мы можем получить приближения производных обобщенных функций с любой степенью точности. Например, аналогично с тем, как это было сделано для аппроксимации дельта-функции, мы можем построить графики приближений ее производных.

На рис. 2.45 изображены графики последовательных аппроксимаций первой, второй и третьей производных дельта-функции.

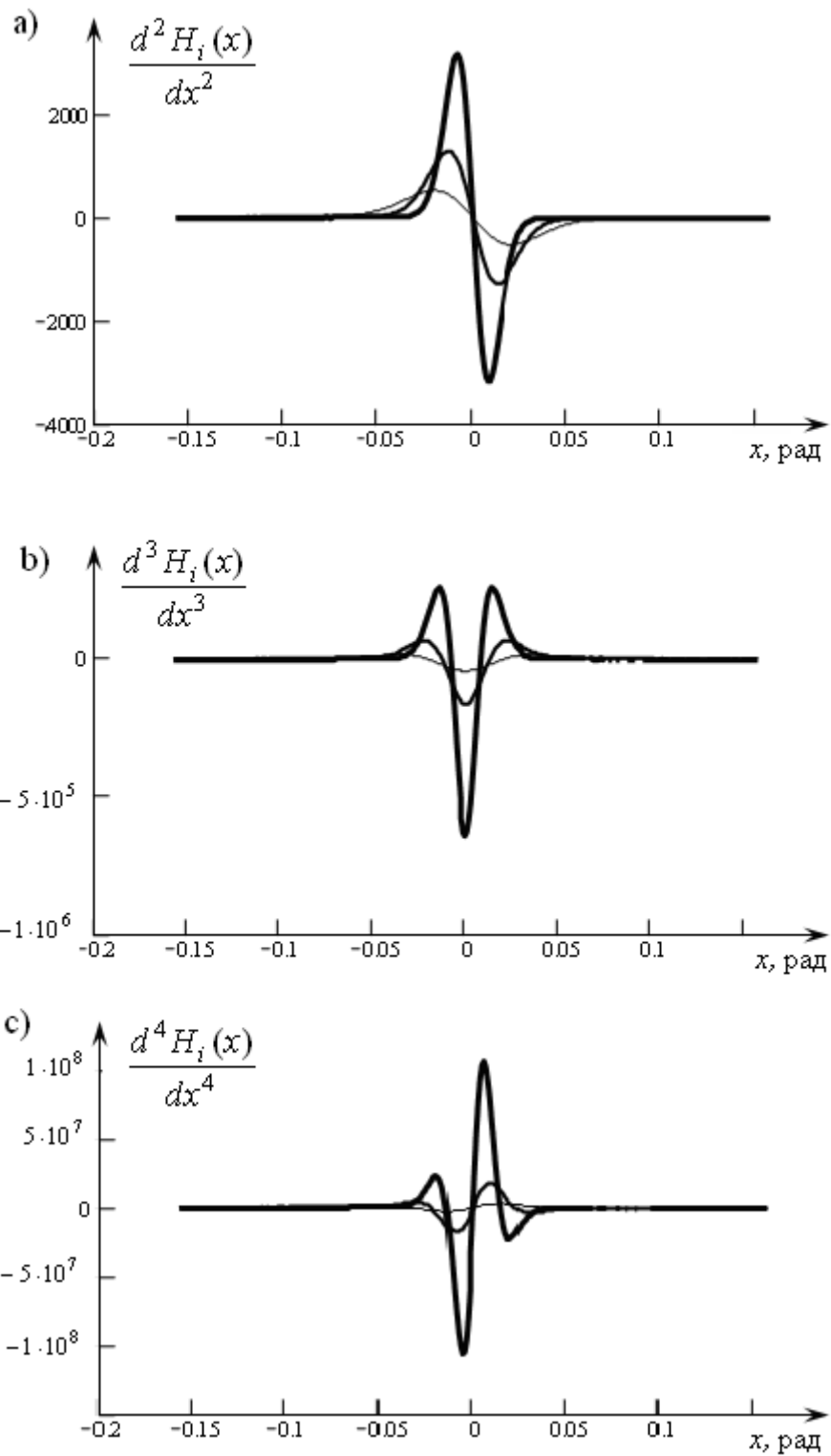


Рис. 2.45. Графики аппроксимаций производных дельта-функции

Таким же образом можно найти и производные более высоких порядков. Например, на рис. 2.46 изображены графики функций, аппроксимирующих четвертую производную дельта-функции.

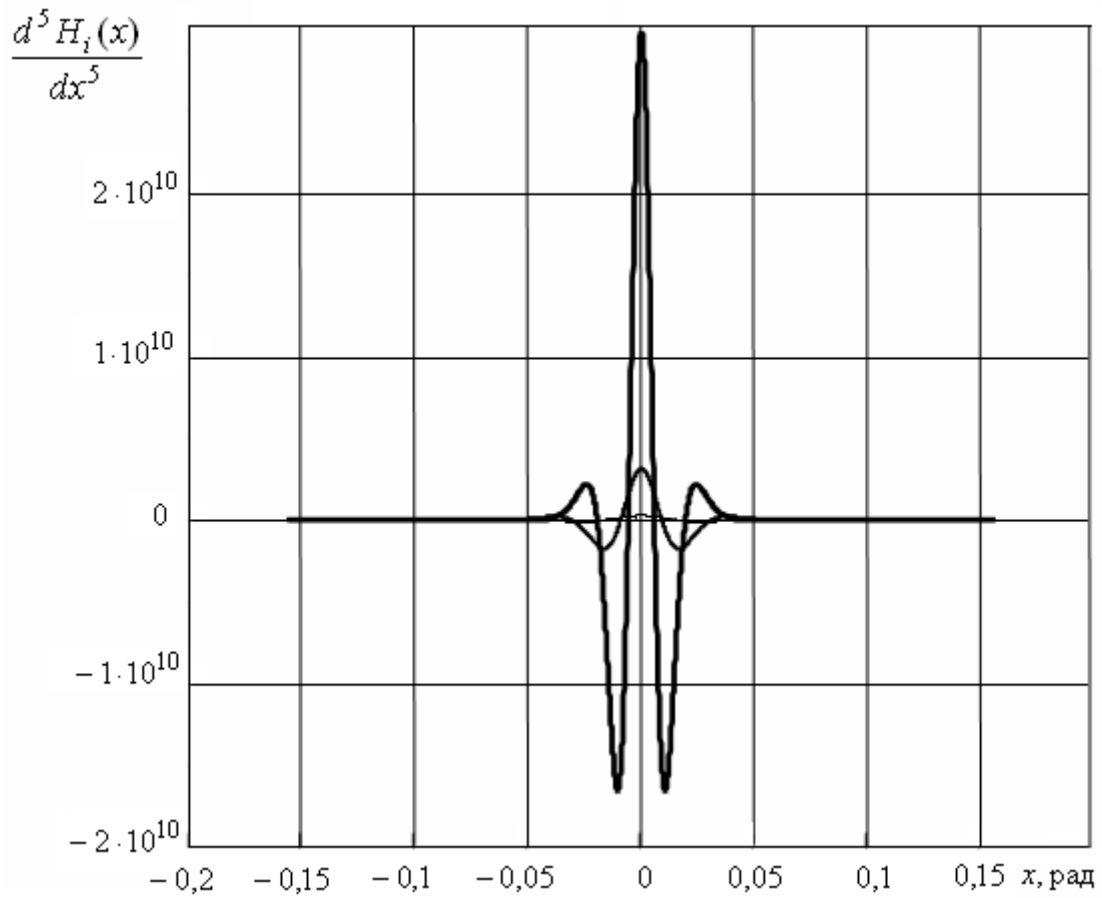


Рис. 2.46. Графики функций, аппроксимирующие четвертую производную дельта-функции

Известно, что можно аппроксимировать дельта-функцию и другими непрерывно дифференцируемыми функциями, например, такими

$$\delta(x, \alpha) = \frac{\alpha}{\pi(\alpha^2 x^2 + 1)}, \quad \alpha \rightarrow \infty,$$

$$\delta(x, \alpha) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \exp(-\alpha^2 x^2), \quad \alpha \rightarrow \infty,$$

$$\delta(x, \alpha) = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{\sin(\alpha x)}{\alpha x}, \quad \alpha \rightarrow \infty,$$

для которых $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \delta(x, \alpha) = 0$ ($x \neq 0$) и $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x, \alpha) dx = 1$.

Аппроксимация дельта-функции с помощью третьей из этих функций не выдерживает никакой критики, так как эта функций имеет не только положительные, но и отрицательные значения. Причем последовательность отрицательных значений не ограничена снизу, то есть погрешность может быть сколько угодно большой. Предельное положение такой функции соответствуют графику, изображенному на рис. 2.39b.

Что касается аппроксимации с помощью первых двух функций, то они позволяют аппроксимировать периодическую дельта-функции лишь в виде суммы $\delta(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - 2\pi k)$, что может быть неудобным для практического использования, тогда как аппроксимирующие функции по предложенному методу являются периодическими по своей природе и позволяют аппроксимировать периодическую дельта-функцию без каких-либо дополнительных построений.

В некоторых случаях для более точной аппроксимации исходной функции с помощью предложенных методов нет смысла доводить аппроксимирующую функцию до положения близкого к предельному. Может оказаться, что одна из функций в последовательности аппроксимирующих функций наиболее точно соответствует реальному процессу. Выбирая подходящую из построенных функций с точки зрения наиболее точного отражения реальности, выполняем требуемую аппроксимацию.

Следует заметить, что, несмотря на то, что рассмотренные методы аппроксимации обобщенных функций были разработаны для целей изучения динамики инерционных передач, предложенные методы являются универсальными. Они могут быть применены для аппроксимации обобщенных функций и их производных в самых разнообразных областях исследований: теории управлений, квантовой теории, теории импульсных воздействий, для передачи и преобразования сигналов, описания сосредоточенных сил, для решения самых разнообразных задач теоретической и экспериментальной физики. Примеры компьютерных программ для реализации предложенных методов аппроксимации функции Хевисайда, δ -функции и ее производных приводятся в Приложении 3.

2.5 Математические модели инерционных бесступенчатых передач

Математические модели инерционных бесступенчатых передач представляют собой системы дифференциальных уравнений, построенных на основе уравнений Лагранжа второго рода [155]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2.6)$$

где $L = L(q_i, \dot{q}_i) = T - \Pi$ – лагранжиан;

T, Π – соответственно кинетическая и потенциальная энергия системы;

q_i, \dot{q}_i – обобщенные координаты и скорости соответственно;

Q_i – обобщенные силы.

За обобщенные координаты при составлении уравнений (2.6) обычно принимают углы поворота ведущего звена α , промежуточного вала β и ведомого вала γ . Такой выбор обусловлен тем, что в подавляющем большинстве случаев нас интересуют входные и выходные кинематические и динамические параметры системы и составляющих её механизмов.

Кинетическая энергия одного из основных механизмов инерционной бесступенчатой передачи – импульсного механизма, находится по выражению [42]:

$$T = \frac{1}{2} A_1 \dot{\alpha}^2 + A_2 \dot{\alpha} \dot{\beta} + \frac{1}{2} A_3 \dot{\beta}^2,$$

где

$$A_1 = J_1 + nma^2 + \left(\frac{a}{k} + q \right)^2 nJ_3 + 2nmah \left(\frac{a}{k} + q \right) \cos \psi,$$

$$A_2 = nmab + \left(\frac{a}{k} + q \right) \left(\frac{b}{k} - q \right) nJ_3 + nmh \left(\frac{2ab}{k} + (b-a)q \right) \cos \psi,$$

$$A_3 = J_2 + nmb^2 + \left(\frac{b}{k} + q \right)^2 nJ_3 + 2nmbh \left(\frac{b}{k} - q \right) \cos \psi,$$

$$\psi = q(\alpha - \beta).$$

Кинетическая энергия всей передачи в целом включает также кинетическую энергию других звеньев и механизмов конкретной схемы передачи.

Потенциальная энергия находится для каждой схемы отдельно в зависимости от места расположения введенных в конструкцию упругих звеньев.

Инерционные бесступенчатые передачи представляют собой технические системы переменной структуры с существенно-нелинейными характеристиками, для которых значения некоторых физических величин меняются ступенчато в течение цикла работы передач. Поэтому при составлении математической модели дифференциальные уравнения движения трансформатора обычно строят по участкам [42,156].

2.5.1 Математическая модель общей жесткой схемы

Для жесткой схемы различают участки разгона промежуточного вала, совместного движения промежуточного и ведомого валов, торможения промежуточного вала, стопового режима промежуточного вала [42].

На участке разгона промежуточного вала система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_d, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = 0, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_c, \end{cases} \quad (2.7)$$

где

$$A_4 = -nma h \left(\frac{a}{k} + q \right) q \sin \psi; \quad A_5 = nmb h \left(\frac{b}{k} - q \right) q \sin \psi; \quad A_6 = nmkhq \sin \psi.$$

Условием перехода на участок совместного движения промежуточного и ведомого валов является достижение промежуточным валом угловой скорости ведомого вала.

Участок совместного движения промежуточного и ведомого валов описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + J_4) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -M_C, \\ \dot{\gamma} = \dot{\beta}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Условием перехода на участок торможения промежуточного вала является достижение углом поворота ψ значения π .

Система дифференциальных уравнений движения передачи на участке торможения промежуточного вала запишется так:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = 0, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C. \end{cases} \quad (2.9)$$

Условием перехода на стоповый режим является остановка промежуточного вала.

Участок стопового режима промежуточного вала описывается системой:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_4 \dot{\alpha}^2 = M_D, \\ \dot{\beta} = 0, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C. \end{cases} \quad (2.10)$$

Условием перехода на участок разгона промежуточного вала является достижение углом поворота ψ значения 2π .

2.5.2 Математическая модель общей упругой схемы

Упругой модели в отличие от жесткой свойственны нелинейные колебания промежуточного вала на режиме заторможенного ведомого вала, участки накопления и отдачи потенциальной энергии упругими элементами на режиме трансформации момента, различные законы движения промежуточного и ведомого валов на участке их совместного движения, большее число степеней свободы и другие особенности [42].

На участке накопления энергии упругими элементами корпусного механизма свободного хода и отдаче её при разгоне промежуточного вала уравнения движения имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + J_{01}) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -U_1 v, \\ \ddot{v} = \ddot{\beta}, \\ J_{02} \ddot{\delta} = -U_2 (\delta - \gamma) - k_C \dot{\delta}, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C + U_2 (\delta - \gamma), \end{array} \right. \quad (2.11)$$

На участках разгона и торможения промежуточного вала уравнения движения запишутся так:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = 0, \\ J_{01} \ddot{v} = -U_1 v - k_C \dot{v}, \\ J_{02} \ddot{\delta} = -U_2 (\delta - \gamma) - k_C \dot{\delta}, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C + U_2 (\delta - \gamma). \end{array} \right. \quad (2.12)$$

На участке совместного движения промежуточного и ведомого валов и на режиме динамической муфты уравнения движения примут вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + J_{02}) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -U_2(\delta - \gamma), \\ J_{01} \ddot{v} = -U_1 v - k_C \dot{v}, \\ \ddot{\delta} = \ddot{\beta}, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C + U_2(\delta - \gamma). \end{array} \right. \quad (2.13)$$

На участке совместного движения промежуточного и ведомого валов при действии корпусных упругих элементов уравнения движения представляют собой систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + J_{01} + J_{02}) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -U_1 v - U_2(\delta - \gamma), \\ \ddot{v} = \ddot{\beta}, \\ \ddot{\delta} = \ddot{\beta}, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C + U_2(\delta - \gamma). \end{array} \right. \quad (2.14)$$

В системах (2.11), (2.13) и (2.14) в правой части второго уравнения, определяющего совместное движение реактора с наружными обоями механизмов свободного хода, отсутствуют слагаемые, характеризующие сопротивление движению наружных обоев. Данное допущение объясняется тем, что при раздельном от реактора движении наружных обоев, действующее сопротивление оказывает значительное влияние на кинематику и динамику обоев в силу относительно небольшой величины их моментов инерций. В этом случае требуется учёт действия сопротивления движению обоев. В случае же совместного движения обоев с реактором импульсного механизма, сопротивление движению наружных обоев оказывает незначительное влияние на характеристики движения, так как к моментам инерции обоев добавляется момент инерции реактора,

как правило, имеющего достаточно большое значение. Поэтому действие сопротивления движению обойм можно в этом случае не учитывать. Следует отметить, что данное допущение не является принципиальным с точки зрения рассматриваемого подхода к сжатию математической модели инерционного трансформатора, а лишь в некоторой степени снижает громоздкость выражений.

2.5.3 Математическая модель инерционной передачи лишь с одним корпусным механизмом свободного хода

В случае жесткого промежуточного вала на участке включенного корпусного механизма свободного хода имеем

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_4 \dot{\alpha}^2 = M_D, \\ \dot{\beta} = \dot{\gamma} = 0. \end{cases}$$

На участке выключенного корпусного механизма свободного хода уравнения движения запишутся так

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -M_C. \end{cases}$$

В случае упругого промежуточного вала для упрощения составления математической модели этот вал (рис. 2.3) разобьем на две жесткие части, связав их упругим звеном, и разнесем по концам этого вала. Моменты инерции этих частей обозначим J_{21} и J_{22} . Жесткость упругого звена обозначим U .

На участке включенного корпусного механизма свободного хода уравнения движения передачи запишутся так

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_4 \dot{\alpha}^2 = M_D, \\ \dot{\beta} = 0, \\ J_{22} \ddot{\gamma} + U\gamma = -M_C. \end{cases}$$

На участке выключенного корпусного механизма свободного хода уравнения движения передачи имеют вид

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 + U(\beta - \gamma) = 0, \\ J_{22} \ddot{\gamma} - U(\beta - \gamma) = -M_C, \end{cases}$$

где $A_3 = J_{21} + nmb^2 + \left(\frac{b}{k} + q\right)^2 nJ_3 + 2nmbh\left(\frac{b}{k} - q\right) \cos\psi$.

2.5.4 Математическая модель инерционной передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода

На участке раздельного движения промежуточного вала импульсного механизма и ведомого вала передачи система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 + c\beta = 0, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C, \\ M_D = M_H - T \cdot \dot{M}_D - \frac{1}{v^* \cdot \omega_X} \cdot (\dot{\alpha} - \omega_H), \end{cases}$$

На участке совместного движения промежуточного вала импульсного механизма и ведомого вала передачи система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + J_4) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 + c\beta = -M_C, \\ \ddot{\gamma} = \ddot{\beta}, \\ M_D = M_H - T \cdot \dot{M}_D - \frac{1}{v^* \cdot \omega_X} \cdot (\dot{\alpha} - \omega_H). \end{cases}$$

2.5.5 Математическая модель инерционной передачи без механизмов свободного хода

Для инерционной передачи без механизмов свободного хода с упругим звеном (рис. 2.14б) дифференциальные уравнения движения, полученные на основе уравнений Лагранжа, запишутся в виде:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 + c\beta = -M_C, \\ \dot{M}_D = \frac{1}{T} \left(M_H - M_D - \frac{1}{v^* \cdot \omega_X} \cdot (\dot{\alpha} - \omega_H) \right). \end{cases} \quad (2.15)$$

Для передачи без упругого звена (рис. 2.14а) система уравнений движения будет точно такой же, за исключением того, что во втором уравнении системы будет отсутствовать слагаемое $c\beta$.

2.5.6 Математическая модель инерционной передачи с рычажным механизмом

Для инерционной передачи, схема которой изображена на рис. 2.15, массу шатуна заменим условными массами m_1 и m_2 , сосредоточенными на концах шатуна. Такая замена приводит к небольшой ошибке, но значительно упрощает расчет. Замена шатуна двумя условными массами широко используется в научной

литературе, в частности, при исследовании динамики кривошипно-шатунного механизма автомобильных и тракторных двигателей [157].

Перемещение ползуна s с достаточной степенью точности можно определить по приближенной зависимости [158]

$$s = r \left(p + \cos \beta - \frac{1}{4p} (1 - \cos 2\beta) \right). \quad (2.16)$$

С учетом принятых допущений, математическая модель передачи может быть записана в виде системы [1]:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_{\text{д}}; \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + A_7) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 + A_8 \dot{\beta}^2 + A_9 = -(P_C + P_0) r \delta, \end{cases} \quad (2.17)$$

где

$$A_3 = J_2 + m_1 r^2 + nmb^2 + ((b/k) - q)^2 nJ_B + 2nmbh((b/k) - q) \cos \psi;$$

$$A_7 = \frac{1}{2} (m_n + m_2) r^2 \left(1 + \frac{1}{4p^2} + \frac{1}{p} \cos \beta - \cos 2\beta - \frac{1}{p} \cos 3\beta - \frac{1}{4p^2} \cos 4\beta \right);$$

$$A_8 = -\frac{1}{4} (m_n + m_2) r^2 \left(\frac{1}{p} \sin \beta - 2 \sin 2\beta - \frac{3}{p} \sin 3\beta - \frac{1}{p^2} \sin 4\beta \right);$$

$$A_9 = \frac{1}{2} c^* r^2 \left(\left(2 + \frac{1}{4p} \right) \sin \beta + \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{4p^2} - 1 \right) \sin 2\beta - \frac{3}{4p} \sin 3\beta - \frac{1}{8p^2} \sin 4\beta \right);$$

$$\delta = \sin \beta + \frac{1}{2p} \sin 2\beta;$$

При отсутствии упругого элемента (пружины) коэффициент A_9 в системе (2.17) будет равняться нулю и предварительное натяжение пружины отсутствует.

2.6 Совершенствование математических моделей инерционных бесступенчатых передач

Дифференциальные уравнения, описывающие движение инерционных бесступенчатых передач, являются нелинейными и не допускают точных методов

решения. Переменность структуры таких передач заставляет исследователей строить системы дифференциальных уравнений по участкам. Поэтому на практике эти уравнения решаются с помощью приближенных методов по участкам, а затем с помощью, например, метода припасовывания сшиваются по границам участков. Конечные значения переменных для каждого участка являются начальными значениями для следующего участка. При этом процедура решения дифференциальных уравнений является громоздкой, что препятствует получению решения для всего цикла работы трансформатора, построению периодических решений, применению численных методов на компьютерной основе, затрудняет интерпретацию результатов. Отмеченные трудности заставляют исследователей искать возможности по совершенствованию математических моделей трансформатора, пути для более эффективного анализа его работы.

В данном параграфе рассматривается метод, дающий возможность объединить системы дифференциальных уравнений по участкам в одну систему, описать цикл работы трансформатора с помощью лишь одной системы, что позволяет резко сжать математическую модель жесткой схемы, значительно упростить решение уравнений движения инерционного трансформатора и анализ этого решения.

Основная идея рассматриваемого метода заключается в том, что переход от участка к участку можно рассматривать с точки зрения ступенчатого изменения значений моментов инерции реактора, ведомого звена и действующего момента сопротивления. Так переход от участка разгона реактора к участку совместного движения с ведомым звеном можно рассматривать как ступенчатое изменение момента инерции реактора за счет добавления момента инерции ведомого звена со ступенчатым изменением момента сопротивления. На участке разгона реактора момент сопротивления, действующий на реактор, равен нулю. При переходе на участок совместного движения реактор и ведомое звено можно рассматривать как одно целое с действующим значением момента сопротивления. Стоповый режим реактора можно рассматривать с позиций участков разгона и торможения реактора при бесконечном значении его момента инерции. На практике бесконечное значение момента инерции реактора можно смоделировать, задав достаточно

большое конкретное значение J_B этого момента. Дифференциальные уравнения движения ведомого звена также можно рассматривать как единые в течение всего цикла работы трансформатора со ступенчатым изменением момента инерции ведомого звена и действующего на звено момента сопротивления, а также с учетом равенства угловых скоростей и ускорений при совместном движении реактора и ведомого звена.

Для упрощения иллюстрации применения рассматриваемого метода примем допущение о неизменности угловой скорости ведущего звена ($\dot{\alpha} = \omega = const$) [28]. Это допущение основано на том, что обычно момент инерции ведущего звена значительно превышает моменты инерции остальных звеньев инерционного трансформатора. При этом ведущее звено выполняет функции маховика, обеспечивая стабильность своей угловой скорости.

Данное допущение не является обязательным для применения рассматриваемого метода сжатия математической модели трансформатора в одну систему дифференциальных уравнений, но позволяет с большей наглядностью продемонстрировать идею предложенного метода.

При условии постоянства угловой скорости ведущего звена можно понизить порядок систем (2.7) – (2.10), которые соответственно примут вид (2.18) – (2.21):

$$\begin{cases} A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 = 0, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C. \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\begin{cases} (J_4 + A_3) \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 = -M_C, \\ \dot{\gamma} = \dot{\beta}. \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 = 0, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C. \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\begin{cases} \dot{\beta} = 0, \\ \dots \\ J_4 \dot{\gamma} = -M_C, \end{cases} \quad (2.21)$$

На стоповом режиме инерционный момент M_H , действующий на реактор, найдется по выражению $M_H = (A_5 - A_6)\omega^2$.

Ступенчатое изменение параметров инерционного трансформатора можно описать с помощью функции Хевисайда[159]. Так, например, изменение момента инерции реактора в пограничных состояниях между режимами разгона, торможения и стоповым можно описать добавлением к моменту инерции реактора двух слагаемых $J_B \Phi(-\dot{\beta}) + J_4 \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma})$, где $\Phi(x)$ - обозначение функции Хевисайда. Обозначим эту сумму через добавленный приведенный момент инерции реактора J_{2np} . График этого момента инерции изображен на рис.2.47а. Значения переменных по осям соответствуют индексному представлению этих переменных в программе MathCAD.

Приведенный момент сопротивления $M_{СПР}$, действующий на реактор, может быть описан с помощью выражения $M_C \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma})$. График этого момента в зависимости от переменных $\dot{\beta}$ и $\dot{\gamma}$ представлен на рис. 2.47б.

Более сложно описать правую часть уравнения, соответствующего движению ведомого звена, так как приходится учитывать переход от самостоятельного движения ведомого звена к совместному движению ведомого звена и реактора, при котором законы движения ведомого звена и реактора совпадают. Описание этого перехода можно сделать с помощью приведенного момента сопротивления M_{C1} , определяемого выражением вида $-M_C \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta}) + J_4 \ddot{\beta} \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma})$. График этого момента в зависимости от разности $\dot{\gamma} - \dot{\beta}$ и углового ускорения $\ddot{\beta}$ изображен на рис. 2.47в.

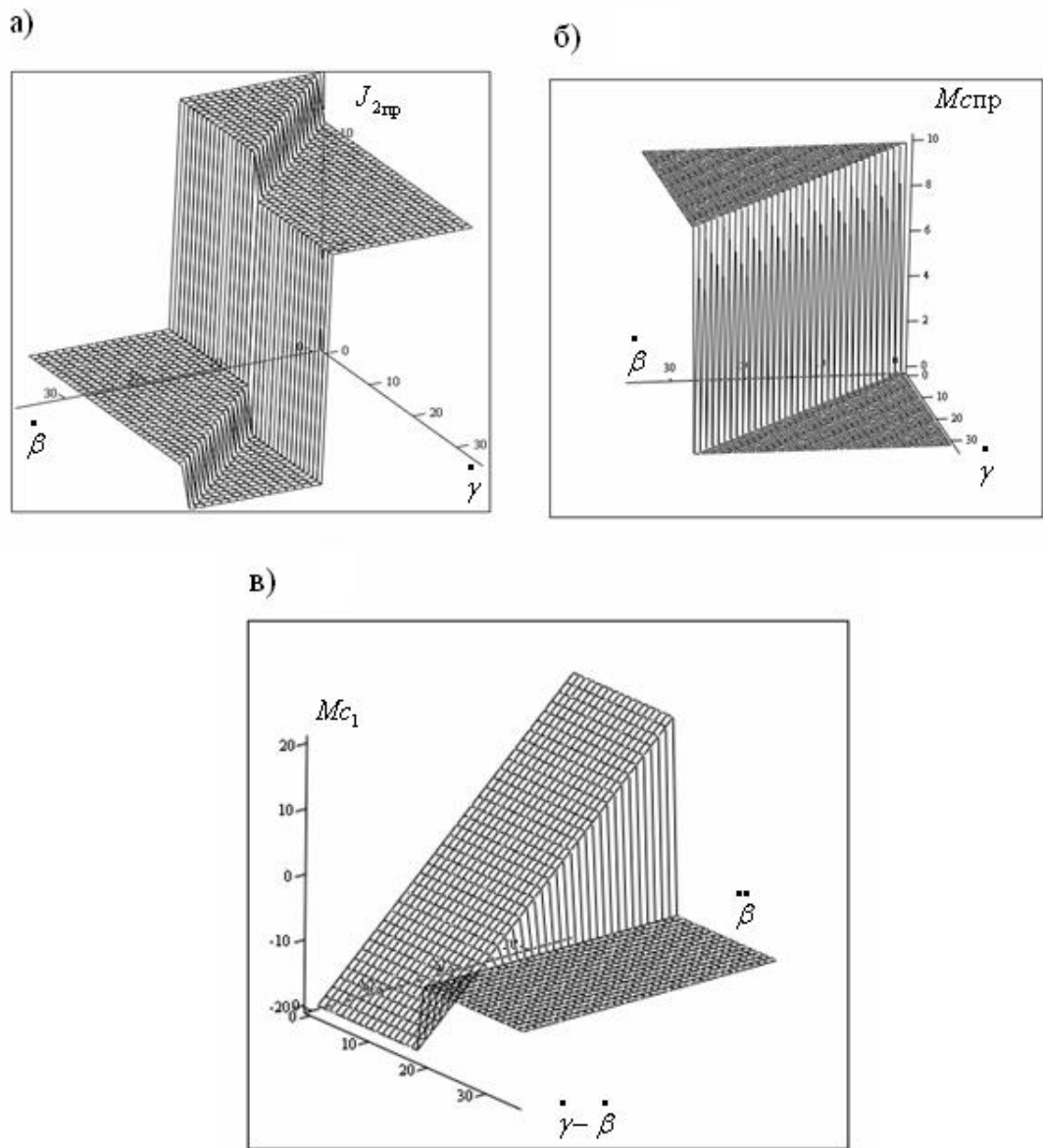


Рис.2.47. Графики добавленного приведенного момента инерции реактора и приведенных моментов сопротивлений

Применяя введенные выражения, системы (2.18) - (2.21), можно заменить одной системой двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \left(J_B \Phi(-\dot{\beta}) + J_4 \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) + A_3 \right) \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 = -M_C \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}), \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta}) + J_4 \ddot{\beta} \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}). \end{cases} \quad (2.22)$$

Разрешая уравнения системы (2.22) относительно старших производных, получим систему вида:

$$\begin{cases} \ddot{\beta} = \frac{M_c \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) - A_5(\omega - \dot{\beta})^2 + A_6 \omega^2}{J_B \Phi(-\dot{\beta}) + J_4(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) + A_3}, \\ \ddot{\gamma} = -\frac{M_c}{J_4} \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta}) + \frac{(M_c \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) - A_5(\omega - \dot{\beta})^2 + A_6 \omega^2) \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma})}{J_B \Phi(-\dot{\beta}) + J_4 \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) + A_3}. \end{cases} \quad (2.23)$$

Произведя замены $z = \dot{\beta}$ и $g = \dot{\gamma}$, систему (2.23) запишем в виде системы дифференциальных уравнений четвертого порядка пригодной для решения по методу Рунге-Кутты с помощью компьютерной программы MathCAD:

$$\begin{cases} \dot{z} = \frac{M_c \Phi(z - g) - A_5(\omega - z)^2 + A_6 \omega^2}{J_B \Phi(-z) + J_4(z - g) + A_3}, \\ \dot{g} = -\frac{M_c}{J_4} \Phi(g - z) + \frac{(M_c \Phi(z - g) - A_5(\omega - z)^2 + A_6 \omega^2) \Phi(z - g)}{J_B \Phi(-z) + J_4 \Phi(z - g) + A_3}, \\ \dot{\beta} = z, \\ \dot{\gamma} = g. \end{cases} \quad (2.24)$$

Пример решения системы дифференциальных уравнений (2.24), выполненного по методу Рунге-Кутты с использованием компьютерной программы MathCADProfessional, приводится в Приложении 4.

Графики угловых скоростей реактора $\dot{\beta}$ и ведомого звена $\dot{\gamma}$ в зависимости от времени t в течение цикла представлены на рис.2.48.

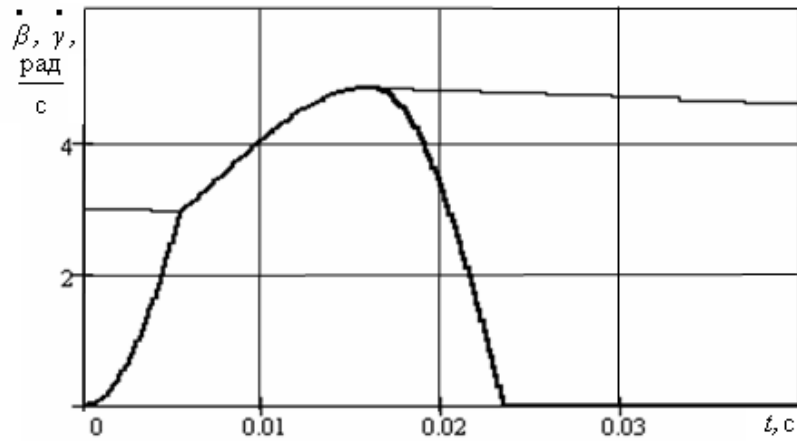


Рис.2.48. Графики угловых скоростей реактора и ведомого звена от времени

Фазовые траектории в пространствах $\beta, \dot{\beta}$ и $\gamma, \dot{\gamma}$ изображены на рис. 2.49.

Проверка построения решения с помощью предложенной модели, состоящей всего лишь из одной системы дифференциальных уравнений, и решения, полученного традиционным методом с помощью сшивания по границам участков решений нескольких систем, показывает высокую сходимость результатов (рис. 2.50). Реализация сравнения решений с помощью компьютерной программы приводится в Приложении 4.

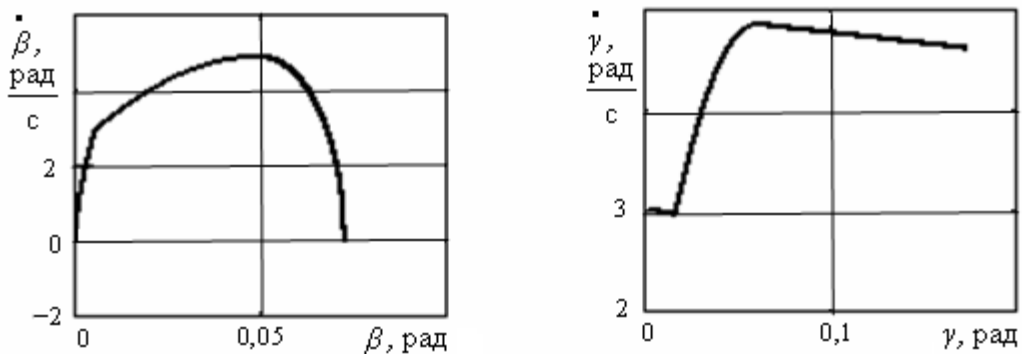


Рис. 2.49. Фазовые траектории в пространствах $\beta, \dot{\beta}$ и $\gamma, \dot{\gamma}$

На рис. 2.50 изображены графики угловых скоростей реактора импульсного механизма (а) и ведомого звена (б) в течение цикла, полученные с помощью предложенной модели (сплошная линия) и традиционным методом (пунктирная

линия) с построением систем дифференциальных уравнений и их решением по участкам и с последующим сшиванием решений на границах участков. Как видим, результаты практически не отличаются. При этом предложенная модель состоит лишь из одной системы, для которой начальные условия требуются лишь в начальный момент времени, что является большим преимуществом при построении периодических решений.

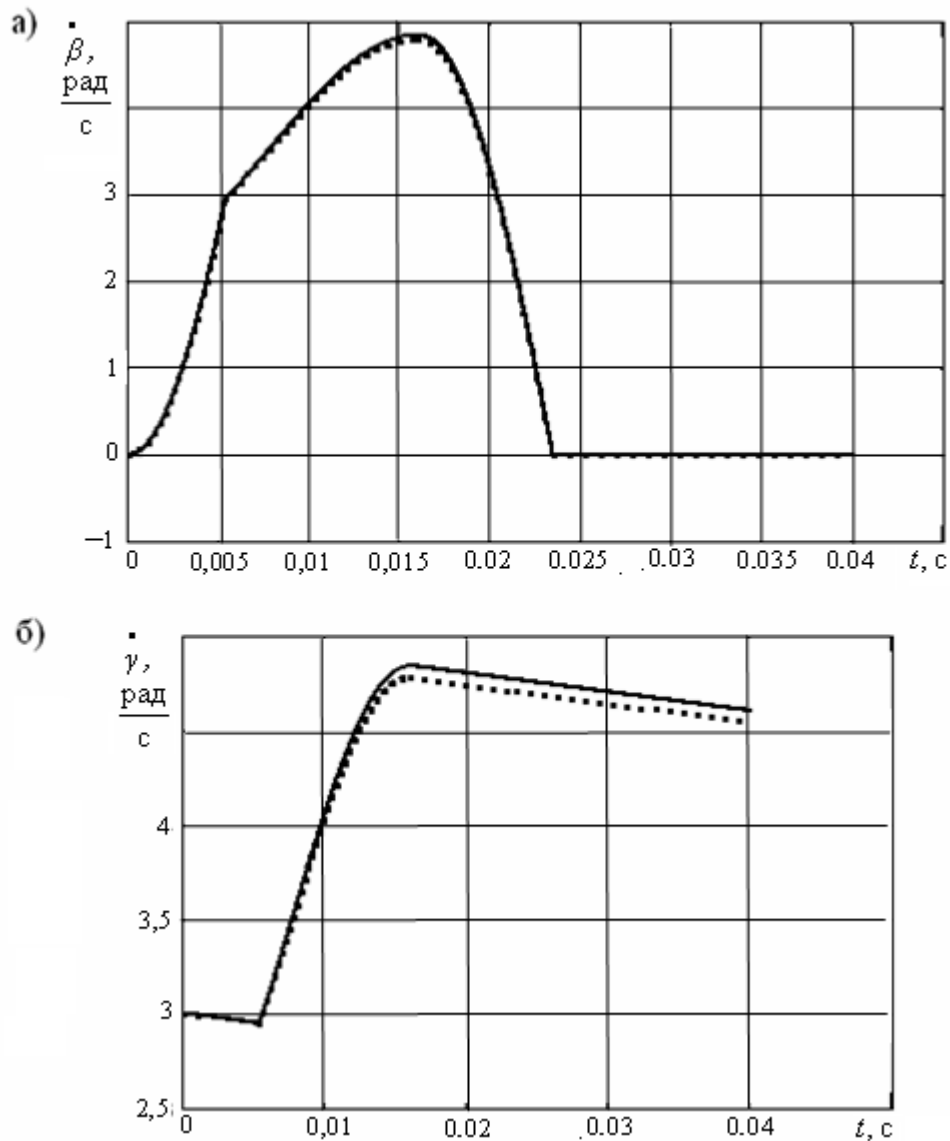


Рис. 2.50. Сравнение решений для угловых скоростей реактора и ведомого звена трансформатора

Вместо функции Хевисайда в системах (2.22) – (2.24) можно использовать

функцию сигнум, воспользовавшись переходом $\Phi(x) = \frac{1 + \text{sign}(x)}{2}$. Проверка

численного решения, выполненного с помощью компьютерной программы MathCAD, показывает, что результаты расчетов при этом полностью совпадают с результатами, полученными с применением функции Хевисайда.

Функции Хевисайда и сигнум являются кусочно-линейными и не позволяют построить математическую модель инерционного трансформатора лишь на основе аналитических функций. Такую возможность представляет аппроксимация функции Хевисайда с помощью непрерывной функции

$$\Phi(x) \approx 0,5(1 + th(kx)) = \frac{1}{1 + e^{-2kx}}, \text{ где } th(kx) - \text{ гиперболический тангенс, при доста-}$$

точно большом значении коэффициента k . В качестве этого коэффициента можно использовать величину J_B , что позволит избежать введения новых величин. В этом случае система (2.22) примет вид:

$$\begin{cases} \left(J_B(1 + th(-J_B \dot{\beta})) + J_4(1 + th(J_B(\dot{\beta} - \dot{\gamma}))) + 2A_3 \right) \ddot{\beta} + 2A_5(\omega - \dot{\beta})^2 - 2A_6\omega^2 = \\ = -M_C(1 + th(J_B(\dot{\beta} - \dot{\gamma}))), \\ J_4 \ddot{\gamma} = -0,5M_C(1 + th(J_B(\dot{\gamma} - \dot{\beta}))) + 0,5J_4 \ddot{\beta}(1 + th(J_B(\dot{\beta} - \dot{\gamma}))). \end{cases} \quad (2.25)$$

Переход к системе дифференциальных уравнений лишь на основе аналитических функций в ряде случаев приводит к более удобному проведению анализа и построению решений, в том числе и периодических.

Функцию Хевисайда можно также заменить непрерывной функцией, используя соотношение $\Phi(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} arctg(kx) \right)$.

Переход к системе дифференциальных уравнений лишь на основе аналитических функций в ряде случаев приводит к более удобному проведению анализа и построению решений, в том числе и периодических.

На рис. 2.51 изображены графики зависимостей угловых скоростей реактора и ведомого звена от времени в течение цикла, полученные численными методами с помощью программы MathCAD (Приложение 4). Математическая мо-

дель представляет собой лишь одну систему дифференциальных уравнений. Сплошная линия соответствует применению функции Хевисайда (или функции сигнум), пунктирная линия — аппроксимации посредством гиперболического тангенса.

Как видим на рис. 2.51, аппроксимация с помощью гиперболического тангенса практически точно соответствует решению математической модели с применением функции Хевисайда. Решение на основе аппроксимации с помощью арктангенса имеет относительно большую погрешность, которую можно уменьшить, увеличив значение J_B .

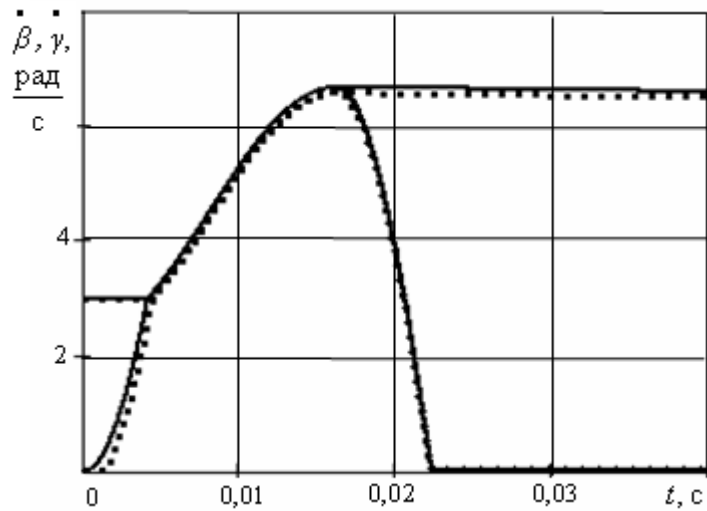


Рис. 2.51. Графики зависимостей угловых скоростей реактора и ведомого звена от времени

Для приближения функции Хевисайда непрерывной функцией можно использовать функцию ошибок $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-x^2) dx$. Приближение в этом случае имеет вид $P(x) = 0,5 \lim_{k \rightarrow \infty} (1 + erf(kx))$.

Для аппроксимации кусочно-линейных функций непрерывными функциями можно также воспользоваться процедурой, предложенной автором,

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} A(A(A(A(x)))) , \text{ где } A(x) = \frac{\pi}{2} \sin x . \text{ Эта функция приближает функ-}$$

цию Хевисайда, причем точность приближения увеличивается с увеличением числа вложенных функций $A(x)$.

Для сравнения применяемого ранее и разработанного автором методов рассмотрим системы уравнений(2.7)-(2.10), составленные по участкам с помощью уравнений Лагранжа второго рода для общей схемы инерционной передачи (рис. 2.1). В отличие от рассмотренных ранее в этом параграфе случаев, усложним задачу: будем считать угловую скорость ведущего вала переменной.

По предложенному методу совокупность систем (2.7)-(2.10) можно заменить лишь одной системой

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + \left(J_B \Phi(-\dot{\beta}) + J_4 \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}) + A_3 \right) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -M_C \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}), \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta}) + J_4 \ddot{\beta} \Phi(\dot{\beta} - \dot{\gamma}). \end{cases} \quad (2.26)$$

где $\Phi(x)$ — функция Хевисайда.

На рис.2.52 изображены графики угловых скоростей реактора импульсного механизма (а) и ведомого вала (б) в течение цикла, полученные с помощью предложенной модели (сплошная линия) и традиционным методом (пунктирная линия) с построением систем дифференциальных уравнений и их решением по участкам и с последующим сшиванием решений на границах участков.

Как видим, учет неравномерности вращения ведущего вала не повлиял на хорошую сходимость математической модели инерционной передачи, построенной по участкам, и предложенной автором математической модели. Результаты практически не отличаются. При этом предложенная модель состоит лишь из одной системы, для которой начальные условия требуются лишь в начальный момент времени, что является большим преимуществом при использовании аналитических методов исследований и построении периодических решений.

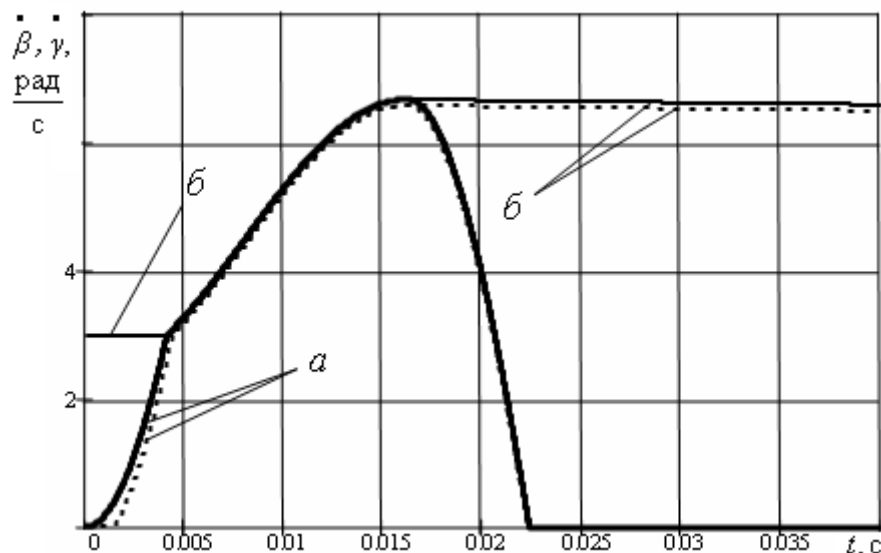


Рис. 2.52. Графики угловых скоростей реактора и ведомого вала от времени

С использованием разработанных методов были составлены математические модели других схем инерционных бесступенчатых передач, в частности, упругой схемы, в которой для снижения динамических усилий введены упругие звенья, инерционной передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода, инерционной передачи без механизмов свободного хода, а также математическая модель механизма свободного хода релейного типа. В каждом из этих случаев математическая модель представляет собой лишь одну систему дифференциальных уравнений, несмотря на переменную структуру описываемых передач и механизмов.

Особый интерес представляет применение указанного подхода по совершенствованию математической модели к упругой схеме инерционной бесступенчатой передачи. В случае упругой схемы контраст традиционной математической модели инерционной передачи в виде совокупности систем и предложенной математической модели в виде лишь одной системы дифференциальных уравнений особенно разителен с точки зрения рациональности записи последней. Кроме того, сжатие математической модели не только для инерционных передач, выполненных по жесткой схеме, но и для передач, выполненных

по упругой схеме, показывает универсальность подхода, рассмотренного в данной статье, возможность его применения для самых разнообразных схем и моделей автоматических бесступенчатых передач переменной структуры.

Традиционная модель инерционной передачи, выполненной по упругой схеме, представляет собой совокупность систем дифференциальных уравнений, записанных по участкам (2.11)-(2.14). Причем, следует иметь в виду, что цикл установившегося движения передачи может описываться совокупностью с гораздо большим числом систем дифференциальных уравнений, т.к. некоторые участки в цикле могут повторяться по нескольку раз.

Применяя предложенный подход для совершенствования математических моделей и используя аналитическую функцию $H(x) = 0,5(1 + th(kx))$, системы (2.11) - (2.14) можно свести лишь к одной системе дифференциальных уравнений, включающих только аналитические функции:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + J_{01} H(\dot{\nu} - \dot{\beta}) + J_{02} H(\dot{\beta} - \dot{\delta})) \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = \\ = -U_1 \nu H(\dot{\nu} - \dot{\beta}) - U_2 (\delta - \gamma) H(\dot{\beta} - \dot{\delta}), \\ J_{01} \ddot{\nu} = J_{01} \ddot{\beta} H(\dot{\nu} - \dot{\beta}) - (U_1 \nu + k_C \dot{\nu}) H(\dot{\beta} - \dot{\nu}), \\ J_{02} \ddot{\delta} = J_{02} \ddot{\beta} H(\dot{\beta} - \dot{\delta}) - (U_2 (\delta - \gamma) + k_C \dot{\delta}) H(\dot{\delta} - \dot{\beta}), \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_C + U_2 (\delta - \gamma) H(\dot{\beta} - \dot{\delta}). \end{array} \right. \quad (2.27)$$

При допущении $\dot{\alpha} \equiv const$ система (2.27) преобразуется к виду:

$$\left\{ \begin{array}{l}
(A_3 + J_{01}H(\dot{\nu} - \dot{\beta}) + J_{02}H(\dot{\beta} - \dot{\delta}))\ddot{\beta} + A_5(\omega - \dot{\beta})^2 - A_6\omega^2 = \\
= -U_1\nu H(\dot{\nu} - \dot{\beta}) - U_2(\delta - \gamma)H(\dot{\beta} - \dot{\delta}), \\
J_{01}\ddot{\nu} = J_{01}\ddot{\beta}H(\dot{\nu} - \dot{\beta}) - (U_1\nu + k_C\dot{\nu})H(\dot{\beta} - \dot{\nu}), \\
J_{02}\ddot{\delta} = J_{02}\ddot{\beta}H(\dot{\beta} - \dot{\delta}) - (U_2(\delta - \gamma) + k_C\dot{\delta})H(\dot{\delta} - \dot{\beta}), \\
J_4\ddot{\gamma} = -M_C + U_2(\delta - \gamma)H(\dot{\beta} - \dot{\delta}).
\end{array} \right. \quad (2.28)$$

Разрешая систему (2.28) относительно старших производных и проводя замены $z = \dot{\beta}$, $p = \dot{\nu}$, $q = \dot{\delta}$ и $g = \dot{\gamma}$, эту систему приведем к виду, допускающему её интегрирование численными методами с помощью программы MathCADProfessional (Приложение 5):

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{z} = \frac{-U_1\nu H(p - z) - U_2(\delta - \gamma)H(z - q) - A_5(\omega - z)^2 + A_6\omega^2}{A_3 + J_{01}H(p - z) + J_{02}H(z - q)}, \\
\dot{p} = \frac{A_6\omega^2 - U_1\nu H(p - z) - U_2(\delta - \gamma)H(z - q) - A_5(\omega - z)^2}{A_3 + J_{01}H(p - z) + J_{02}H(z - q)} H(p - z) - \\
- \frac{U_1\nu + k_C p}{J_{01}} H(z - p), \\
\dot{q} = \frac{A_6\omega^2 - U_1\nu H(p - z) - U_2(\delta - \gamma)H(z - q) - A_5(\omega - z)^2}{A_3 + J_{01}H(p - z) + J_{02}H(z - q)} H(z - q) - \\
- \frac{U_2(\delta - \gamma) + k_C q}{J_{02}} H(q - z), \\
\dot{g} = \frac{-M_C + U_2(\delta - \gamma)H(z - q)}{J_4}, \\
\dot{\beta} = z, \\
\dot{\nu} = p, \\
\dot{\delta} = q, \\
\dot{\gamma} = g.
\end{array} \right.$$

Графики решений последней системы с помощью метода Рунге-Кутты изображены на рис. 2.53.

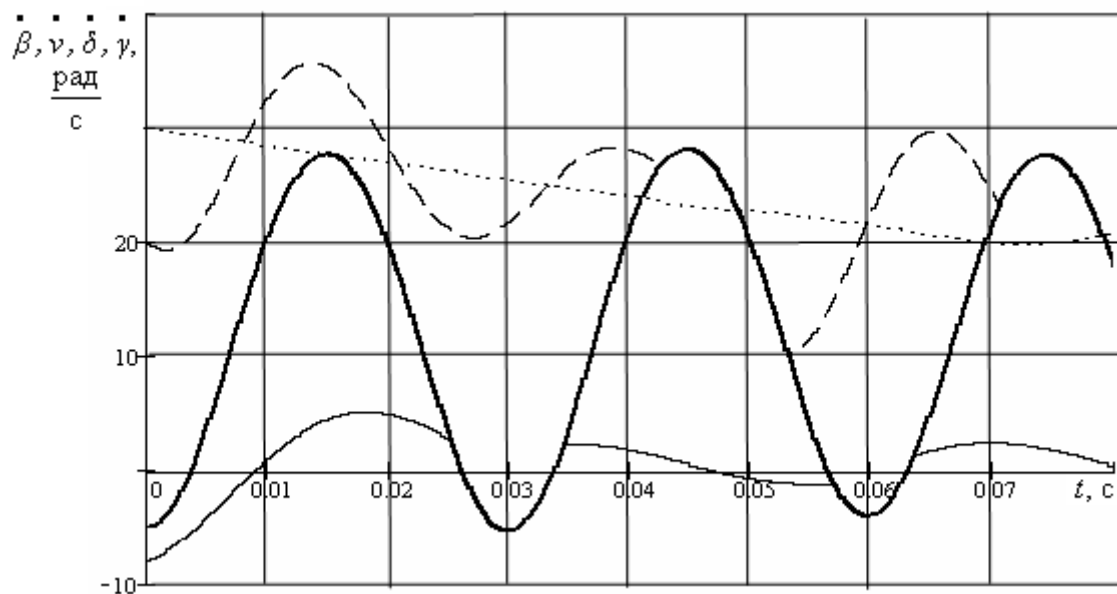


Рис. 2.53. Зависимости угловых скоростей звеньев упругой модели трансформатора от времени

Все зависимости на рис. 2.53 являются функциями времени t . Сплошной утолщенной линией изображена зависимость угловой скорости реактора, сплошной тонкой линией – угловой скорости наружной обоймы корпусного механизма свободного хода, штриховой – угловой скорости наружной обоймы выходного механизма свободного хода и пунктирной – ведомого звена.

Фазовые траектории в фазовом пространстве (зависимости угловых скоростей от углов поворота) для каждого звена упругой модели инерционного трансформатора изображены на рис.2.54. Здесь а) соответствует фазовой траектории реактора, б) – наружной обоймы корпусного механизма свободного хода, в) – наружной обоймы выходного механизма свободного хода, г) – ведомого звена.

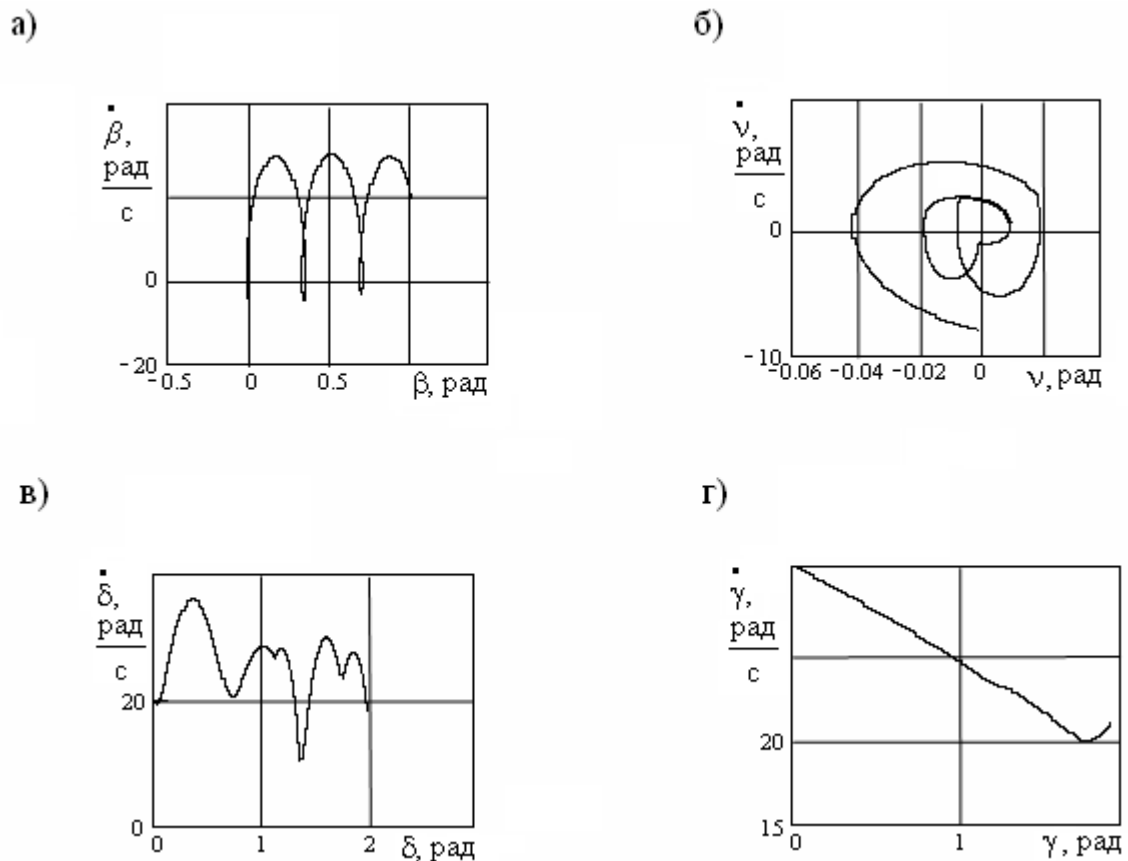


Рис. 2.54. Фазовые траектории звеньев упругой модели инерционного трансформатора

Устойчивое движение звеньев инерционного трансформатора, выполненного по упругой модели, является квазипериодическим. Вследствие наличия упругих элементов абсолютно точное совпадение значений угловых скоростей и циклических составляющих углов поворота звеньев инерционного трансформатора в начале и конце цикла практически невозможно. Эти значения хоть и на относительно небольшую величину, но будут отличаться. На рис. 2.53 данные отличия значений хорошо прослеживаются по графикам угловых скоростей наружных обойм корпусного и выходного механизмов свободного хода. Аттракторы для упругой модели инерционного трансформатора имеют форму деформированного тора.

Рассмотренный в статье подход к совершенствованию математических моделей является достаточно универсальным. Его можно применить к широкому классу машин и механизмов с переменной структурой. Этот подход можно ис-

пользовать для сжатия математических моделей не только инерционных трансформаторов вращающего момента, но и импульсных вариаторов, различных устройств, конструкции которых содержат механизмы свободного хода. Даже для описания динамики таких машин и механизмов, как, например, двигатели внутреннего сгорания, можно применить рассмотренный в статье подход. Главное преимущество такого подхода заключается в возможности описания динамического процесса не по участкам, а в целом в течение цикла или даже нескольких циклов, несмотря на то, что динамический процесс имеет ярко выраженные участки с различными динамическими характеристиками. При этом весь цикл можно описать лишь одной системой дифференциальных уравнений с помощью разрывных функций с возможностью аппроксимации этих функций аналитическими зависимостями.

3 НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Как следует из предыдущей главы, движение инерционных бесступенчатых передач описывается сложными системами существенно нелинейных дифференциальных уравнений. Для таких уравнений в общем случае не существует точных методов решения, поэтому на практике приходится применять приближенные аналитические и численные методы, решение которых предполагает использование специальных приближенных методов, согласования решений по участкам, введения специальных функций. Различные приближенные методы решения обладает своими преимуществами и недостатками, поэтому для решения вопроса о наиболее подходящем методе для исследования динамики инерционно-импульсных передач, изучения нелинейных колебаний звеньев этих передач, построения периодических решений и анализа их устойчивости, изучения резонансных режимов необходимо провести сравнение этих методов.

3.1 Сравнительный анализ приближенных методов решения дифференциальных уравнений движения инерционных бесступенчатых передач

Основными аналитическими методами являются методы последовательных приближений, малого параметра и разложения в степенные ряды [160].

За обобщенные координаты при составлении уравнений (2.6) примем углы поворота ведущего вала α и ведомого вала β импульсного механизма, являющегося основой многих конструкций инерционно-импульсных машин и механизмов.

Для определения крутящего момента M_d , действующего на ведущий вал импульсного механизма, воспользуемся динамической характеристикой асинхронного электродвигателя [161], учитывающей влияние электромагнитных переходных процессов

$$M_D = M_H - T \cdot \dot{M}_D - \frac{1}{v^* \cdot \omega_X} \cdot (\dot{\alpha} - \omega_H),$$

Применяя уравнения (2.6), получим математическую модель инерционно-импульсного привода, представляющую собой систему нелинейных дифференциальных уравнений пятого порядка

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -M_C, \\ \dot{M}_D = \frac{1}{T} \left(M_H - M_D - \frac{1}{v^* \cdot \omega_X} \cdot (\dot{\alpha} - \omega_H) \right), \end{cases} \quad (3.1)$$

В случае, когда приведенный момент сопротивления $M_C(\dot{\beta})$ является кусочной функцией, либо непрерывной на своей области определения, либо с конечным числом точек разрыва первого рода, для записи этого момента в виде одного выражения можно применить прием, предложенный автором. Этот прием основан на применении функции Хевисайда и заключается в следующем.

Пусть точки $\dot{\beta}_i, i=1, \dots, n$ являются границами промежутков, на каждом из которых приведенный момент является аналитической функцией $M_{C_i}(\dot{\beta})$. Тогда этот момент можно записать в виде

$$M_C(\dot{\beta}) = M_{C1} X(\dot{\beta}_1 - \dot{\beta}) + \sum_{i=2}^n M_{C_i} X(\dot{\beta} - \dot{\beta}_{i-1}) X(\dot{\beta}_i - \dot{\beta}) + M_{C_{n+1}} X(\dot{\beta} - \dot{\beta}_n),$$

где функция $X(x)$ является функцией Хевисайда, при условии, что $X(0) = 0,5$.

Если же функция Хевисайда определена так, что $X(0) = 1$, тогда запись приведенного момента будет иметь вид

$$\begin{aligned} M_C(\dot{\beta}) &= M_{C1} X(\dot{\beta}_1 - \dot{\beta}) + \sum_{i=2}^n M_{C_i} (1 - X(\dot{\beta}_{i-1} - \dot{\beta})) X(\dot{\beta}_i - \dot{\beta}) + \\ &+ M_{C_{n+1}} (1 - X(\dot{\beta}_n - \dot{\beta})). \end{aligned}$$

Для проведения сравнительного анализа решим полученную систему (3.1) несколькими приближенными аналитическими методами.

3.1.1 Решение уравнений методом малого параметра

Задачи, решаемые с помощью метода малого параметра, бывают двух типов. Первый тип изначально включает в себя малый параметр естественным образом в виде, например, исходных физических параметров исследуемой системы с относительно небольшими значениями в рамках рассматриваемого подмножества области определения аргументов. Второй тип в исходной своей постановке такого параметра не содержит и его приходится вводить дополнительно для того, чтобы организовать процедуру нахождения решения по степеням этого параметра. Алгоритм введения параметра четко не определен, хотя часто предполагается, что такой параметр должен быть установлен у слагаемых с небольшими значениями относительно других членов.

Наша задача относится ко второму типу и для решения требует дополнительного введения малого параметра. Построим искомое решение.

Систему (3.1) перепишем в виде

$$\begin{cases} B_1 \ddot{\alpha} + B_2 \ddot{\beta} + (b_1 \ddot{\alpha} + b_2 \ddot{\beta}) \cos \psi + a_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 \sin \psi + a_6 \dot{\beta}^2 \sin \psi = M_D, \\ B_2 \ddot{\alpha} + B_3 \ddot{\beta} + (b_2 \ddot{\alpha} + b_3 \ddot{\beta}) \cos \psi + a_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 \sin \psi - a_6 \dot{\alpha}^2 \sin \psi = -M_C, \\ \dot{M}_D = \frac{1}{T} \left(M_H - M_D - \frac{1}{v^* \cdot \omega_X} \cdot (\dot{\alpha} - \omega_H) \right), \end{cases} \quad (3.2)$$

где

$$\begin{aligned}
B_1 &= J_1 + nma^2 + \left(\frac{a}{k} + q\right)^2 nJ_3; \quad b_1 = 2nmah\left(\frac{a}{k} + q\right); \\
B_2 &= nmab + \left(\frac{a}{k} + q\right)\left(\frac{b}{k} - q\right)nJ_3; \quad b_2 = nmh\left(\frac{2ab}{k} + (b-a)q\right); \\
B_3 &= J_2 + nmb^2 + \left(\frac{b}{k} + q\right)^2 nJ_3; \quad b_3 = 2nmbh\left(\frac{b}{k} - q\right), \\
a_4 &= -nmah\left(\frac{a}{k} + q\right)q, \quad a_5 = nmbh\left(\frac{b}{k} - q\right)q, \quad a_6 = nmkhq.
\end{aligned}$$

Коэффициенты B_1, B_2, B_3 содержат моменты инерции J_1, J_2, J_3 звеньев инерционно-импульсной передачи и по величине значительно превышают другие коэффициенты. Это обстоятельство позволяет ввести в систему (3.2) так называемый малый параметр μ [162]. Система при этом примет вид

$$\begin{cases}
B_1 \ddot{\alpha} + B_2 \ddot{\beta} + \mu \cdot (b_1 \ddot{\alpha} + b_2 \ddot{\beta}) \cos \psi + \mu \cdot a_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 \sin \psi + \mu \cdot a_6 \dot{\beta}^2 \cdot \sin \psi = \\
= \mu \cdot M_D, \\
B_2 \ddot{\alpha} + B_3 \ddot{\beta} + \mu \cdot (b_2 \ddot{\alpha} + b_3 \ddot{\beta}) \cos \psi + \mu \cdot a_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 \sin \psi - \mu \cdot a_6 \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \psi = \\
= -\mu \cdot M_C, \\
\dot{M}_D = \frac{1}{T} \left(M_H - M_D - \frac{1}{v^* \cdot \omega_X} \cdot (\dot{\alpha} - \omega_H) \right).
\end{cases} \quad (3.3)$$

Нетрудно видеть, что система (3.2) получается из системы (3.3) при $\mu = 1$.

При выполнении многих технологических процессов приведенный момент сопротивления имеет характеристику сухого трения. Для определенности рассмотрим участок этой характеристики, соответствующий положительным значениям скорости ведомого вала, для которых в идеализированном варианте имеем $M_C = M \equiv const, M > 0$. Для участка с отрицательными значениями скорости результаты аналогичны полученным в данной статье.

Основываясь на основной идее метода малого параметра, решение системы будем искать в виде рядов

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + \mu\alpha_1 + \mu^2\alpha_2 + \dots, \\ \beta = \beta_0 + \mu\beta_1 + \mu^2\beta_2 + \dots, \\ M_D = M_{D0} + \mu M_{D1} + \mu^2 M_{D2} + \dots \end{cases} \quad (3.4)$$

При подстановке рядов (3.4) в систему (3.3) первое уравнение системы примет вид

$$\begin{aligned} & B_1(\ddot{\alpha}_0 + \mu\ddot{\alpha}_1 + \mu^2\ddot{\alpha}_2 + \dots) + B_2(\ddot{\beta}_0 + \mu\ddot{\beta}_1 + \mu^2\ddot{\beta}_2 + \dots) + \\ & + \mu(b_1(\ddot{\alpha}_0 + \mu\ddot{\alpha}_1 + \mu^2\ddot{\alpha}_2 + \dots) + b_2(\ddot{\beta}_0 + \mu\ddot{\beta}_1 + \mu^2\ddot{\beta}_2 + \dots))\cos\psi + \\ & + \mu(a_4(\dot{\alpha}_0 + \mu\dot{\alpha}_1 + \mu^2\dot{\alpha}_2 + \dots - \dot{\beta}_0 - \mu\dot{\beta}_1 - \mu^2\dot{\beta}_2 - \dots))^2 + \\ & + a_6(\dot{\beta}_0 + \mu\dot{\beta}_1 + \mu^2\dot{\beta}_2 + \dots)^2 \sin\psi = \mu(M_{D0} + \mu M_{D1} + \mu^2 M_{D2} + \dots). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Второе уравнение системы (3.3) запишется так

$$\begin{aligned} & B_2(\ddot{\alpha}_0 + \mu\ddot{\alpha}_1 + \mu^2\ddot{\alpha}_2 + \dots) + B_3(\ddot{\beta}_0 + \mu\ddot{\beta}_1 + \mu^2\ddot{\beta}_2 + \dots) + \\ & + \mu(b_2(\ddot{\alpha}_0 + \mu\ddot{\alpha}_1 + \mu^2\ddot{\alpha}_2 + \dots) + b_3(\ddot{\beta}_0 + \mu\ddot{\beta}_1 + \mu^2\ddot{\beta}_2 + \dots))\cos\psi + \\ & + \mu(a_5(\dot{\alpha}_0 + \mu\dot{\alpha}_1 + \mu^2\dot{\alpha}_2 + \dots - \dot{\beta}_0 - \mu\dot{\beta}_1 - \mu^2\dot{\beta}_2 - \dots))^2 - \\ & - a_6(\dot{\alpha}_0 + \mu\dot{\alpha}_1 + \mu^2\dot{\alpha}_2 + \dots)^2 \sin\psi = -\mu M. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Для третьего уравнения системы (3.3) получим

$$\begin{aligned} \dot{M}_{D0} + \mu\dot{M}_{D1} + \mu^2\dot{M}_{D2} + \dots = \frac{1}{T}(M_H - M_{D0} - \mu M_{D1} - \mu^2 M_{D2} - \dots - \\ - \frac{1}{v^* \omega_X}(\dot{\alpha}_0 + \mu\dot{\alpha}_1 + \mu^2\dot{\alpha}_2 + \dots - \omega_H)). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Полагая в уравнениях (3.5) - (3.7) $\mu = 0$, получим порождающую систему

$$\begin{cases} B_1 \ddot{\alpha}_0 + B_2 \ddot{\beta}_0 = 0, \\ B_2 \ddot{\alpha}_0 + B_3 \ddot{\beta}_0 = 0, \\ \dot{M}_{D0} + \frac{1}{T} M_{D0} = \frac{1}{T} \left(M_H - \frac{1}{v^* \omega_X} (\dot{\alpha} - \omega_H) \right). \end{cases}$$

При начальных условиях

$$t = 0, \alpha_0 = \alpha_{01}, \beta_0 = \beta_{01}, \dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}_{01}, \dot{\beta}_0 = \dot{\beta}_{01}, M_{D0} = M_{D01}$$

порождающая система имеет решение

$$\begin{cases} \alpha_0 = \dot{\alpha}_{01} t + \alpha_{01}, \\ \beta_0 = \dot{\beta}_{01} t + \beta_{01}, \\ M_{D0} = M_1 \exp\left(\frac{t}{T}\right) + M_2, \end{cases} \quad (3.8)$$

где $M_1 = M_{D0} - M_H + \frac{1}{v^* \omega_X} (\dot{\alpha}_{01} - \omega_H)$; $M_2 = M_H - \frac{1}{v^* \omega_X} (\dot{\alpha}_{01} - \omega_H)$.

Функции $\sin \psi$ и $\cos \psi$ разложим в окрестности порождающего решения $\alpha_0(t), \beta_0(t)$

$$\begin{aligned} \sin \psi &= \sin q(\alpha_0 - \beta_0) + \cos q(\alpha_0 - \beta_0) \cdot (\mu q(\alpha_1 - \beta_1) + \mu^2 q(\alpha_2 - \beta_2) + \dots), \\ \cos \psi &= \cos q(\alpha_0 - \beta_0) + \sin q(\alpha_0 - \beta_0) \cdot (\mu q(\alpha_1 - \beta_1) + \mu^2 q(\alpha_2 - \beta_2) + \dots). \end{aligned}$$

Оставляя в уравнениях (3.5) — (3.7) лишь члены, содержащие параметр μ в первой степени и учитывая разложение в ряды тригонометрических функций, получим систему для нахождения функций $\alpha_1(t), \beta_1(t), M_{D1}(t)$

$$\begin{cases} B_1 \ddot{\alpha}_1 + B_2 \ddot{\beta}_1 + (a_4 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 + a_6 \dot{\beta}_{01}^2) \sin q(\alpha_0 - \beta_0) = M_{D0}, \\ B_2 \ddot{\alpha}_1 + B_3 \ddot{\beta}_1 + (a_5 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 - a_6 \dot{\alpha}_{01}^2) \sin q(\alpha_0 - \beta_0) = -M, \\ \dot{M}_{D1} + \frac{1}{T} M_{D1} = -\frac{\dot{\alpha}_1}{Tv^* \omega_X}. \end{cases} \quad (3.9)$$

Решая систему (3.9) при нулевых начальных условиях, получим решение для функций $\alpha_1(t)$ и $\beta_1(t)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \frac{1}{\Delta} \left((B_3 M_2 + B_2 M) \frac{t^2}{2} + B_3 T^2 M_1 \exp\left(-\frac{t}{T}\right) - \frac{D_1}{q^2 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2} \sin \psi_0 \right) + C_1 t + C_3, \\ \beta_1 = -\frac{1}{\Delta} \left((B_2 M_2 + B_1 M) \frac{t^2}{2} + B_2 T^2 M_1 \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + \frac{D_2}{q^2 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2} \sin \psi_0 \right) + C_2 t + C_4, \end{array} \right.$$

где

$$\Delta = B_1 B_3 - B_2^2,$$

$$D_1 = (B_2 a_5 - B_3 a_4) \cdot (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 - (B_2 \dot{\alpha}_{01} + B_3 \dot{\beta}_{01}) a_6,$$

$$D_2 = (B_2 a_4 - B_1 a_5) \cdot (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 + (B_1 \dot{\alpha}_{01} - B_3 \dot{\beta}_{01}) a_6,$$

$$C_1 = \frac{1}{\Delta} \left(B_3 T M_1 + \frac{D_1 \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01})}{q(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})} \right), \quad C_2 = \frac{1}{\Delta} \left(-B_2 T M_1 + \frac{D_2 \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01})}{q(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})} \right),$$

$$C_3 = \frac{1}{\Delta} \left(-B_3 T^2 M_1 + \frac{D_1 \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01})}{q^2 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2} \right), \quad C_4 = \frac{1}{\Delta} \left(B_2 T^2 M_1 + \frac{D_2 \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01})}{q^2 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2} \right),$$

$$\psi_0 = q(\alpha_0 - \beta_0) = q((\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})t + \alpha_{01} - \beta_{01}).$$

Решение для $M_{\mathcal{D}1}(t)$ запишется так

$$M_{\mathcal{D}1} = P_1 + P_2 t + (C_5 + P_3 t) \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + P_4 \sin \psi_0 + P_5 \cos \psi_0,$$

где

$$P_1 = \left(C_1 + \frac{B_3 M_2 + B_2 M}{v^* \omega_X} \right) T, \quad P_2 = -\frac{B_3 M_2 + B_2 M}{v^* \omega_X}, \quad P_3 = \frac{B_3 M_1}{\Delta v^* \omega_X},$$

$$P_4 = \frac{D_1 T}{(1 + T^2 q^2 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2) \Delta v^* \omega_X},$$

$$P_5 = \frac{D_2}{(1 + T^2 q^2 (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2) \Delta v^* \omega_X q(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})},$$

$$C_5 = -P_1 - P_4 \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01}) - P_5 \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01}).$$

Ограничиваясь в разложениях (3.4) двумя первыми членами и полагая $\mu=1$, запишем окончательное решение системы (3.1) по методу малого параметра

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_{01} + \dot{\alpha}_{01}t + \alpha_1, \\ \beta = \beta_{01} + \dot{\beta}_{01}t + \beta_1, \\ M_{Д} = M_1 \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + M_2 + M_{Д1}. \end{cases}$$

3.1.2 Решение уравнений методом последовательных приближений

Первое приближение получим, основываясь на начальных условиях

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_{01} + \dot{\alpha}_{01}t, \\ \beta_1 = \beta_{01} + \dot{\beta}_{01}t, \\ M_{Д1} = M_{01}. \end{cases}$$

Используя запись системы (3.1) в виде (3.2), составим систему дифференциальных уравнений для последовательных приближений искомого решения

$$\begin{cases} B_1 \ddot{\alpha}_N + B_2 \ddot{\beta}_N = M_{ДN} - (a_4 (\dot{\alpha}_{N-1} - \dot{\beta}_{N-1})^2 + a_6 \dot{\beta}_{N-1}^2) \sin q(\alpha_{N-1} - \beta_{N-1}) - \\ \quad - (b_1 \ddot{\alpha}_{N-1} + b_2 \ddot{\beta}_{N-1}) \cos q(\alpha_{N-1} - \beta_{N-1}), \\ B_2 \ddot{\alpha}_N + B_3 \ddot{\beta}_N = -M - (a_5 (\dot{\alpha}_{N-1} - \dot{\beta}_{N-1})^2 - a_6 \dot{\alpha}_{N-1}^2) \sin q(\alpha_{N-1} - \beta_{N-1}) - \\ \quad - (b_2 \ddot{\alpha}_{N-1} + b_3 \ddot{\beta}_{N-1}) \cos q(\alpha_{N-1} - \beta_{N-1}), \\ M_{ДN} = \frac{1}{T} \left(M_H - M_{ДN-1} - \frac{\dot{\alpha}_{N-1} - \omega_H}{v^* \omega_X} \right). \end{cases}$$

В частности, с учетом полученного первого приближения и учитывая, что $\ddot{\alpha}_1 = \ddot{\beta}_1 = 0$, получим систему дифференциальных уравнений для второго приближения

$$\begin{cases} B_1 \ddot{\alpha}_2 + B_2 \ddot{\beta}_2 = M_{Д2} - (a_4(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 + a_6 \dot{\beta}_{01}^2) \sin \psi_0, \\ B_2 \ddot{\alpha}_2 + B_3 \ddot{\beta}_2 = -M - (a_5(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 - a_6 \dot{\alpha}_{01}^2) \sin \psi_0, \\ \dot{M}_{Д2} = \frac{1}{T} \left(M_H - M_{Д1} - \frac{\dot{\alpha}_1 - \omega_H}{v^* \omega_X} \right). \end{cases} \quad (3.10)$$

Решая систему (3.10) при заданных начальных условиях, получим второе приближение решения системы дифференциальных уравнений (3.1). Для момента двигателя второе приближение имеет вид $M_{Д2} = M_3 t + M_{Д01}$, где

$$M_3 = \frac{1}{T} \left(M_H - M_{Д01} - \frac{\dot{\alpha}_{01} - \omega_H}{v^* \omega_X} \right).$$

Для угла поворота ведущего вала второе приближение запишется так

$$\alpha_2 = \frac{1}{\Delta} \left(K_1 \frac{t^3}{3} + K_2 \frac{t^2}{2} + \frac{K_3}{q(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})} \sin \psi_0 \right) + C_6 t + C_7,$$

где

$$K_1 = \frac{1}{2} M_3 B_3, \quad K_2 = M_{Д01} B_3 + M B_2,$$

$$K_3 = \frac{1}{q} \left(\frac{(B_2 \dot{\alpha}_{01}^2 + B_3 \dot{\beta}_{01}^2) a_6}{\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}} - (B_2 a_5 - B_3 a_4) (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \right),$$

$$C_6 = \dot{\alpha}_{01} - \frac{K_3}{\Delta} \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01}), \quad C_7 = \alpha_{01} - \frac{K_3}{\Delta q(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})} \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01}).$$

Для угла поворота ведомого вала второе приближение найдется по выражению

$$\beta_2 = \frac{1}{\Delta} \left(K_4 \frac{t^3}{3} + K_5 \frac{t^2}{2} + \frac{K_6}{q(\alpha_{01} - \beta_{01})} \sin \psi_0 \right) + C_8 t + C_9,$$

где

$$K_4 = -\frac{1}{2} M_3 B_2, \quad K_5 = -M_{Д01} B_2 + M B_1,$$

$$K_6 = -\frac{1}{q} \left(\frac{(B_1 \dot{\alpha}_{01} + B_2 \dot{\beta}_{01}) a_6}{\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}} + (B_2 a_4 - B_1 a_5) (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \right),$$

$$C_8 = \dot{\beta}_{01} - \frac{K_6}{\Delta} \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01}), \quad C_9 = \beta_{01} - \frac{K_6}{\Delta q(\alpha_{01} - \beta_{01})} \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01}).$$

Ограничиваясь для углов поворота α и β вторым приближением, найдем третье приближение для момента двигателя

$$M_{Д3} = \frac{1}{T} \left(\left(M_H + \frac{\omega_H}{v^* \omega_X} - M_{Д01} \right) t - M_3 \frac{t^2}{2} - \frac{1}{\Delta v^* \omega_X} \left(K_1 \frac{t^3}{3} + K_2 \frac{t^2}{2} + \frac{K_3 \sin \psi_0}{q(\alpha_{01} - \beta_{01})} - \frac{C_6 t}{v^* \omega_X} \right) \right) + C_{10},$$

$$\text{где } C_{10} = M_{Д01} + \frac{K_3 \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01})}{T \Delta v^* \omega_X q(\alpha_{01} - \beta_{01})}.$$

3.1.3 Решение уравнений методом разложения в степенные ряды

По методу разложения в степенные ряды решение системы (3.1) будем искать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \alpha(0) + \frac{\dot{\alpha}(0)}{1!} t + \frac{\ddot{\alpha}(0)}{2!} t^2 + \frac{\dddot{\alpha}(0)}{3!} t^3 + \dots, \\ \beta = \beta(0) + \frac{\dot{\beta}(0)}{1!} t + \frac{\ddot{\beta}(0)}{2!} t^2 + \frac{\dddot{\beta}(0)}{3!} t^3 + \dots, \\ M_{Д} = M_{Д}(0) + \frac{\dot{M}_{Д}(0)}{1!} t + \frac{\ddot{M}_{Д}(0)}{2!} t^2 + \frac{\dddot{M}_{Д}(0)}{3!} t^3 + \dots \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Значения $\alpha(0)$, $\beta(0)$, $M_{\mathcal{D}}(0)$, $\dot{\alpha}(0)$, $\dot{\beta}(0)$ найдем из начальных условий

$$\alpha(0) = \alpha_{01}, \beta(0) = \beta_{01}, M_{\mathcal{D}}(0) = M_{\mathcal{D}01}, \dot{\alpha}(0) = \dot{\alpha}_{01}, \dot{\beta}(0) = \dot{\beta}_{01}.$$

Значения вторых производных углов поворота α и β , а также первой производной момента двигателя в момент времени $t=0$ найдем, разрешив уравнения системы (2) относительно старших производных

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\alpha}(0) = \frac{M_{\mathcal{D}01}A_{30} + MA_{20} + (A_{20}A_{50} - A_{30}A_{40})(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 - (A_{20}\dot{\alpha}_{01}^2 - A_{30}\dot{\beta}_{01}^2)A_{60}}{A_{10}A_{30} - A_{20}^2}, \\ \ddot{\beta}(0) = \frac{-M_{\mathcal{D}01}A_{20} - MA_{10} + (A_{20}A_{40} - A_{10}A_{50})(\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 + (A_{10}\dot{\alpha}_{01}^2 + A_{20}\dot{\beta}_{01}^2)A_{60}}{A_{10}A_{30} - A_{20}^2}, \\ \dot{M}_{\mathcal{D}}(0) = \frac{1}{T} \left(M_H - M_{\mathcal{D}01} - \frac{\dot{\alpha}_{01} - \omega_H}{v^* \omega_X} \right), \end{array} \right.$$

где

$$\begin{aligned} A_{10} &= B_1 + b_1 \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01}), \\ A_{20} &= B_2 + b_2 \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01}), \\ A_{30} &= B_3 + b_3 \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01}), \\ A_{40} &= a_4 \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01}), \\ A_{50} &= a_5 \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01}), \\ A_{60} &= a_6 \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01}). \end{aligned}$$

Найдем значения производных переменных коэффициентов A_i ($i=1, \dots, 6$) в момент времени $t=0$

$$\begin{aligned}
\dot{A}_1(0) &= -b_1 q (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \sin q (\alpha_{01} - \beta_{01}), \\
\dot{A}_2(0) &= -b_2 q (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \sin q (\alpha_{01} - \beta_{01}), \\
\dot{A}_3(0) &= -b_3 q (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \sin q (\alpha_{01} - \beta_{01}), \\
\dot{A}_4(0) &= a_4 q (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \cos q (\alpha_{01} - \beta_{01}), \\
\dot{A}_5(0) &= a_5 q (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \cos q (\alpha_{01} - \beta_{01}), \\
\dot{A}_6(0) &= a_6 q (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) \cos q (\alpha_{01} - \beta_{01}).
\end{aligned}$$

Продифференцировав систему (3.1) и разрешив ее относительно старших производных, найдем значения третьих производных углов поворота α и β и второй производной момента двигателя в нулевой момент времени

$$\left\{ \begin{array}{l}
\ddot{\alpha}(0) = \frac{A_{30} P_1 - A_{20} P_2}{A_{10} A_{30} - A_{20}^2}, \\
\ddot{\beta}(0) = \frac{A_{10} P_2 - A_{20} P_1}{A_{10} A_{30} - A_{20}^2}, \\
\ddot{M}_D(0) = -\frac{1}{T} \left(\dot{M}_D(0) + \frac{\ddot{\alpha}(0)}{v^* \cdot \omega_X} \right),
\end{array} \right.$$

где

$$\begin{aligned}
P_1 &= \dot{M}_D(0) - \dot{A}_1(0) \ddot{\alpha}(0) - \dot{A}_2(0) \ddot{\beta}(0) - \dot{A}_4(0) (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 - \\
&\quad - 2A_{40}(0) (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) (\ddot{\alpha}(0) - \ddot{\beta}(0)) - \dot{A}_6(0) \dot{\beta}_{01}^2 - 2A_{60} \dot{\beta}_{01} \ddot{\beta}(0), \\
P_2 &= -\dot{A}_2(0) \ddot{\alpha}(0) - \dot{A}_3(0) \ddot{\beta}(0) - \dot{A}_5(0) (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01})^2 - \\
&\quad - 2A_{50}(0) (\dot{\alpha}_{01} - \dot{\beta}_{01}) (\ddot{\alpha}(0) - \ddot{\beta}(0)) + \dot{A}_6(0) \dot{\alpha}_{01}^2 + 2A_{60} \dot{\alpha}_{01} \ddot{\alpha}(0).
\end{aligned}$$

Дифференцируя уравнение для момента двигателя еще раз, найдем значение третьей производной этого момента в нуле

$$\ddot{M}_d(0) = -\frac{1}{T} \left(\ddot{M}_d(0) + \frac{\overset{\dots}{\alpha}(0)}{v^* \omega_x} \right).$$

Подставляя найденные значения производных в разложения (3.11) и ограничиваясь слагаемыми, содержащими значения третьих производных включительно, получим окончательное решение системы (3.1).

3.1.4 Сравнение приближенных аналитических методов

Построенные аналитические решения являются приближенными, поэтому неизбежно возникает вопрос о точности приближения. Использовать для решения этого вопроса аналитические оценки крайне затруднительно, так как теория таких оценок часто строится на использовании мажорантных рядов и, как правило, дает завышенные (часто значительно) значения погрешностей. Поэтому на практике для оценки точности метода применяют другие возможности, например, сравнивают последовательные приближения друг с другом. Часто сравнение нулевого, первого и второго приближений (а иногда нулевого и первого) дает хорошее представление о качестве приближения. Погрешность метода можно также оценить, сравнивая решение с решением, полученным другим методом, либо с результатами эксперимента. Такие сравнения не решают полностью вопрос о точности того или иного метода, но позволяют на практике обрести достаточную уверенность в результатах исследований.

Сравним рассмотренные в предыдущем параграфе аналитические методы с результатами расчетов, полученных численными методами решений нелинейных дифференциальных уравнений [163-165]. Численные методы позволяют находить практически точные решения, так как погрешность задается изначально и может быть сколь угодно малой. При этом итерационный процесс производится необходимо количество раз до достижения заданной точности. Для проведения сравнительного анализа в качестве численного метода выберем широко известный метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

На рис. 3.1 показаны графики решений системы (3.1), полученных приближенными аналитическими методами и численными методами по методу Рунге-Кутты с помощью компьютерной программы MathCADProfessional при следующих параметрах инерционно-импульсной передачи

$$J_1 = 4,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_2 = 0,53 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nJ_3 = 0,052 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nm = 10,5 \text{ кг},$$

$$a = 0,06 \text{ м}, \quad b = 0,03 \text{ м}, \quad k = 0,09 \text{ м}^2, \quad h = 0,05 \text{ м}, \quad q = \frac{4}{3}, \quad M_C = 1 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_H = 10,2 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad \omega_X = 157 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad \omega_H = 150 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad T = 0,038 \text{ с},$$

$$\nu = 0,0024 \frac{\text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}.$$

Начальные условия были приняты следующими

$$t = 0, \quad \alpha_{01} = 1,2 \text{ рад}, \quad \beta_{01} = 0, \quad \dot{\alpha}_{01} = 150 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad \dot{\beta}_{01} = 0, \quad M_{D01} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Сплошной утолщенной линией выделено решение, полученное по методу Рунге-Кутты, сплошная тонкая линия соответствует методу разложения в степенные ряды, пунктирная линия – методу малого параметра, штриховая – методу последовательных приближений. На рис. 3.1а изображены графики угла поворота α ведущего вала за вычетом трендовой составляющей $\omega_H \cdot t$ в зависимости от времени t . Трендовую составляющую приходится исключать, так как в противном случае, учитывая, что ведущий вал вращается с большой угловой скоростью при малой неравномерности его вращения, графики угла поворота α практически сливаются для некоторых методов решения. На рис.3.1б и 3.1в соответственно изображены графики угла поворота β ведомого вала и момента двигателя M_D в зависимости от времени.

Анализ графиков показывает, что метод разложения в степенные ряды имеет приемлемую сходимость лишь в достаточно небольшой окрестности начального момента времени. Учитывая, что по сложности структуры коэффициентов в решении системы (3.1) этот метод не проще других аналитических методов, делаем вывод, что метод разложения в степенные ряды наименее при-

емлем для исследования математических моделей инерционно-импульсных передач.

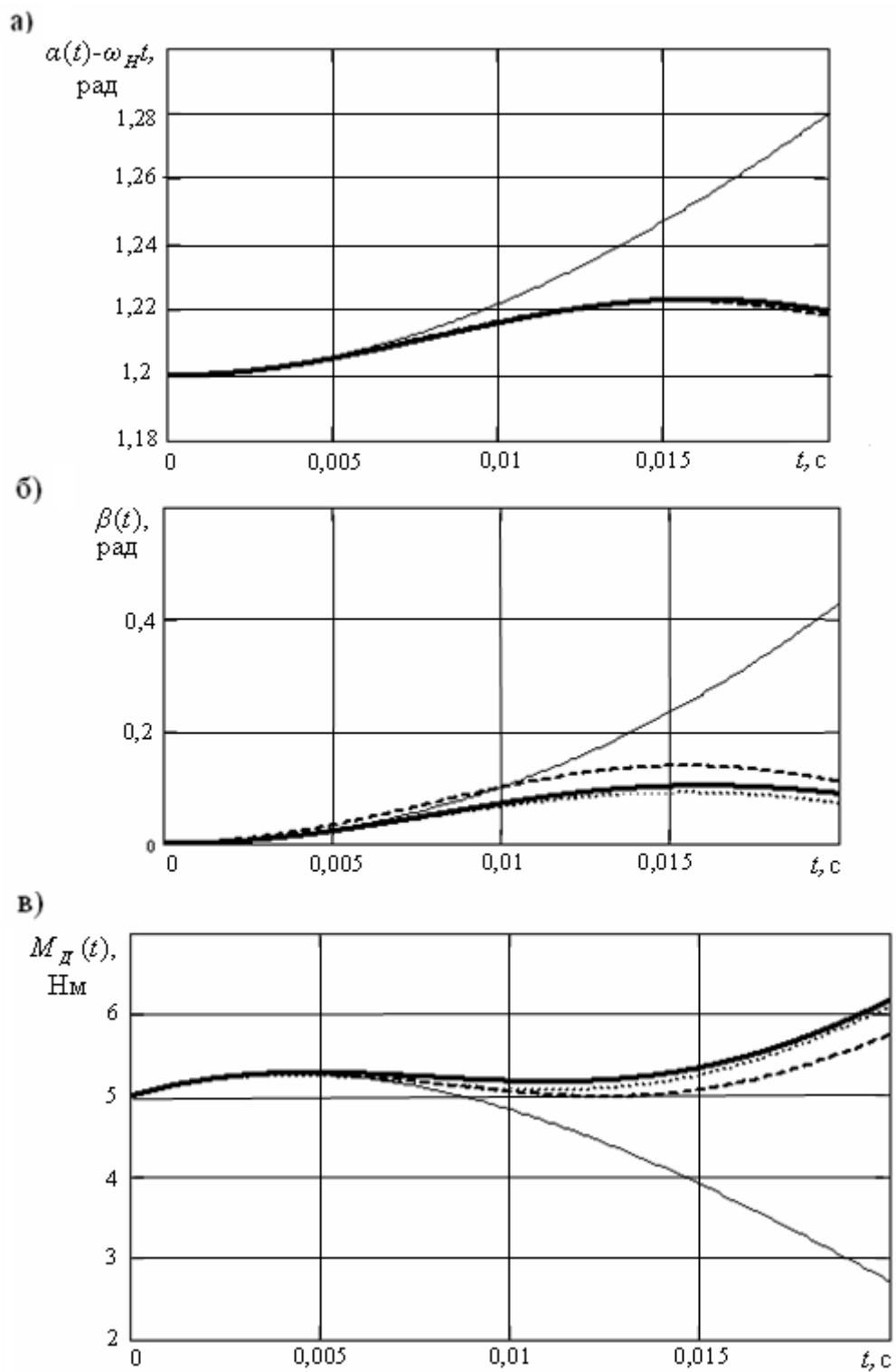


Рис. 3.1. Графики зависимостей угла поворота ведущего вала, угла поворота ведомого вала и момента двигателя от времени

Методы малого параметра и последовательных решений дают достаточно близкие решения, хорошо приближающие точные решения. Хотя, как следует из рис. 3.1, метод малого параметра дает несколько лучшие результаты по сравнению с методом последовательных приближений. Установлению более явных различий между этими методами на рис. 3.1 мешают графики, полученные с помощью метода разложения в степенные ряды, так как эти графики сильно отличаются от других, нивелируя различия между другими графиками. Поэтому для дальнейшего проведения сравнительного анализа оставим только графики, соответствующие методам Рунге-Кутты, малого параметра и последовательных приближений (рис. 3.2). Заметим, что исключение результатов, полученных с помощью разложения в степенные ряды, позволяет значительно расширить рассматриваемый временной промежуток. Виды изображений графических линий на рис. 3.2 соответствуют рис. 3.1.

Из рис. 3.2 следует, что для момента двигателя метод малого параметра гораздо лучше приближает точное решение, чем метод последовательных приближений. Для угла поворота ведущего вала различие не такое большое, но, тем не менее, также в пользу метода малого параметра. Для угла поворота ведомого вала инерционно-импульсной передачи метод последовательных приближений в некоторых областях изменения времени дает более точные результаты по сравнению с методом малого параметра, но в других областях картина прямо противоположная. Сделать однозначное суждение в пользу одного метода в такой ситуации сложно, хотя в малой окрестности начального момента времени явное преимущество имеет метод малого параметра.

В целом, можно сделать вывод, что для аналитического решения и исследования нелинейных уравнений движения инерционно-импульсных передач на основе импульсного механизма с двумя степенями свободы наиболее подходящим оказывается метод малого параметра. Метод последовательных приближений дает неплохие результаты, и на некоторых множествах иногда даже превосходит метод малого параметра, но в целом, несомненно, уступает методу малого параметра.

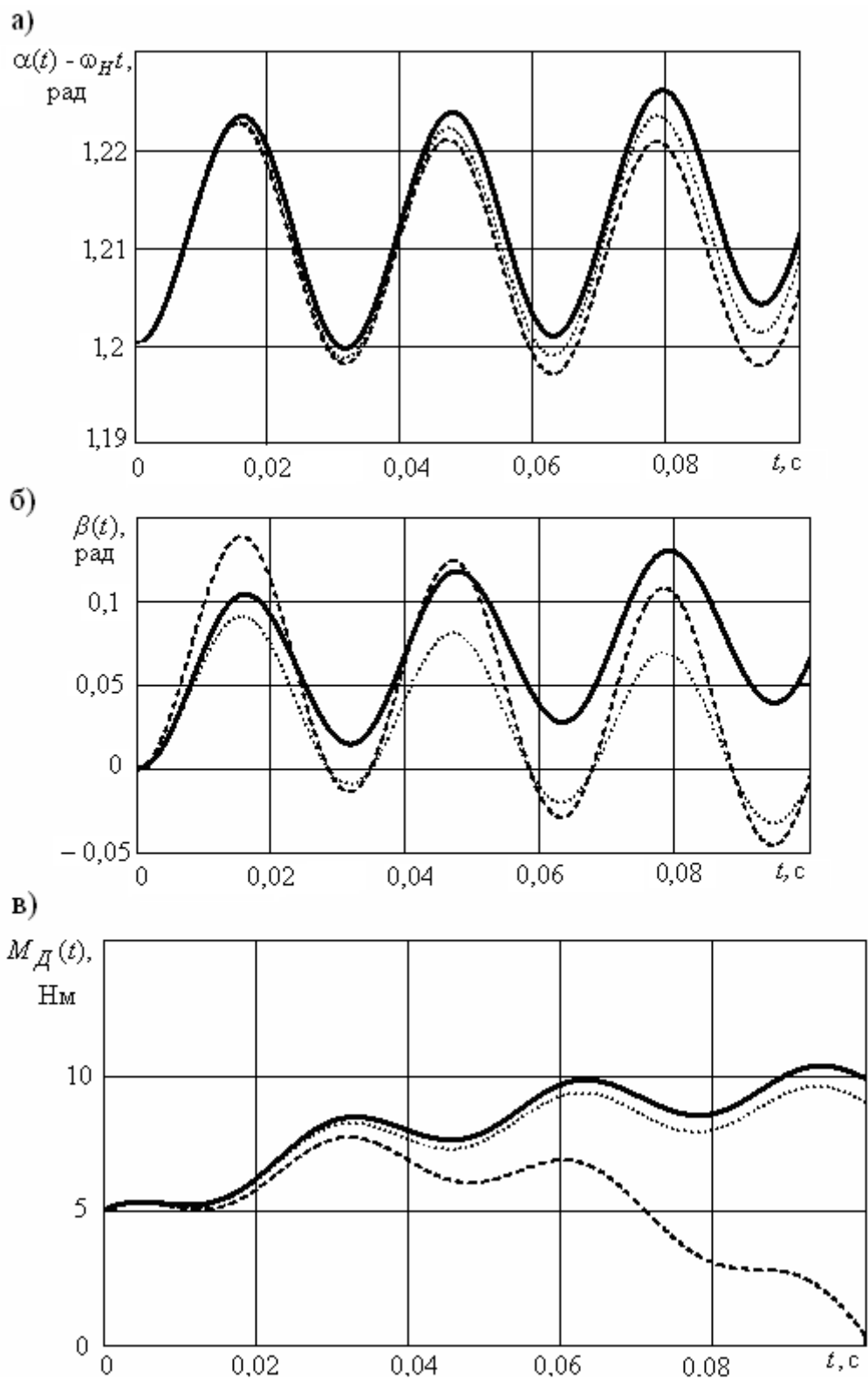


Рис. 3.2. Графики зависимостей угла поворота ведущего вала, угла поворота ведомого вала и момента двигателя от времени

Метод разложения в степенные ряды является наиболее слабым, для достижения той же точности, что и другие сравниваемые методы, требует гораздо более трудоемких и громоздких преобразований. В дальнейшем для аналитического исследования динамики инерционно-импульсных передач нет необходимости применять различные методы решения дифференциальных уравнений движения, а можно ограничиться лишь методом малого параметра.

3.2 Механизмы свободного хода релейного типа.

Нелинейные колебания звеньев

Как уже отмечалось, существующие конструкции механизмов свободного хода отличаются недостаточной надежностью и долговечностью, что во многих случаях лимитирует надежность всего привода в целом. Именно недостаточная долговечность механизмов свободного хода сдерживает, например, широкое применение инерционных автоматических бесступенчатых механических передач, обладающих целым рядом преимуществ по сравнению с передачами других типов.

В механизмах свободного хода фрикционного типа, работающих на основе сил трения, контакт заклинивающих элементов с ведущей и ведомой обоями часто происходит по линии, что приводит к большим контактным напряжениям и, как следствие, к быстрой потере работоспособности механизмов. Поэтому были разработаны конструкции механизмов свободного хода, которых передача вращающего момента происходит по поверхности. Например, автором были разработаны конструкции механизма свободного хода [166], в которых крутящий момент передается по фрикционным торцевым плоскостям ведущего и ведомого валов. Одна из модификаций таких механизмов свободного хода изображена на рис.3.3.

В этом механизме свободного хода гайка 3 навинчена на резьбовую часть ведущего вала 4 и установлена в корпусе 2 с некоторым натягом, но с возможностью проворота при приложении некоторой величины крутящего момента.

При вращении ведущего вала 4 в направлении рабочего хода происходит осевое перемещение вала 4 в сторону ведомого вала 1. При этом гайка 3 неподвижна относительно корпуса 2, так как установлена с гарантированным натягом. Соединение «винт – гайка» работает как винтовая передача, происходит выборка зазора между торцевыми плоскостями ведущего вала 4 и ведомого вала 1. Осевое перемещение происходит до тех пор, пока торцевая плоскость вала 4 не упрется в торцевую плоскость вала 1. Так как вал 1 не допускает осевого перемещения, то дальнейшее осевое перемещение становится невозможным. Поэтому вращающий момент, действующий на валу 4, преодолеет момент трения, образованный натягом гайки 3, и вызовет вращение гайки 3 в корпусе 2. При этом вал 4, гайка 3 и ведомый вал 1 будут вращаться как одно целое. Происходит передача вращающего момента с ведущего вала на ведомый вал.

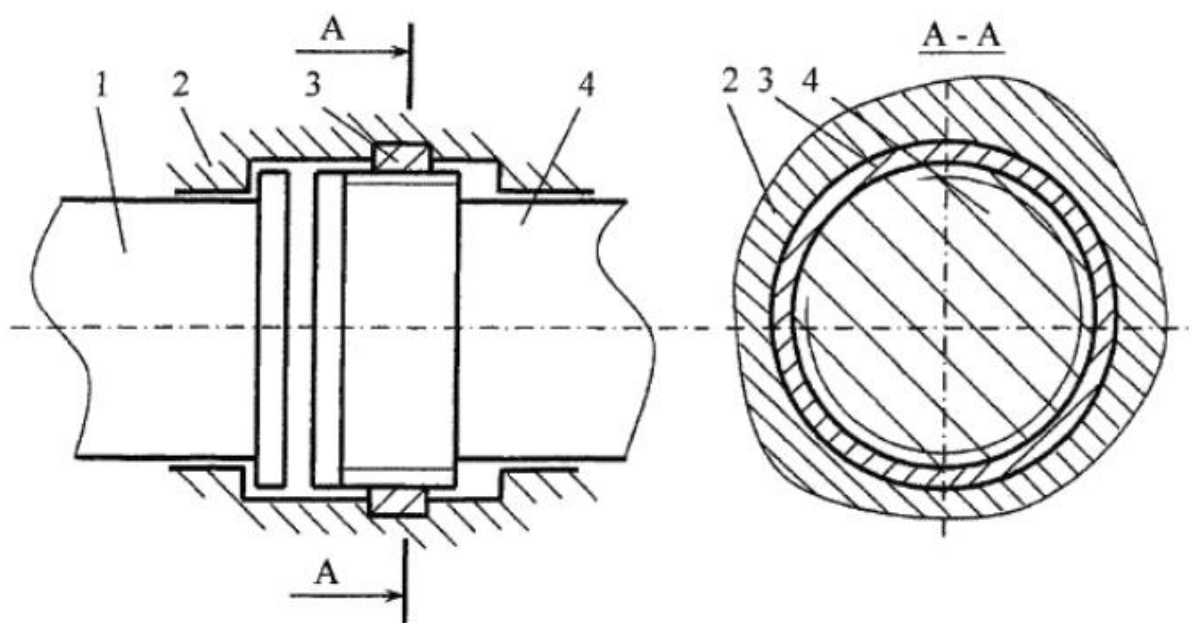


Рис. 3.3. Схема механизма свободного хода с торцевой фрикционной поверхностью

При изменении направления вращения ведущего вала 4 гайка 3 остается в корпусе 2 неподвижной за счет величины гарантированного натяга. Соединение вала 4 с гайкой 3 работает как винтовая передача. Ведущий вал отходит от ве-

домого вала 1. Между торцевыми фрикционными поверхностями валов образуется зазор. Вращающий момент с ведущего вала на ведомый передаваться не будет. Осевое перемещение вала 4 происходит до тех пор, пока не произойдет выборка резьбовой части этого вала. Дальнейшее осевое перемещение вала 4 становится невозможным, поэтому вращающий момент, действующий на ведущий вал 4, преодолеет момент сопротивления вращению гайки 3 от натяга. Гайка 3 начнет вращаться вместе с валом 4 в корпусе 2 как одно целое. Так осуществляется свободный ход.

Механизмы свободного хода предложенной конструкции отличаются чрезвычайно низкими габаритами и могут быть использованы при разработке микро и нанотехники.

Главным недостатком конструкции [165] механизма свободного хода является пробуксовка некоторых элементов в моменты прямого и обратного хода и все отрицательные моменты, связанные с этой пробуксовкой. Для устранения этого недостатка автор разработал конструкции механизмов свободного хода [128], работающих по релейному принципу, а именно: через заклинивающие элементы свободного хода передается только часть нагрузки. Основная часть крутящего момента (нагрузки) передается, минуя заклинивающие элементы. Такое конструктивное решение позволяет разгрузить механизмы свободного хода в десятки и сотни раз. Принцип действия разработанного механизма свободного хода аналогичен работе электрического реле, когда через слабую электрическую схему передается лишь ток малой мощности, но это приводит к срабатыванию основной электрической цепи, способной надежно передавать главный поток электрической энергии. На рис. 3.4 изображена одна из предложенных схем механизмов свободного хода релейного типа.

На ведущем валу 1, установленном с помощью передачи «винт – гайка» во внутренней обойме 2 механизма свободного хода, закреплен фрикционный диск 3. Заклинивающие элементы 4 взаимодействуют с наружной обоймой 5 механизма свободного хода, связанной с ведомым валом.

Передача «винт – гайка» может быть выполнена в виде винтовой передачи любого типа, например, в виде винтовой передачи скольжения, шариковой винтовой передачи, планетарной винтовой передачи. Но более эффективным представляется использование шариковой винтовой передачи, которая имеет высокую нагрузочную способность, большую долговечность, высокую осевую жёсткость, плавность хода, высокий коэффициент полезного действия (0.85 - 0.95), надёжность при работе на высоких скоростях.

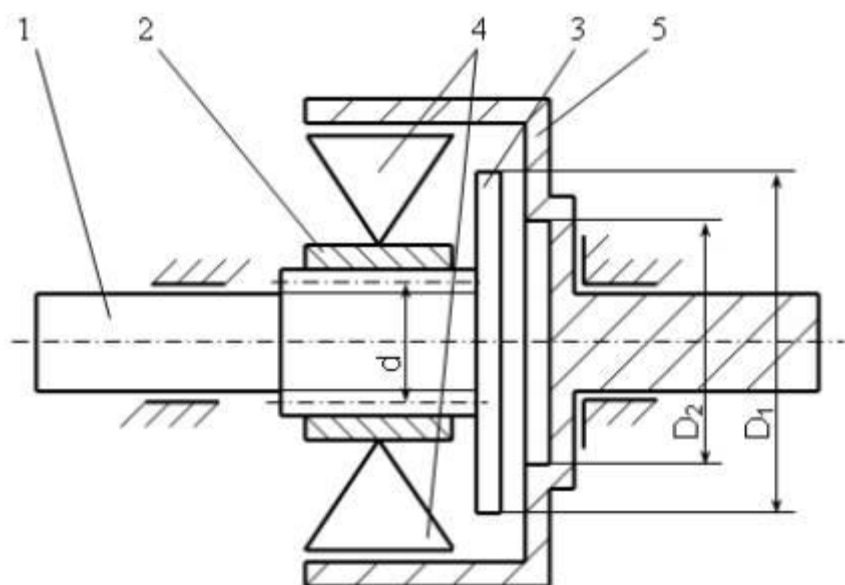


Рис. 3.4. Схема механизма свободного хода релейного типа

Заклинивающие элементы также могут соответствовать любой известной схеме механизма свободного хода (ролики, храповые собачки, клиновые элементы, пружины и т.д.).

Работает механизм свободного хода релейного типа следующим образом.

В случае вращения ведущего вала 1 с угловой скоростью меньшей угловой скорости ведомого вала (или в противоположных направлениях) ведущий и ведомый валы вращаются независимо друг от друга. При этом крутящий момент с ведущего вала на ведомый не передается. При достижении ведущим валом угловой скорости ведомого вала происходит заклинивание элементов 4. При этом крутящий момент начинает передаваться с ведущего вала 1 через внутреннюю

обойму 2, заклинивающие элементы 4, наружную обойму 5 на выходной вал. Момент сопротивления на внутренней обойме 2 вызовет вращение ведущего вала относительно внутренней обоймы. Так как ведущий вал и внутренняя обойма взаимодействуют друг с другом посредством передачи «винт – гайка», то относительное вращение ведущего вала вызовет осевое перемещение ведущего вала в сторону внутренней торцевой поверхности наружной обоймы 5. Осевое перемещение ведущего вала будет происходить до тех пор, пока фрикционный диск 3 не упрется во фрикционную торцевую внутреннюю поверхность наружной обоймы. При этом крутящий момент от ведущего вала на ведомый будет передаваться не только через заклинивающие элементы 4, но и через фрикционные поверхности диска 3 и наружной обоймы 5. Произойдет перераспределение крутящего момента. За счет соответствующего выбора параметров винтовой передачи можно обеспечить передачу основной величины крутящего момента через фрикционные поверхности, значительно разгрузив при этом заклинивающие элементы 4.

Если угловая скорость ведущего вала станет меньше угловой скорости наружной обоймы, то элементы 4 расклинятся, и крутящий момент через эти элементы передаваться не будет. При этом прекратится действие осевой силы на ведущий вал со стороны внутренней обоймы 2. Фрикционный диск 3 отойдет от внутренней торцевой поверхности наружной обоймы 5. Крутящий момент через фрикционные поверхности передаваться не будет. Механизм свободного хода полностью разомкнется. Ведущий и ведомый валы в этом случае будут вращаться независимо друг от друга.

Следует заметить, что, несмотря на наличие фрикционного контакта поверхностей диска 3 и наружной обоймы 5, рассмотренный механизм свободного хода релейного типа лишен главного недостатка фрикционной сцепной муфты – больших потерь мощности при пробуксовке фрикционных дисков и связанных с этим нагревом и короблением дисков. Действительно, контакт фрикционной поверхности диска 3 и внутренней торцевой поверхности наружной обоймы 5 может происходить лишь при выровненных угловых скоростях внут-

ренней и наружной обойм механизма свободного хода релейного типа. Лишь при заклинивании механизма свободного хода появляется осевая сила, действующая на ведущий вал. При этом разница в угловых скоростях фрикционного диска 3 и наружной обоймы 5 определится лишь величиной зазора между торцевыми фрикционными поверхностями диска 3 и наружной обоймы 5 в начальный момент осевого перемещения ведущего вала по направлению к ведомому валу. Величину же зазора всегда можно конструктивно свести к минимуму. Поэтому разницу в угловых скоростях фрикционного диска 3 и наружной обоймы 5 можно привести практически к нулю. Конечно, при этом мы пренебрегаем податливостью звеньев, упругостью заклинивающих элементов, наличием зазоров в других соединениях конструкции. Впрочем, все эти допущения широко применяются при исследовании статики и динамики механических систем.

Преимущества же фрикционной дисковой муфты, например, способность передавать большие величины крутящего момента за счет поверхностного контакта, а, следовательно, при низких удельных давлениях, проявляются в механизмах свободного хода релейного типа в полной мере. Интересными в этом плане представляются конструкции механизмов свободного хода, разработанные Благодоровым А.А. и учеными его школы из Кургана.

В полной мере также проявляются преимущества винтовой передачи, например, ее способность создавать значительную осевую силу при небольшой величине окружного усилия. Это позволяет разгрузить заклинивающие элементы механизма свободного хода, а основную величину потока мощности передавать через фрикционные дисковые поверхности.

Разработанные конструктивные решения, при которых основная величина крутящего момента передается вне заклинивающих элементов, а момент, передаваемый через эти элементы, имеет небольшую величину и служит лишь для срабатывания надежной основной силовой цепи, позволяют резко разгрузить заклинивающие элементы свободного хода и в конечном итоге создать конструкции надежных и долговечных механизмов свободного хода.

Следует также отметить, что разработанные надежные механизмы свободного хода характеризуются также простотой и технологичностью конструкции, высоким коэффициентом полезного действия и имеют ряд других преимуществ.

Проведем более подробное исследование перераспределения величины крутящего момента, передаваемого через заклинивающие элементы и фрикционную дисковую поверхность.

На рис. 3.5 изображена схема действия сил в винтовой паре.

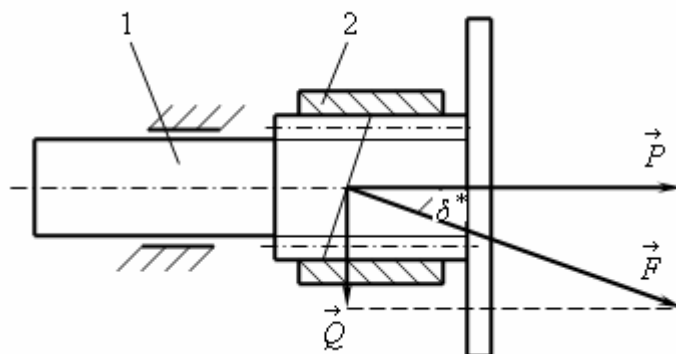


Рис. 3.5. Схема действия сил в винтовой паре механизма свободного хода релейного типа

Здесь 1 – ведущий вал, 2 – внутренняя обойма механизма свободного хода.

Крутящий момент M_1 , передаваемый через заклинивающие элементы механизма свободного хода, определится по соотношению

$$M_1 = Q \cdot r , \quad (3.12)$$

где $r = \frac{d}{2}$.

Момент M_2 , передаваемый через фрикционные поверхности звеньев 3,5, найдется по выражению

$$M_2 = \frac{2f \cdot P \cdot (R_1^2 + R_1 \cdot R_2 + R_2^2)}{3 \cdot (R_1 + R_2)} , \quad (3.13)$$

где f - коэффициент трения во фрикционном контакте; $R_1 = \frac{D_1}{2}$, $R_2 = \frac{D_2}{2}$.

Полный крутящий момент M , передаваемый с ведущего вала на ведомый, найдется в виде суммы $M = M_1 + M_2$.

Нетрудно получить зависимость между модулями сил P и Q (рис. 3.5)

$$P = Q \cdot \operatorname{ctg} \delta^* . \quad (3.14)$$

Нас интересует соотношение между составляющими M_1 и M_2 полного момента M , поэтому, учитывая соотношения (3.12), (3.13), (3.14), запишем отношение

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{2f \cdot (R_1^2 + R_1 \cdot R_2 + R_2^2) \cdot \operatorname{ctg} \delta^*}{3r \cdot (R_1 + R_2)} . \quad (3.15)$$

Разделив числитель и знаменатель правой части выражения (3.15) на $R_1 R_2 \neq 0$ и обозначив $k = \frac{R_1}{R_2}$, после преобразований найдем

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{2f \cdot R_1 \cdot (k^2 + k + 1) \cdot \operatorname{ctg} \delta^*}{3r \cdot (k^2 + k)} . \quad (3.16)$$

Пусть $k^2 + k = p$. Тогда выражение (3.16) можно привести к виду

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{2f \cdot R_1 \cdot \operatorname{ctg} \delta^*}{3r} \cdot \left(1 + \frac{1}{p}\right) . \quad (3.17)$$

Очевидно, что $R_1 > R_2$, поэтому $k > 1$, а $p > 2$. С учетом этих соотношений сделаем оценку $1 < 1 + \frac{1}{p} < \frac{3}{2}$. Тогда, используя выражение (3.17), можно

оценить отношение моментов $\frac{M_2}{M_1}$:

$$\frac{2}{3} A < \frac{M_2}{M_1} < A , \quad (3.18)$$

$$\text{где } A = \frac{f \cdot R_1 \cdot \text{ctg} \delta^*}{r}.$$

Как следует из оценки (3.18), распределение крутящего момента на составляющие, передаваемые заклинивающими элементами и фрикционной парой, определяется величиной A . Эта величина линейно зависит от коэффициента трения скольжения f и радиуса наружной окружности R_1 фрикционного контакта. Зависимость величины A от угла подъема δ^* винтовой линии и среднего радиуса r винтовой нарезки не является линейной (хотя является монотонно убывающей в реальной области изменения аргументов) и представляет бóльший интерес для дальнейшего исследования.

На рис.3.6 представлены зависимости отношения составляющих момента $\frac{M_2}{M_1}$ от угла подъема винтовой линии. Кривые 1 соответствуют нижней (пунктирная линия) и верхней (сплошная линия) границам оценки (3.18) при значениях параметров $f = 0,3$, $R_1 = 0,2$ м, $r = 0,02$ м. Для кривых 2 радиус $R_1 = 0,1$ м. Все остальные значения параметров приняты такими же, как и для кривых 1.

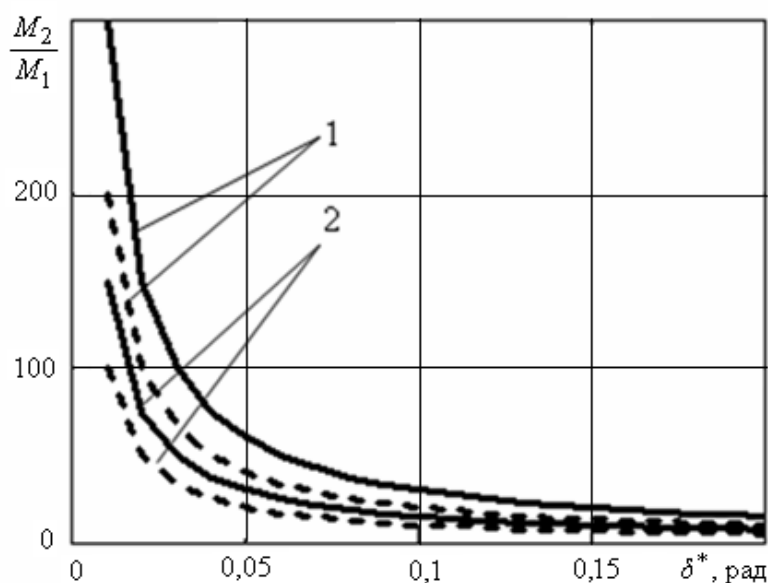


Рис. 3.6. Зависимости отношения составляющих момента от угла подъема винтовой линии

Из выражения (3.17) следует, что отношение составляющих крутящего момента неограниченно возрастает при выполнении одного из условий (или совокупности этих условий): $R_1 \rightarrow \infty, r \rightarrow 0, \delta^* \rightarrow 0$. Следовательно, при этих условиях можно разгрузить заклинивающие элементы механизма свободного хода на сколь угодно значительную величину. Случай $f \rightarrow \infty$ не рассматриваем из-за ограниченности коэффициента трения скольжения (обычно $f \in [0,1 \dots 0,4]$). Хотя понятно, что при увеличении параметра f отношение моментов (3.17) увеличивается, что также приводит к разгрузке заклинивающих элементов. Величина момента, передаваемого через заклинивающие элементы механизма свободного хода, может быть меньше величины момента, передаваемого через фрикционные поверхности, более чем в сотни раз. Естественно, что при этом подавляющая величина крутящего момента передается с ведущего вала на ведомый через фрикционные поверхности. Заклинивающие элементы механизма свободного хода в этом случае разгружены практически полностью, что позволяет резко повысить надежность и долговечность механизма свободного хода в целом. Вместе с тем заметим, что даже если момент, передаваемый через фрикционные поверхности, больше момента, передаваемого через заклинивающие элементы, лишь в несколько раз (а не десятки и сотни раз), тем не менее, это может привести к значительному увеличению надежности и долговечности механизма свободного хода по сравнению с обычной роликовой обгонной муфтой.

Недостаток конструкции механизма свободного хода, изображенного на рис. 3.6, заключается в возникновении осевой силы, действующей на ведущий вал 1 и на внутреннюю обойму 2. При этом появляется необходимость в компенсации этой силы, например, с помощью упорных или радиально-упорных подшипников. Для устранения этого недостатка предложена конструкция механизма свободного хода, изображенная на рис. 3.7.

На ведущем валу 1 имеются две части, на которых выполнены винтовые нарезки с противоположным направлением резьбы. На этих частях установлены фрикционные диски 2 и 3. Внутренняя обойма 4 механизма свободного хода установлена на втулках дисков 2 и 3 с помощью шлицевого соединения с возможностью свободного осевого перемещения. Наружная обойма 5 механизма свободного хода установлена также с помощью шлицевого соединения с возможностью осевого перемещения во внутренней части цилиндрической втулки 6, соединенной с ведомым валом.

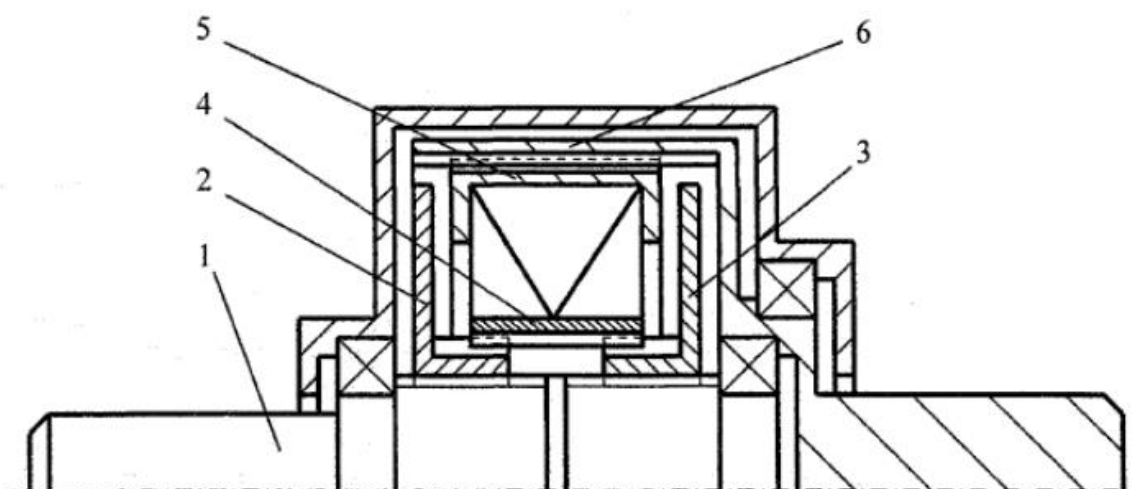


Рис. 3.7. Схема механизма свободного хода релейного типа с компенсацией действия осевых сил

Принцип действия этого механизма свободного хода подобен работе механических винтовых тисков. Наличие винтовой нарезки с противоположным направлением резьбы позволяет компенсировать осевые силы, действующие на фрикционные диски 2 и 3.

Предложенная схема механизма свободного хода также является конструкцией релейного типа, так как предполагает наличие обычной обгонной муфты с заклинивающими элементами, необходимой для срабатывания фрикционной связи, через которую передается основная часть крутящего момента.

Рассмотрим динамику работы механизма свободного хода релейного типа [167, 168].

Учитывая переменность структуры, математическую модель такого механизма можно рассматривать как совокупность систем дифференциальных уравнений, записанных по участкам.

На участке совместного вращения ведущего вала и внутренней обоймы со скоростью меньшей угловой скорости наружной обоймы система дифференциальных уравнений движения имеет вид

$$\begin{cases} (J_1 + J_2)\ddot{\alpha} = M, \\ \ddot{\beta} = \ddot{\alpha}, \\ J_3\ddot{\gamma} = -M_C, \end{cases}$$

где α, β, γ — соответственно углы поворота ведущего вала, внутренней и наружной обойм механизма свободного хода;

J_1, J_2, J_3 — соответственно моменты инерции ведущего вала, внутренней и наружной обойм с приведенными к ним моментами инерции заклинивающих элементов;

M_C — момент сопротивления, действующий на наружную обойму.

При равенстве угловых скоростей ведущего вала и наружной обоймы происходит переход на второй участок, при котором ведущий вал совершает осевое перемещение до упора с торцевой поверхностью наружной обоймы. Уравнения движения при этом примут вид

$$\begin{cases} (J_1 + \frac{mh^2}{4\pi^2})\ddot{\alpha} = M - \frac{h}{2\pi}F_1; \\ \ddot{\beta} = \ddot{\gamma}; \\ (J_2 + J_3)\ddot{\gamma} = -M_C, \end{cases}$$

где m — масса ведущего вала;

h — ход резьбы;

F_1 — возвращающая осевая сила, действующая на ведущий вал.

При упоре торцевых поверхностей ведущего вала и наружной обоймы происходит переход системы на следующий участок, при котором все звенья механизма свободного хода вращаются как единое целое. Уравнения движения на этом участке запишутся так

$$\begin{cases} (J_1 + J_2 + J_3)\ddot{\alpha} = M - M_c; \\ \ddot{\beta} = \ddot{\gamma} = \ddot{\alpha}. \end{cases}$$

Решение полученных по участкам систем дифференциальных уравнений не вызывает каких-либо проблем. Проблема появляется при построении периодических решений и заключается в необходимости отслеживания моментов перехода с участка на участок, так как рассматриваемые механизмы свободного хода являются техническими системами переменной структуры. Решение проблемы заключается в сведении полученных систем дифференциальных уравнений к одной системе. Действительно, величину осевого зазора между торцевыми поверхностями ведущего вала и наружной обоймы можно свести к минимуму. При этом, применяя функцию Хевисайда $\Phi(x)$ и ее аналитическую аппроксимацию $H(x) = 0,5 + \frac{\text{arctg}(Nx)}{\pi}$, где N - наперед заданное достаточно большое число, уравнения движения механизма свободного хода можно записать в виде одной системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} = \frac{M - M_c \cdot \Phi(\dot{\alpha} - \dot{\gamma})}{J_1 + J_2 + J_3 \cdot \Phi(\dot{\alpha} - \dot{\gamma})}; \\ \ddot{\gamma} = \frac{(M - M_c \cdot H(\dot{\alpha} - \dot{\gamma})) \cdot H(\dot{\alpha} - \dot{\gamma})}{J_1 + J_2 + J_3 \cdot \Phi(\dot{\alpha} - \dot{\gamma})} - \frac{M_c}{J_3} \cdot \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\alpha}). \end{cases} \quad (3.19)$$

Запись уравнений движения в виде системы (3.19) позволяет избежать необходимости отслеживать моменты изменения законов движения механизма при переходе с участка на участок. Достаточно задать лишь начальные условия, что значительно упрощает исследование динамики механизма свободного хода и построение периодических решений (Приложение 6).

На рис. 3.8 изображены графики решений системы (3.19), полученных методом Рунге-Кутты с помощью компьютерной программы MathCAD (приложение 5). Крутящий момент определялся зависимостью $M = M_{\partial 1} + M_{\partial 2} \cdot \sin(\omega \cdot t)$, где $M_{\partial 1}, M_{\partial 2}$ - постоянные коэффициенты, ω - циклическая частота. Сплошной линией изображен график зависимости угловой скорости ведущего вала, пунктирной — наружной обоймы от времени t . Параметры системы были приняты следующими:

$$J_1 = 0,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_3 = 0,8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; M_{\partial 1} = 6 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\partial 2} = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_C = 6 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega = 10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Начальные условия имели вид

$$\dot{\alpha}(0) = -5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \dot{\gamma}(0) = 8 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \alpha(0) = \gamma(0) = 0.$$

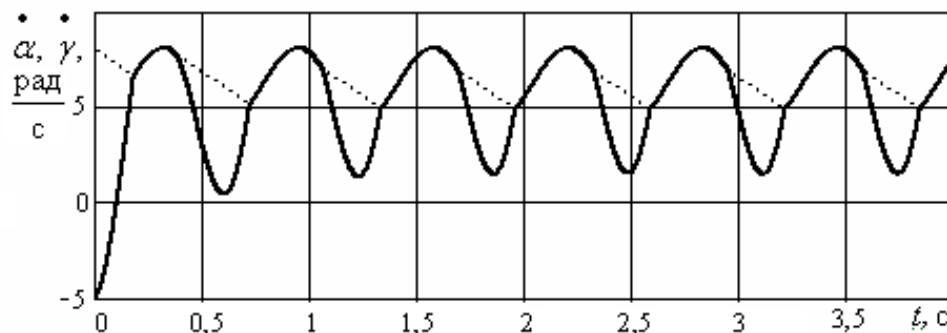


Рис. 3.8. Графики угловых скоростей ведущего вала и наружной обоймы в зависимости от времени

Для построения периодического решения с принятыми параметрами учтем, что, в силу полной симметрии конструкции механизма свободного хода, значения углов поворота его звеньев можно в любой момент времени взять произвольно. Поэтому для определения предельного цикла достаточно следить за равенством угловых скоростей в начале и конце цикла. Принимая во внимание это замечание, циклические траектории можно рассматривать в пространстве угловых скоростей ведущего вала и наружной обоймы (рис. 3.9). Предельный цикл выделен утолщенной линией. Как видим, выход на предельный цикл происходит достаточно быстро.

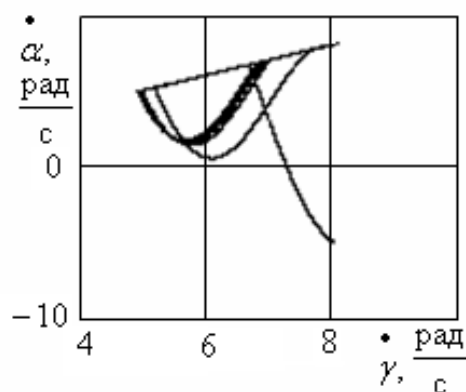


Рис. 3.9. График циклических траекторий с выходом на предельный цикл

В заключение отметим, что наряду с рассмотренной возможны и другие конструкции механизмов свободного хода релейного типа. Все эти конструкции содержат ведущий и ведомый валы, внутреннюю и наружную обоймы, заклинивающие элементы. Ведущий вал взаимодействует с внутренней обоймой посредством кинематической связи, обеспечивающей создание осевой силы при передаче крутящего момента через заклинивающие элементы, а взаимодействие ведущего вала с наружной обоймой (или ведомым валом) осуществляется не только через заклинивающие элементы, но и посредством фрикционной связи. Кинематическая связь между ведущим валом и внутренней обоймой, обес-

печивающая создание осевой силы, может быть выполнена в виде винтовой передачи, в виде шестеренной передачи с косозубым зубчатым зацеплением и другими конструктивными способами. Для увеличения нагрузочной способности фрикционная связь ведущего вала и наружной обоймы (или ведомого вала) может осуществляться посредством пакета фрикционных пластин.

Заметим, что использование винтового соединения может быть применено не только в механизмах свободного хода, но и в предохранительных фрикционных муфтах с целью повышения их чувствительности, что приводит к повышению точности их срабатывания. Так автором была изобретена предохранительная фрикционная муфта повышенной чувствительности[169], схема которой изображена на рис. 3.10.

Предохранительная фрикционная муфта повышенной чувствительности содержит ведущую 1 и ведомую 2 полумуфты. На ведомой полумуфте закреплен упорный диск 3. На ведущей полумуфте установлен нажимной диск 4, подпружиненный упругим элементом 5. Усилие упругого элемента изменяется с помощью механизма регулирования 6. Между нажимным и упорным дисками установлены с возможностью осевого перемещения фрикционные диски 7. Предохранительная муфта содержит также отжимное устройство, состоящее из косозубой солнечной шестерни 8, закрепленной на ведущей полумуфте и входящей в зацепление с косозубыми сателлитами 9, закрепленными на нажимном диске.

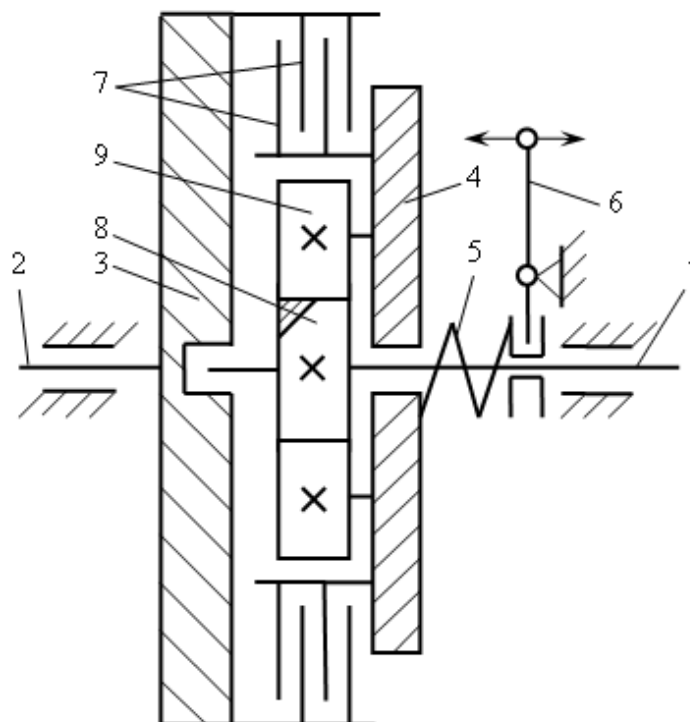


Рис. 3.10. Предохранительная фрикционная муфта повышенной чувствительности

Предохранительная фрикционная муфта работает следующим образом.

При вращении ведущей полумуфты 1 крутящий момент передается через солнечную шестерню 8, сателлиты 9 на нажимной диск 4, затем через фрикционные диски 7, упорный диск 3 на ведомую полумуфту 2. Так как солнечная шестерня и сателлиты косозубые, то пропорционально величине передаваемого крутящего момента в зацеплении создается осевая сила, действующая на нажимной диск 4 и направленная против усилия упругого элемента 5.

При возрастании крутящего момента выше допустимой величины, осевая сила отводит нажимной диск от дисков 7, при этом происходит их размыкание, что позволяет предохранять узлы и детали привода от перегрузки и поломки.

Выполнение элементов винтовой пары в виде элементов косозубого зацепления, которые расположены на косозубых сателлитах и солнечной шестерне, позволяет повысить долговечность муфты путем перестановки сателлитов с фазовым сдвигом по мере их износа.

Технико-экономический эффект от изобретения заключается в повышении эксплуатационных качеств путем повышения точности срабатывания муфты.

3.3 Нелинейные колебания инерционно-импульсных передач без механизмов свободного хода

Аналитическое решение системы (2.15) без учета упругости можно построить с помощью приближенных методов [163-165], учитывая переменность угловой скорости ведущего вала. При этом решения системы (2.15) имеют сравнительно громоздкий вид. Поэтому используем допущение о неизменности угловой скорости ведущего вала ($\dot{\alpha} = \omega \equiv const$), что позволит понизить порядок системы дифференциальных уравнений движения трансформатора.

Выясним правомерность такого допущения для рассматриваемых в данной работе инерционно-импульсных передач. Вопрос является важным, так как в случае подтверждения правомерности можно значительно снизить порядок системы дифференциальных уравнений движения, сводя систему (2.15) лишь к одному дифференциальному уравнению второго порядка

$$A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 = -M_C, \quad (3.20)$$

где переменные коэффициенты A_3, A_5, A_6 те же, что и в уравнениях системы (2.15), а угол ψ определяется выражением $\psi = q(\omega \cdot t + \alpha_{01} - \beta)$. Здесь $\omega = \dot{\alpha}_{01}$, α_{01}, α_{01} - соответственно значения угловой скорости и угла поворота ведущего вала в начальный момент времени $t = 0$.

Уравнения (2.15) и (3.20) являются существенно нелинейными. Учитывая сложность их структуры, сделать аналитическую оценку правомерности допущения о постоянстве скорости ведущего вала не представляется возможным. Поэтому данную оценку сделаем на основе сравнения численных решений системы (2.15) и уравнения (3.20), полученных с помощью метода Рунге-Кутты в

компьютерной среде MathCAD. Момент сопротивления определим соотношением $M_C = M_0 + M_1 \cdot \text{sign}(\dot{\beta})$, где $M_0, M_1 \equiv \text{const}$ ($M_0, M_1 \geq 0$).

Известно [170], что при регуляризации некорректных задач предпочтительнее использовать регуляризующие алгоритмы, сходимость которых эквивалентна существованию решения данной некорректной задачи. Если для данного регуляризующего алгоритма такая эквивалентность установлена, то это означает, что наш процесс сходится, и это может быть видно уже из численного решения. Такая компьютерная проверка на основе численных решений очень важна для практических задач. Поведение численного решения может служить для исследователя одним из интуитивных признаков благополучия вычислительного процесса.

На рис.3.11 показаны графики решений системы (2.15) и уравнения (3.20), полученные по методу Рунге-Кутты с помощью компьютерной программы MathCADProfessional[171] при следующих параметрах инерционно-импульсной передачи

$$J_1 = 5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nJ_3 = 0,32 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nm = 10,5 \text{ кг}, a = 0,02 \text{ м},$$

$$b = 0,08 \text{ м}, k = 0,1 \text{ м}, h = 0,08 \text{ м}, q = \frac{4}{3}, M_0 = 0, M_1 = 750 \text{ Н} \cdot \text{м}, M_H = 150 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\omega_X = 157 \text{ рад/с}, \omega_H = 150 \text{ рад/с}, T = 0,038 \text{ с}, \nu = 0,0024 \text{ с}^2/\text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Начальные условия были приняты следующими

$$t = 0, \alpha_{01} = 0, \beta_{01} = 0, \dot{\alpha}_{01} = 150 \text{ рад/с}, \dot{\beta}_{01} = 0, M_{D01} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Утолщенная линия соответствует случаю с переменной угловой скоростью ведущего вала, тонкая линия соответствует допущению о постоянстве угловой скорости этого вала.

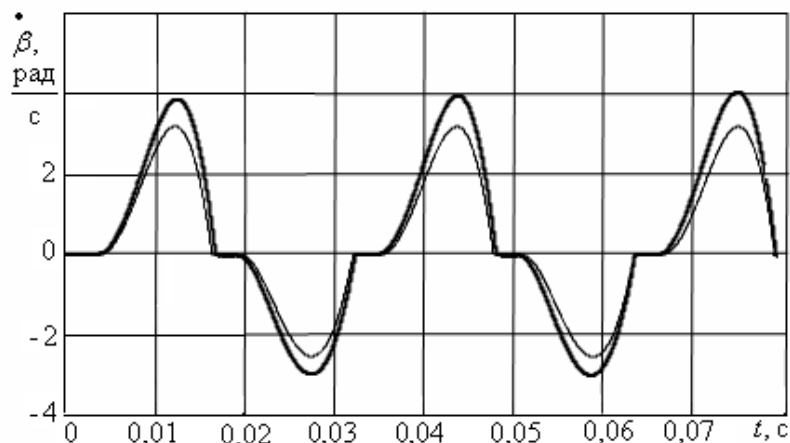


Рис.3.11. Зависимость угла поворота выходного вала от времени

Как видим на рис.3.11, различие в решениях достаточно небольшое. Однако если мы рассмотрим полученные решения на более длительном промежутке времени, то получим решения, графики которых изображены на рис.3.12. Здесь, по-прежнему, утолщенная линия соответствует углу поворота выходного вала при переменной скорости ведущего вала, тонкая линия — при допущении о постоянстве угловой скорости этого вала. Видим, что погрешность в решениях накапливается, и с течением времени разница в решениях оказывается существенной.

На основании проведенного сравнения можно сделать вывод, что использовать допущение о постоянстве угловой скорости ведущего вала при решении дифференциальных уравнений движения можно на небольших интервалах изменения времени.

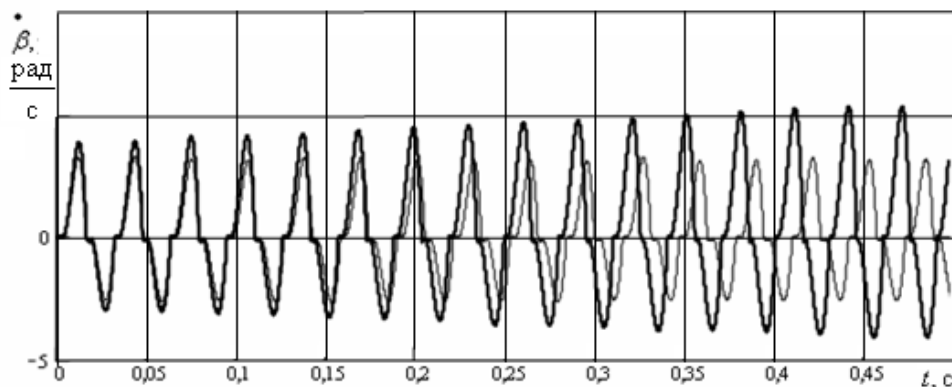


Рис.3.12. Зависимость угла поворота выходного вала от времени

Что касается исследования долгосрочных процессов, данное допущение может быть применено лишь с большой осторожностью. Например, при построении устойчивых периодических решений с использованием этого допущения, мы можем получить результат, не совпадающий с периодическим решением, найденным с учетом переменности угловой скорости ведущего вала. Хотя, если начальные условия заданы в области достаточно близких значений к устойчивым периодическим решениям, результаты исследований при постоянстве и переменности угловой скорости ведущего вала будут характеризоваться хорошей сходимостью[172]. В частности, возможно отыскание периодических решений в предположении постоянства угловой скорости ведущего вала, так как решение с учетом переменности угловой скорости этого вала при начальных условиях, близких к найденному периодическому решению, даст примерно такой же результат. Например, на рис. 3.13 изображены фазовые траектории в области близкой к периодическому решению. Сплошной утолщенной линией изображены траектории, полученные с учетом варьирования угловой скорости ведущего вала, пунктирной – с использованием допущения о постоянстве этой угловой скорости. Как видим, результаты хорошо сходятся.

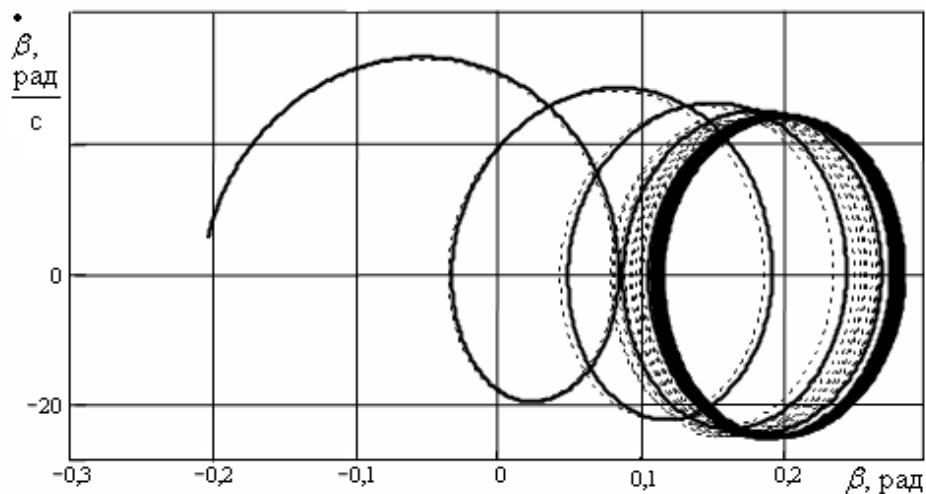


Рис.3.13. Фазовые траектории с выходом на предельный цикл

Параметры инерционно-импульсной передачи были выбраны следующими:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= 14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nJ_3 = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nm = 8 \text{ кг}, \quad a = 0,02 \text{ м}, \\
 b &= 0,08 \text{ м}, \quad k = 0,1 \text{ м}, \quad h = 0,083 \text{ м}, \quad q = \frac{4}{3}, \quad M_0 = 18 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_1 = 750 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\
 M_H &= 150 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad \omega_X = 220 \text{ рад/с}, \quad \omega_H = 215 \text{ рад/с}, \quad T = 0,038 \text{ с}, \\
 \nu &= 0,0024 \text{ с}^2/\text{кг} \cdot \text{м}^2.
 \end{aligned}$$

Начальные условия соответствовали значениям

$$\begin{aligned}
 t = 0, \quad \alpha_{01} &= 1127 \text{ рад}, \quad \beta_{01} = -0,204 \text{ рад}, \quad \dot{\alpha}_{01} = 216,85 \text{ рад/с}, \quad \dot{\beta}_{01} = 5,5 \text{ рад/с}, \\
 M_{D01} &= 100 \text{ Н} \cdot \text{м}.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим режим одностороннего вращения выходного вала с наложенными высокочастотными колебаниями.

Схеме инерционно-импульсной передачи, изображенной на рис. 2.14а, соответствует цилиндрическое фазовое пространство [173]. Для такой схемы возможны периодические движения, при которых выходной вал совершает однонаправленное вращение с наложенными высокочастотными колебаниями. Фрагмент графика периодического решения с наложенными колебаниями в качестве примера такого движения приводится на рис.3.14. При этом параметры инерционно-импульсной передачи были выбраны следующими:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= 14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nJ_3 = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nm = 8 \text{ кг}, \quad a = 0,02 \text{ м}, \\
 b &= 0,08 \text{ м}, \quad k = 0,1 \text{ м}, \quad h = 0,083 \text{ м}, \quad q = \frac{4}{3}, \quad M_0 = 0, \quad M_1 = 20, \quad M_H = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad (3.21) \\
 \omega_X &= 157 \text{ рад/с}, \quad \omega_H = 150 \text{ рад/с}, \quad T = 0,038 \text{ с}, \quad \nu = 0,0024 \text{ с}^2/\text{кг} \cdot \text{м}^2.
 \end{aligned}$$

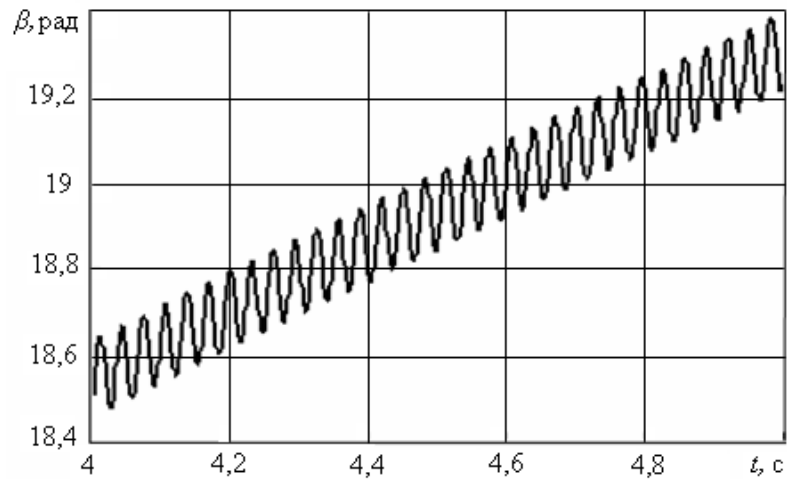


Рис.3.14. Фрагмент графика периодического решения с наложенными высокочастотными колебаниями

Существование устойчивых однонаправленных вращений с наложенными высокочастотными колебаниями позволяет создать схемы инерционно-импульсных передач, рабочие органы которых совершают вращательное движение. При этом наложенные высокочастотные колебания могут способствовать интенсификации выполнения технологических процессов, таких как, резка, сверление, распиловка, дробление материалов, шлифование и полирование поверхностей и целого ряда других.

Для осуществления лишь колебательных движений выходного вала можно применить схему (рис. 2.14б), при которой ведомое звено импульсного механизма связано с корпусом упругой связью. Упругая связь исключает возможность однонаправленного вращения.

На примере исследования динамики инерционно-импульсной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода проведем численную проверку предложенной аппроксимирующей процедуры (2.2). Используем динамическое уравнение (3.20). Момент сопротивления, действующий на ведомый вал, определим соотношением $M_c = M_1 \cdot \text{sign}(\dot{\beta}) + M_0$, где $M_0, M_1 \equiv \text{const}$.

Единичная функция $\text{sign}(\dot{\beta})$ является существенно нелинейной, что затрудняет проведение аналитических исследований динамики инерционно-

импульсной передачи. Кроме того, эта функция не является периодической. С помощью предложенных методов (2.2) аппроксимируем единичную функцию, например, аналитической функцией вида $\text{sign}(\dot{\beta}) \approx f_4(\dot{\beta}/10)$. Заметим, что для аппроксимации мы берем относительно небольшое $n=4$, оставляя значительные возможности для уменьшения погрешности аппроксимации.

С целью сравнения проведем численное решение дифференциального уравнения движения с единичной и аппроксимирующей функциями для конкретных параметров передачи по методу Рунге-Кутты (Приложение 7). Фазовые траектории на фазовой плоскости $(\beta, \dot{\beta})$ с выходом на периодическое решение изображены на рис. 3.15.

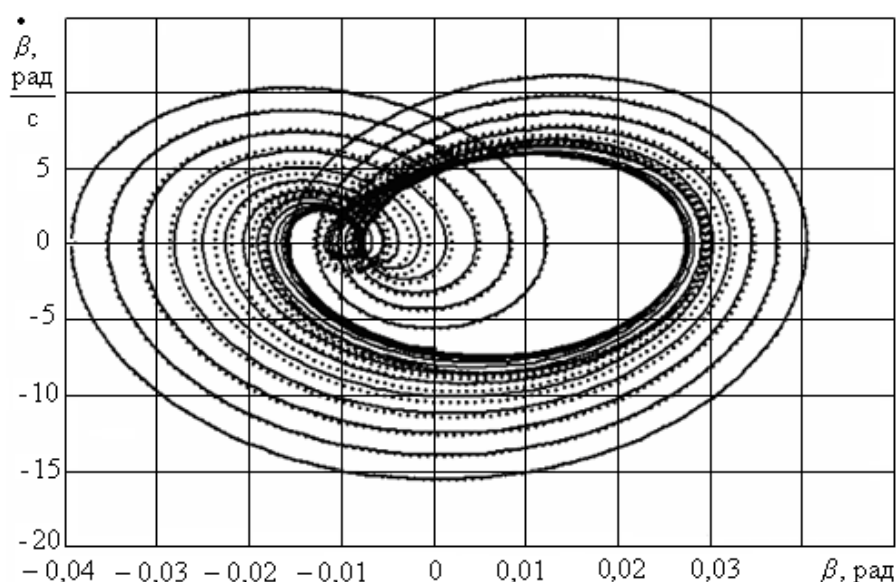


Рис.3.15. Фазовые траектории при использовании единичной функции и её аппроксимации

Здесь сплошной линией изображено решение, полученное при использовании в математической модели передачи единичной разрывной функции, пунктирной линией – при использовании аналитической аппроксимации. Утолщенная линия на рис. 3.15 соответствует периодическому решению.

Как видим на рисунке, погрешность результатов является невысокой, что говорит о хорошей сходимости предложенных аппроксимирующих процедур. Более того, погрешность аппроксимации можно уменьшить до сколь угодно малой величины, увеличивая число вложенных функций.

Как показали численные решения системы дифференциальных уравнений (2.15) по методу Рунге-Кутты при различных параметрах передачи и различных начальных условиях, динамическая картина инерционной передачи без механизма свободного хода отличается большим разнообразием. На рис.3.16 изображены некоторые из полученных фазовых траекторий и периодических решений. Приведенные примеры говорят о больших возможностях инерционно-импульсной передачи без механизмов свободного хода и с упругой связью реактора импульсного механизма с корпусом реализовать различные типы периодических движений и режимов работы.

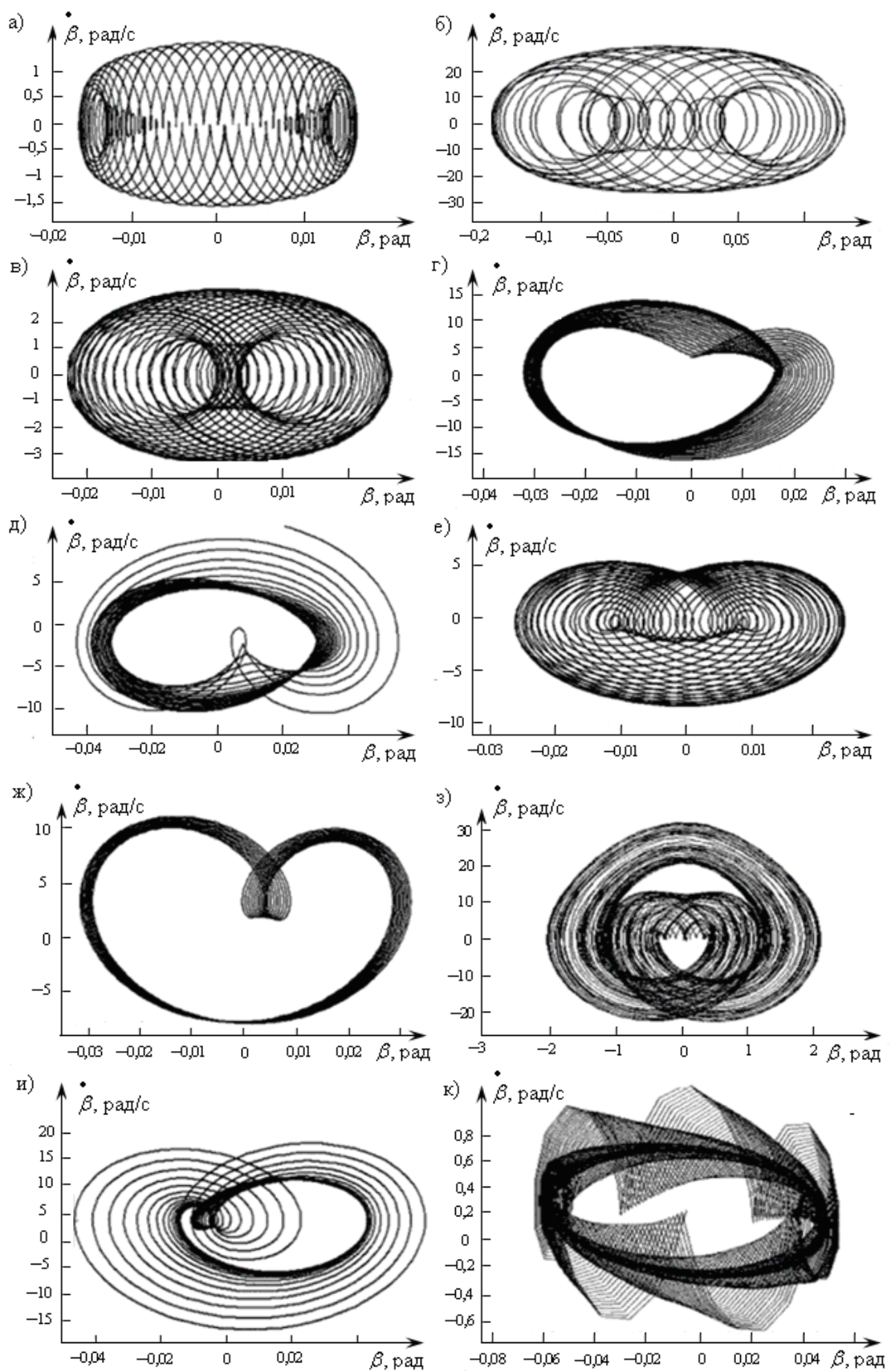


Рис.3.16. Примеры фазовых траекторий и периодических решений

3.4 Построение периодического решения на холостом режиме работы

Уравнение движения инерционной передачи без механизмов свободного хода при допущении о постоянстве угловой скорости ведущего вала будет иметь вид

$$A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 + c\beta = -M_C. \quad (3.22)$$

Сначала построим периодическое решение нелинейного дифференциального уравнения (3.22) на холостом режиме работы ($M_C = 0$) при отсутствии резонанса. Интерес к холостому режиму вызван тем, что на этом режиме можно определить максимальную амплитуду колебаний ведомого вала и, тем самым, установить потенциальную способность передачи к выполнению заданного технологического процесса. Например, в процессе пиления необходимо обеспечить движение пильного полотна с амплитудой, превышающей величину одного зуба.

В статье [163] показано, что при построении решения нелинейного дифференциального уравнения предпочтительно использовать метод малого параметра.

Коэффициенты A_3, A_5, A_6 представим в виде

$$A_3 = B_3 + b_3 \cos \psi, \quad A_5 = a_5 \sin \psi, \quad A_6 = a_6 \sin \psi,$$

где

$$B_3 = J_2 + nmb^2 + \left(\frac{b}{k} + q\right)^2 nJ_3; \quad b_3 = 2nmbh \left(\frac{b}{k} - q\right),$$

$$a_5 = nmbh \left(\frac{b}{k} - q\right)q, \quad a_6 = nmkhq.$$

Вводя малый параметр μ , уравнение (3.22) можно записать так

$$B_3 \ddot{\beta} + c\beta = (a_6 - a_5)\omega^2 \sin \psi + \mu(2a_5 \omega \dot{\beta} \sin \psi - a_5 \dot{\beta}^2 \sin \psi - b_3 \ddot{\beta} \cos \psi). \quad (3.23)$$

Функции $\sin \psi$ и $\cos \psi$ разложим в ряды вида

$$\begin{aligned}\sin \psi &= \sin q\omega t - \mu q \beta \cos q\omega t - \frac{\mu^2 q^2 \beta^2}{2} \sin q\omega t + \dots, \\ \cos \psi &= \cos q\omega t + \mu q \beta \sin q\omega t - \frac{\mu^2 q^2 \beta^2}{2} \cos q\omega t - \dots\end{aligned}$$

Периодическое решение будем искать в виде ряда по степеням малого параметра

$$\beta = \beta_0 + \mu \beta_1 + \mu^2 \beta_2 + \dots \quad (3.24)$$

Порождающее уравнение получим из уравнения (4), положив $\mu = 0$

$$B_3 \ddot{\beta}_0 + c \beta_0 = (a_6 - a_5) \omega^2 \sin q\omega t,$$

которое имеет единственное периодическое решение с циклической частотой $q\omega$:

$$\beta_0 = D_0 \sin q\omega t,$$

где $D_0 = \frac{(a_6 - a_5) \omega^2}{c - B_3 q^2 \omega^2}$.

Оставляя в уравнении (3.23) лишь слагаемые, содержащие малый параметр μ в первой степени и учитывая разложение (3.24), получим уравнение для β_1

$$B_3 \ddot{\beta}_1 + c \beta_1 = \frac{1}{2} (3a_5 - a_6 + qb_3) D_0 q \omega^2 \sin 2q\omega t - \frac{1}{4} a_5 D_0^2 q^2 \omega^2 (\sin q\omega t + \sin 3q\omega t),$$

решая которое, найдем периодическое решение с циклической частотой $q\omega$

$$\beta_1 = D_1 \sin q\omega t + D_2 \sin 2q\omega t + D_3 \sin 3q\omega t,$$

где

$$D_1 = \frac{0,25a_5 D_0^2 q^2 \omega^2}{B_3 q^2 \omega^2 - c};$$

$$D_2 = \frac{0,5q\omega^2 D_0 (3a_5 - a_6 + qb_3)}{c - 4B_3 q^2 \omega^2};$$

$$D_3 = \frac{0,25a_5 D_0^2 q^2 \omega^2}{9B_3 q^2 \omega^2 - c}.$$

Оставляя в разложении (3.24) два первых слагаемых и полагая $\mu = 1$, получим искомое периодическое решение с периодом $2\pi/q\omega$

$$\beta = (D_0 + D_1) \sin q\omega t + D_2 \sin 2q\omega t + D_3 \sin 3q\omega t. \quad (3.25)$$

Как следует из решения (3.25), начальные условия, соответствующие периодическому решению с периодом $2\pi/q\omega$, имеют значения

$$\begin{cases} \beta(0) = 0, \\ \dot{\beta}(0) = (D_0 + D_1 + 2D_2 + 3D_3)q\omega. \end{cases}$$

На рисунке 3.17 изображены предельные циклы, полученные с помощью аналитического решения (3.25), численного решения с учетом допущения о постоянстве угловой скорости ведущего вала и численного решения при переменной угловой скорости ведущего вала.

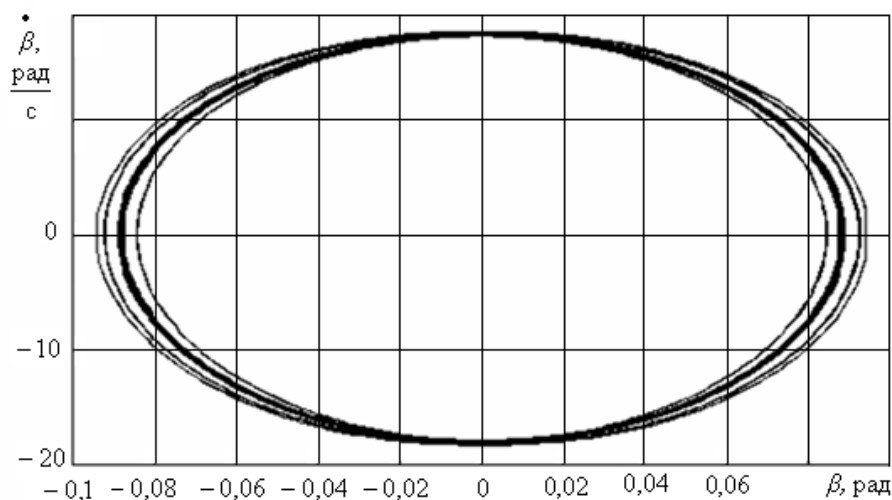


Рис.3.17. Графики периодических решений

При построении графика параметры инерционно-импульсной передачи были выбраны следующими:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= 14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nJ_3 = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nm = 8 \text{ кг}, \quad a = 0,02 \text{ м}, \\
 b &= 0,08 \text{ м}, \quad k = 0,1 \text{ м}, \quad h = 0,083 \text{ м}, \quad q = \frac{4}{3}, \quad M_c = M_H = 0, \quad c = 500 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}, \quad (3.26) \\
 \omega_x &= 157 \text{ рад/с}, \quad \omega_H = 150 \text{ рад/с}, \quad T = 0,038 \text{ с}, \quad \nu = 0,0024 \text{ с}^2/\text{кг} \cdot \text{м}^2.
 \end{aligned}$$

Графики предельных циклов, полученные с помощью аналитического решения (3.25) и численного решения при допущении о постоянстве угловой скорости ведущего вала, на рисунке 3.17 полностью сливаются, что свидетельствует о высокой точности аналитического решения. Этим графикам соответствует сплошная утолщенная линия. Численному решению при переменной угловой скорости ведущего вала соответствует сплошная тонкая линия. Отклонение сплошной тонкой линии от утолщенной достаточно небольшое, что подтверждает утверждение о возможности отыскания периодических решений при допущении о постоянстве угловой скорости ведущего вала.

Решение (3.25) имеет три гармоники, поэтому в зависимости от значений коэффициентов при этих гармониках возможны и другие виды фазовых портретов периодических решений (см. рис.3.18 а, б), отличные от изображенных на рисунке 3.17.

На рис.3.18 а, б графики, полученные аналитическим и численными методами при постоянной и переменной угловой скорости ведущего вала полностью сливаются, что говорит о хорошей сходимости результатов.

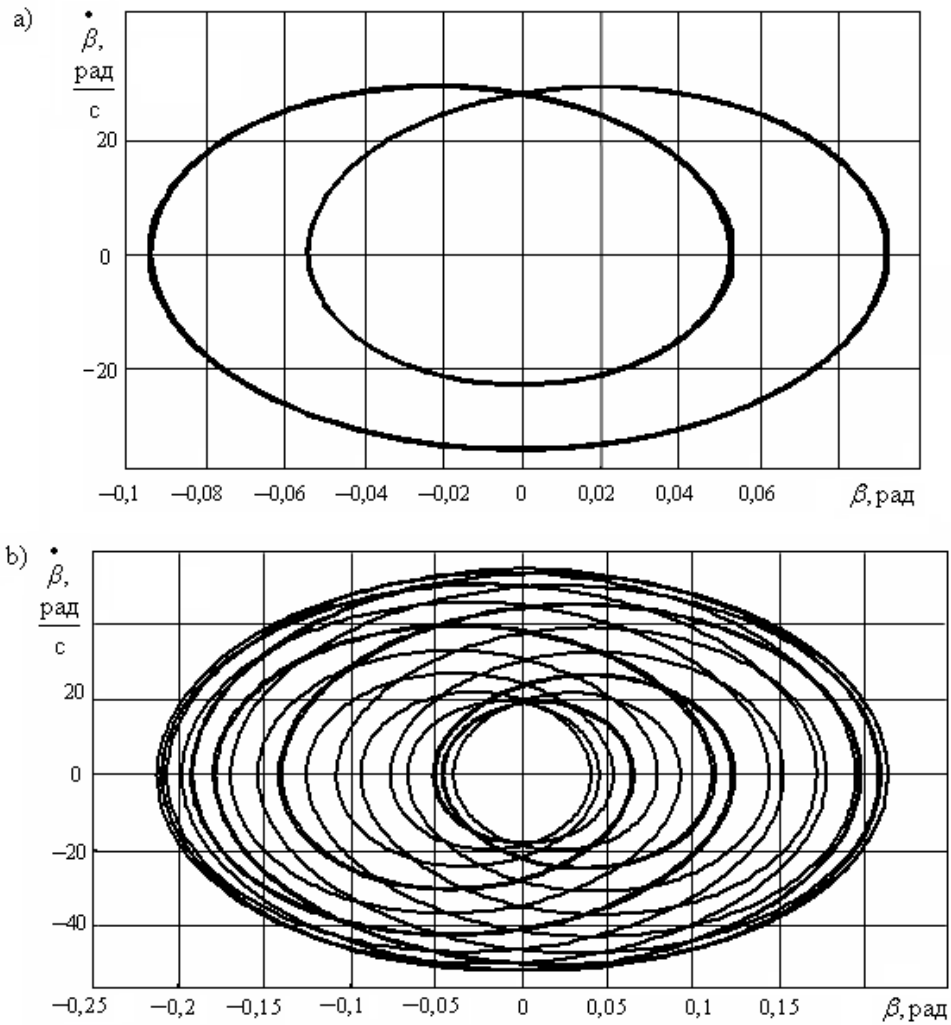


Рис.3.18. Графики периодических решений

3.5 Построение периодического решения на рабочем режиме работы

Построим периодическое решение дифференциальных уравнений движения на рабочем режиме работы.

Рассмотрим уравнение (3.22) при условии $M_c \neq 0$. Сигнум-функцию $sign(\dot{\beta})$ аппроксимируем аналитической функцией $\sin\left(\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} \sin(p \dot{\beta})\right)\right)$

[114] при достаточно малых значениях $p: p \dot{\beta} \in [-\pi/2, \pi/2]$. Раскладывая аппроксимирующую функцию в степенной ряд, отбрасывая высшие гармоники и

применяя формулы понижения степени, зависимость для момента сопротивления можно записать в виде

$$M_C = M_0 + M_2 \sin q\omega t + M_3 \sin 3q\omega t,$$

где

$$M_2 = M_1(\pi/2)^2 p D_0 (1 - p^2 D_0^2 ((\pi/2)^4 + (\pi/2)^2 + 1)/8) \sin q\omega t;$$

$$M_3 = M_1(1/24)(\pi/2)^2 p^3 ((\pi/2)^4 + (\pi/2)^2 + 1) D_0^3 \sin 3q\omega t.$$

Записав дифференциальное уравнение (3.22) в виде

$$B_3 \ddot{\beta} + c\dot{\beta} = (a_6 - a_5)\omega^2 \sin \psi + \mu(2a_5\omega \dot{\beta} \sin \psi - a_5 \dot{\beta}^2 \sin \psi - b_3 \ddot{\beta} \cos \psi - M_C),$$

найдем периодическое решение на рабочем режиме работы с точностью до константы, как это было сделано в случае холостого хода

$$\beta = (D_0 + D_1 + D_4) \sin q\omega t + D_2 \sin 2q\omega t + (D_3 + D_5) \sin 3q\omega t,$$

где

$$D_4 = \frac{M_2}{B_3 q^2 \omega^2 - c};$$

$$D_5 = \frac{M_3}{9B_3 q^2 \omega^2 - c}.$$

3.6 Устойчивость решения. Резонансные режимы

Проверим устойчивость найденных периодических решений на холостом и рабочем режимах работы.

В уравнение (3.23) введем диссипативный момент $M = M_0 + M_1 \cdot \text{sign}(\dot{\beta})$. В случае холостого режима в качестве диссипативного момента может выступать момент трения с характеристикой сухого трения, в случае рабочего режима — момент сопротивления M_C . Сигнум-функцию $\text{sign}(\dot{\beta})$ аппроксимируем анали-

тической функцией $(2/\pi)\arctg(N\dot{\beta})$ при достаточно большом значении параметра N .

Перепишем уравнение 3.23 в виде

$$\ddot{\beta} + (\sqrt{c/B_3})^2 \beta = \frac{a_6 - a_5}{B_3} \omega^2 \sin q\omega t + \frac{\mu}{B_3} ((2\omega - \dot{\beta})a_5 \dot{\beta} \sin \psi - \mu b_3 \ddot{\beta} \cos \psi + (a_6 - a_5)\omega^2(\sin \psi - \sin q\omega t) - M). \quad (3.27)$$

Так как $\ddot{\beta} = f(t, \beta, \dot{\beta})$, что следует из уравнения (3.23), то уравнение (3.27) можно представить, учитывая разложения функций $\sin \psi$ и $\cos \psi$, так

$$\ddot{\beta} + \lambda^2 \beta = \varphi_1(t) + \mu \varphi_2(t, \beta, \dot{\beta}, \mu), \quad (3.28)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda &= \sqrt{c/B_3}; \\ \varphi_1(t) &= \frac{a_6 - a_5}{B_3} \omega^2 \sin q\omega t; \\ \varphi_2(t, \beta, \dot{\beta}, \mu) &= (2a_5 \omega \dot{\beta} \sin \psi - a_5 \dot{\beta}^2 \sin \psi - \mu b_3 f(t, \beta, \dot{\beta}) + (a_6 - a_5)\omega^2(\sin \psi - \sin q\omega t) - M) / B_3. \end{aligned}$$

Для уравнений вида (3.28) справедлива теорема [174], по которой периодическое решение $\beta(t, \mu): \beta(t, 0) = \beta_0(t)$ асимптотически устойчиво при достаточно малых членах с малым параметром μ , если

$$g = \int_0^{2\pi/q\omega} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \dot{\beta}}(t, \beta_0(t), \dot{\beta}_0(t), 0) dt < 0.$$

В нашем случае $g = -\frac{2M_1 N}{\pi} \int_0^{2\pi/q\omega} \frac{dt}{1 + (N\dot{\beta}_0)^2} < 0$ в силу свойства о знаке

определенного интеграла. Поэтому найденные периодические решения при достаточно малых членах с малым параметром μ являются асимптотически устойчивыми.

Заметим, что уравнение (3.22) можно привести к виду (3.28), используя разложение

$$\frac{1}{A_3} = \frac{1}{B_3 + b_3 \cos \psi} = \frac{1}{B_3} \left(1 - \frac{b_3}{B_3} \cos \psi + \dots \right).$$

Выводы относительно устойчивости найденных периодических решений при этом не изменятся.

В заключение этого параграфа проведем исследование резонансных режимов.

Как следует из анализа структуры коэффициентов полученного периодического решения (2.25), главному резонансу соответствует условие $c = B_3 q^2 \omega^2$. График зависимости угла поворота реактора от времени для передачи с параметрами (3.26) в случае главного резонанса изображен на рисунке 3.19. График получен с помощью численного метода при постоянстве угловой скорости ведущего звена.

Из решения (2.25) также следует, что, наряду с главным резонансом, могут возникать и резонансы других типов, для которых $c = 4B_3 q^2 \omega^2$, $c = 9B_3 q^2 \omega^2, \dots$

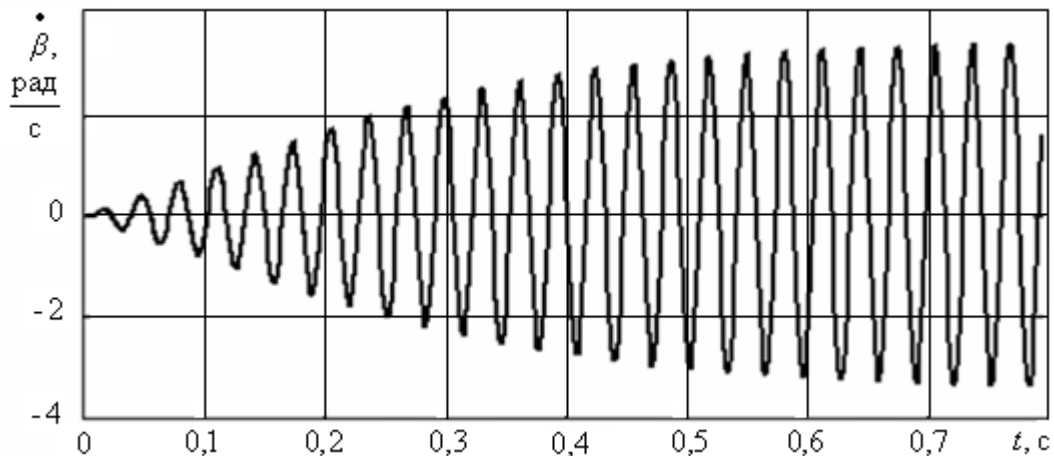


Рис.3.19. График зависимости угла поворота реактора от времени в случае главного резонанса

3.7 Нелинейные колебания инерционной бесступенчатой передачи лишь одним выходным механизмом свободного хода

Важно заметить, что замена корпусного механизма свободного хода на упругую связь не только позволяет сократить число механизмов свободного хода, лимитирующих надежность передачи, но и снизить нагрузки на оставшийся выходной механизм свободного хода. Снижение нагрузки происходит за счет накопления потенциальной энергии в упругой связи при действии обратного импульса. Рассмотрим, например, режим заторможенного ведомого вала, являющийся наиболее нагруженным режимом работы передачи. Средние моменты, действующие на ведомый вал в общей жесткой схеме инерционной передачи и в передаче с упругой связью вместо корпусного механизма свободного

хода, определяются соответственно выражениями $M_{cp} = A \int_0^{\pi} \sin x dx = 2A$ и

$M_{cp} = B \int_0^{2\pi} (1 + \sin x) dx = 2\pi B$, где A и B — коэффициенты, зависящие от параметров импульсного механизма. Приравнивая средние моменты, получим

$B = A/\pi$. Нетрудно определить, что максимальный момент, действующий при этом на ведомый вал передачи во втором случае, снижается в $\pi/2$ раз.

Рассмотренный пример иллюстрируется графиками, изображенными на рис. 3.20. Здесь утолщенной линией изображен график момента, действующего на ведомый вал передачи для общей жесткой схемы, тонкой линией — для предложенной передачи.

Более того, в случае установки двух импульсных механизмов, действующих в противофазе, в предложенной схеме инерционной передача снижение максимального момента, действующего на заторможенный ведомый вал, по сравнению с общей жесткой схемой составит π раз. При том на ведомый вал передачи будет действовать постоянный момент. Аналогичная возможность по

стабилизации момента применительно к импульсным вариаторам отмечается в статье [175].

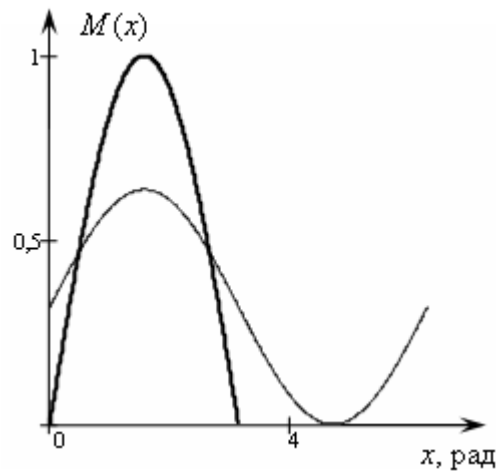


Рис. 3.20. Графики моментов, действующих на ведомый вал

Воспользовавшись допущением о постоянстве угловой скорости ведущего вала $\dot{\alpha} = \omega \equiv const$, можно значительно упростить математическую модель передачи, понизив порядок систем дифференциальных уравнений, приведенных в разделе 2.5.4, которые соответственно примут вид (3.29) и (3.30)

$$\begin{cases} A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 + c\beta = 0, \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_c. \end{cases} \quad (3.29)$$

$$\begin{cases} (A_3 + J_4) \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 + c\beta = -M_c, \\ \ddot{\gamma} = \ddot{\beta}. \end{cases} \quad (3.30)$$

С помощью функции Хевисайда $\Phi(x)$ можно свести системы (3.29) и (3.30) к одной системе [176]

$$\begin{cases} (A_3 + J_4 \cdot (1 - \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta}))) \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 + c\beta = -M_c \cdot (1 - \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta})), \\ J_4 \ddot{\gamma} = -M_c \cdot \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta}) + J_4 \ddot{\beta} \cdot (1 - \Phi(\dot{\gamma} - \dot{\beta})). \end{cases} \quad (3.31)$$

Численное решение системы (3.31) методом Рунге-Кутты было построено с помощью компьютерной программы MathCAD (Приложение 8). Параметры передачи при этом принимались следующими:

$$J_1 = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nJ_3 = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_4 = 4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nm = 5 \text{ кг},$$

$$a = 0,02 \text{ м}, b = 0,08 \text{ м}, k = 0,1 \text{ м}, h = 0,083 \text{ м}, q = 4/3, M_c = 60 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\omega = 150 \text{ рад/с}, c = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Графики зависимостей угловых скоростей выходного вала импульсного механизма $\dot{\beta}$ (тонкая линия) и ведомого вала $\dot{\gamma}$ (утолщенная линия) от времени изображены на рис.3.21. Как видим, с начала движения достаточно быстро ведомый вал передачи выходит на установившийся режим движения с незначительной неравномерностью вращения, что полностью подтверждает преимущество предложенной передачи по отношению к передаче Хоббса.

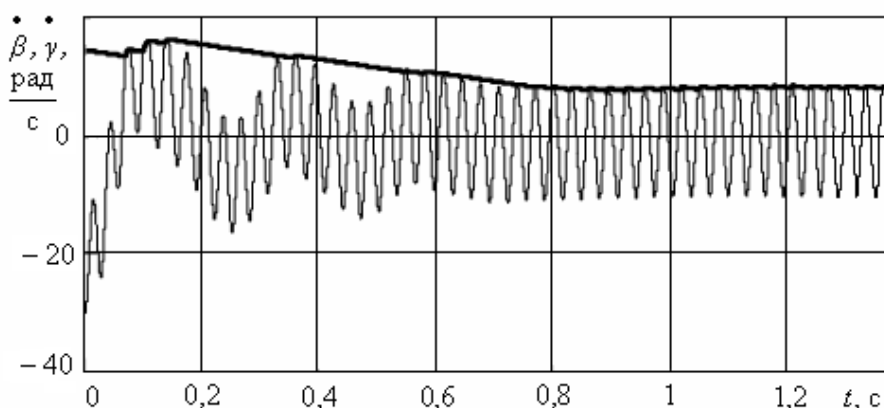


Рис.3.21. Зависимости углов поворота выходного вала импульсного механизма и ведомого вала передачи от времени

На рис. 3.22 изображена траектория движения выходного вала импульсного механизма с выходом на периодическое движение в фазовом пространстве.

Одним из преимуществ инерционной бесступенчатой передачи является возможность ее работы в режиме прямой передачи в качестве динамической муфты. Предложенная схема передачи также может работать в режиме прямой передачи. Для этого достаточно обеспечить конструктивную связь упругого звена с корпусом через тормоз (или муфту). В режиме прямой передачи тормоз

выключается, обеспечивая вращение реактора импульсного механизма совместно с ведомым валом передачи.

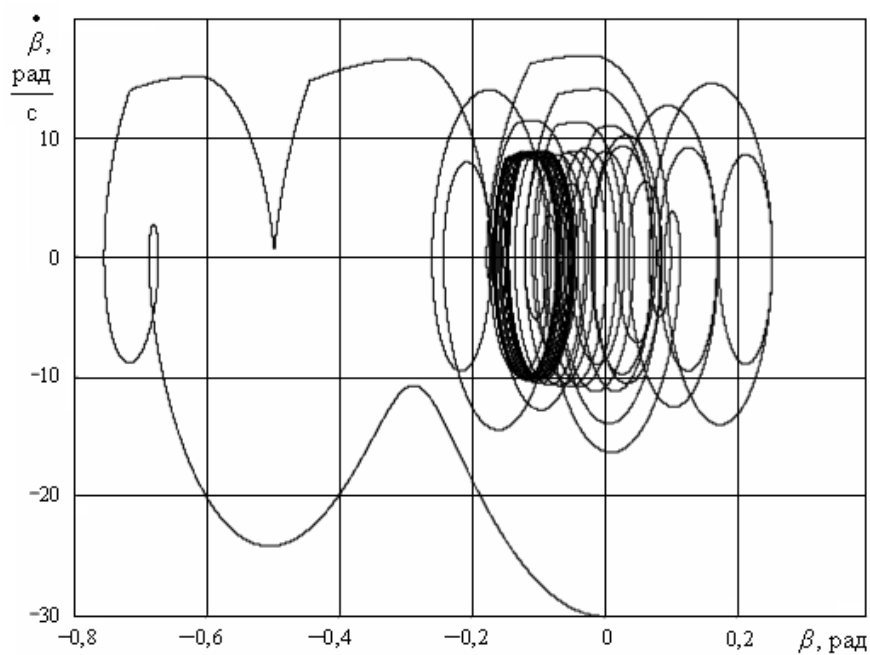


Рис. 3.22. Фазовые траектории движения выходного вала импульсного механизма

Полученные результаты были использованы при проектировании инерционно-импульсного привода (приложение 9), кинематическая схема которого изображена на рис. 3.23.

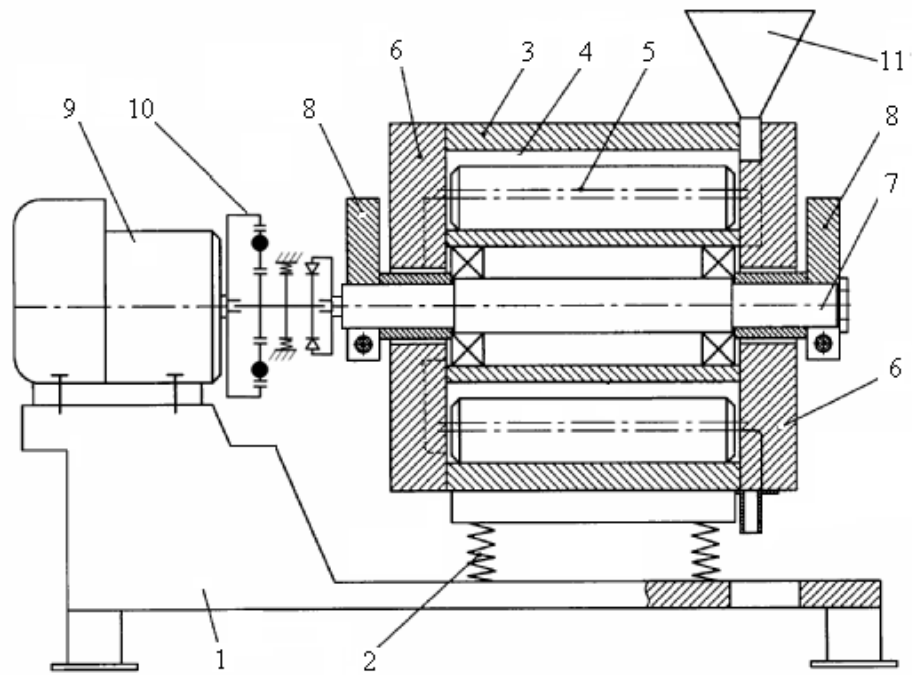


Рис. 3.23. Кинематическая схема инерционно-импульсного привода вибрационной мельницы

Здесь 1 — опора, 2 — амортизаторы, 3 — корпус мельницы, 4 — цилиндрические пазы, 5 — цилиндры, 6 — торцевые крышки, 7 — вал мельницы, 8 — дебалансы, 9 — электродвигатель, 10 инерционно-импульсный привод, 11 — забрасыватель.

4 ДИНАМИКА ИНЕРЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ С РЫЧАЖНЫМ МЕХАНИЗМОМ НА ВЫХОДЕ

4.1 Построение периодического решения для инерционной передачи с рычажным механизмом. Случай односторонней силы сопротивления

Как было отмечено ранее, трансформация момента в инерционных передачах без механизмов свободного хода возможна в случае, когда момент сопротивления M_C на выходном валу импульсного механизма меняет знак в течение цикла. Поставим вопрос: меняет ли знак момент сопротивления M_C при действии на ползун односторонней силы сопротивления P_C в инерционной передаче, схема которой представлена на рис. 2.15? Вопрос является важным, потому что положительное его решение позволило бы надеяться на значительное расширение области возможного применения предложенных передач, так как на рабочие органы многих современных машин и механизмов действует одностороннее рабочее сопротивление. Заметим, что в машине для сварки трением, например, трансформация момента возможна лишь при двустороннем (знакопеременном) внешнем сопротивлении.

Используя приближенную зависимость (2.16), с помощью выражения для элементарной работы получим выражение для момента сопротивления на выходном валу импульсного механизма от действия силы P_C :

$$M_C = P_C r \left(\sin \beta + \frac{1}{2p} \sin 2\beta \right). \quad (4.1)$$

Пусть составляющая P_2 силы сопротивления P_C равна нулю. В этом случае режим заторможенного выходного вала импульсного механизма возможен лишь при $\beta = 0$. В противном случае, ползун имеет возможность без сопротивления двигаться до тех пор, пока не займет крайнее положение, для которого

$\beta = 0$. Согласно (4.1), $M_C = 0$ при $\beta = 0$. Также и по точному выражению

$$M_C = P_C r \left(\sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{2\sqrt{p^2 - \sin^2 \beta}} \right) \text{ получим } M_C = 0 \text{ при } \beta = 0.$$

Учитывая непрерывность функции $\beta(P_1)$, запишем

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N_1(\varepsilon) > 0 \forall P_1 \in R: P_1 > N_1 \Rightarrow \|\beta\| < \varepsilon \ \& \ \|\beta\| \neq 0, \quad (4.2)$$

где $\|\beta\| = \sup_{\beta \in L_1} |\beta|$, L_1 — множество значений, принимаемых углом поворота β за

цикл установившегося режима работы передачи.

Основываясь на результатах экспериментальных исследований, естественно считать, что цикл работы передачи определяется одним полным оборотом грузовых звеньев в относительном движении. Нетрудно найти выражение для времени цикла установившегося движения

$$t_{ц} = \frac{2\pi}{q(\omega_1 - \omega_2)}.$$

Для случая $\omega_2 = 0$ получим

$$t_{ц} = \frac{2\pi}{q\omega_1}. \quad (4.3)$$

Как следует из выражения (4.3), частота колебаний выходных звеньев передачи является постоянной величиной. С учетом условия (4.2), запишем

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N_2(\varepsilon) > 0 \forall P_1 \in R: P_1 > N_2 \Rightarrow \|\dot{\beta}\| < \varepsilon \ \& \ \|\dot{\beta}\| \neq 0, \quad (4.4)$$

где $\|\dot{\beta}\| = \sup_{\dot{\beta} \in L_2} |\dot{\beta}|$, L_2 — множество значений, принимаемых угловой скоростью $\dot{\beta}$

за цикл установившегося режима работы передачи.

Обозначив $N = \max\{N_1, N_2\}$, условия (4.2) и (4.4) объединим в одно

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N(\varepsilon) > 0 \forall P_1 \in R: P_1 > N \Rightarrow 0 < \left\| \left(\|\beta\|, \|\dot{\beta}\| \right) \right\| < \varepsilon, \quad (4.5)$$

где $\left\| \left(\|\beta\|, \|\dot{\beta}\| \right) \right\| = \max\{\|\beta\|, \|\dot{\beta}\|\}$.

То есть, всегда можно подобрать значение односторонней составляющей P_1 силы сопротивления P_C так, что выходной вал импульсного механизма будет совершать колебания, характеризующимися сколь угодно малыми нормами $\|\beta\|$ и $\|\dot{\beta}\|$.

Нас интересует принципиальная возможность действия знакопеременного момента сопротивления M_C при одностороннем сопротивлении P_C , поэтому можно сделать упрощение, положив $\dot{\alpha} \equiv const$. При сделанном упрощении движение передачи можно описать лишь вторым уравнением системы (2.17), которое в этом случае при отсутствии упругого элемента примет вид

$$(A_3 + A_7)\ddot{\beta} + A_5(\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6\dot{\alpha}^2 + A_8\dot{\beta}^2 = -P_C r \delta. \quad (4.6)$$

Функции $\sin i\beta$ и $\cos i\beta$ ($i \in \{1, 2, 3, 4\}$) представим в виде степенных рядов. Ограничиваясь в разложениях $\sin i\beta$ и $\cos i\beta$ первым членом ввиду малости угла β , получим

$$\delta = \left(1 + \frac{1}{p}\right)\beta; A_7 = 0; A_8 = (m_n + m_2)r^2 \left(1 + \frac{2}{p} + \frac{1}{p^2}\right)\beta.$$

Уравнение (4.6) преобразуем с принятыми допущениями и сделанными преобразованиями

$$B_3\ddot{\beta} + \mu b_3\ddot{\beta} \cos \psi + P_C r \left(1 + \frac{1}{p}\right)\beta + (a_5 - a_6)\omega^2 \sin \psi - \mu 2a_5\omega\dot{\beta} \sin \psi + \mu^2 a_5 \dot{\beta}^2 \sin \psi + \mu^3 a_8 \beta \dot{\beta}^2 = 0. \quad (4.7)$$

В уравнении (4.7) $A_3 = B_3 + b_3 \cos \psi$; $A_i = a_i \sin \psi$ ($i = 1, 2$); $A_8 = a_8 \beta$; $\dot{\alpha} = \omega$; μ — параметр, вводимый при малых членах.

При $\mu = 1$ уравнение (4.7) обращается в уравнение (4.6).

Функции $\sin \psi$ и $\cos \psi$ разложим в ряды вида

$$\begin{aligned} \sin \psi &= \sin q(\omega t + \alpha_{01} - \beta) = \sin q(\omega t + \alpha_{01}) - q\beta \cos q(\omega t + \alpha_{01}) - \\ & - \frac{q^2 \beta^2}{2!} \sin q(\omega t + \alpha_{01}) + \dots, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где α_{01} — значение угла α в момент времени $t = 0$.

В силу быстрой сходимости рядов (4.8), сохраним в разложениях $\sin \psi$ и $\cos \psi$ только первый член.

Из условия (4.5) следует, что всегда можно подобрать такое значение P_1 , при котором слагаемые в уравнении (4.7), содержащие параметр μ , будут сколь угодно малы. Третье слагаемое этого уравнения, несмотря на то, что включает сомножителем малый угол β , может оказаться значительным, так как для обеспечения колебаний с малой амплитудой может потребоваться большое значение силы сопротивления P_1 .

Уравнение (4.7) является существенно нелинейным, так как содержит кусочно-линейную функцию P_C . Поэтому интегрирование этого уравнения проведем по участкам с помощью малого параметра. Согласно основной идее этого метода, решение уравнения (4.7) будем искать в виде ряда по степеням параметра μ :

$$\beta = \beta_0 + \mu\beta_1 + \mu^2\beta_2 + \dots \quad (4.9)$$

Участок 1: $\dot{s} < 0, P_C = P_1$.

Отбрасывая в уравнении (4.7) члены, содержащие параметр μ , получим порождающее уравнение

$$\ddot{\beta}_0 + \varepsilon^2 \beta_0 = \frac{a_6 - a_5}{B_3} \omega^2 \sin q(\omega t + \alpha_{01}),$$

в котором $\varepsilon^2 = \frac{P_1}{B_3 r} \left(1 + \frac{1}{p} \right)$.

Решение порождающего уравнения имеет вид

$$\beta_0 = C_1 \cos \varepsilon t + C_2 \sin \varepsilon t + D_1 \sin q(\omega t + \alpha_{01}),$$

здесь $D_1 = \frac{a_6 - a_5}{B_3(\varepsilon^2 - q^2\omega^2)}\omega^2$.

Используя начальные условия $t = 0; \beta = \beta_{01}; \dot{\beta} = \dot{\beta}_{01}$, находим постоянные интегрирования C_1 и C_2 :

$$C_1 = \beta_{01} - D_1 \sin q\alpha_{01}; C_2 = \frac{1}{\varepsilon}(\dot{\beta}_{01} - D_1 q\omega \cos q\alpha_{01}).$$

Уравнение для β_1 получаем, оставляя в уравнении (4.7) слагаемые, содержащие параметр μ в первой степени:

$$\ddot{\beta}_1 + \varepsilon^2 \beta_1 = \frac{2a_5}{B_3} \omega \dot{\beta}_0 \sin q(\omega t + \alpha_{01}) - \frac{b_3}{B_3} \ddot{\beta}_0 \cos q(\omega t + \alpha_{01}). \quad (4.10)$$

Интегрируя уравнение (4.10), находим:

$$\beta_1 = C_3 \cos \varepsilon t + C_4 \sin \varepsilon t + D_2 \sin 2q(\omega t + \alpha_{01}) + D_3 C_2 \sin(k_1 t + q\alpha_{01}) + D_4 C_2 \sin(k_2 t + q\alpha_{01}) + D_3 C_1 \cos(k_1 t + q\alpha_{01}) - D_4 C_1 \cos(k_2 t + q\alpha_{01}),$$

где

$$D_2 = \frac{D_1 q \omega^2}{B_3(\varepsilon^2 - 4q^2\omega^2)}(a_5 + \frac{b_3}{2}q);$$

$$D_3 = \frac{\varepsilon}{B_3(\varepsilon^2 - k_1^2)}(a_5\omega + \frac{b_3}{2}\varepsilon);$$

$$D_4 = \frac{\varepsilon}{B_3(\varepsilon^2 - k_2^2)}(a_5\omega + \frac{b_3}{2}\varepsilon);$$

$$k_1 = q\omega + \varepsilon; k_2 = q\omega - \varepsilon.$$

Постоянные C_3 и C_4 определим при нулевых начальных условиях:

$$C_3 = -D_2 \sin 2q\alpha_{01} - (D_3 + D_4)C_2 \sin q\alpha_{01} - (D_3 - D_4)C_1 \cos q\alpha_{01};$$

$$C_4 = -\frac{1}{\varepsilon}(2D_2 q\omega \cos 2q\alpha_{01} + (D_3 k_1 + D_4 k_2) \cos q\alpha_{01} - (D_3 k_1 - D_4 k_2) \sin q\alpha_{01}).$$

Сохраняя в разложении (4.9) два первых члена, запишем решение для угла поворота β на первом участке

$$\beta = (C_1 + C_3) \cos \varepsilon t + (C_2 + C_4) \sin \varepsilon t + D_1 \sin q(\omega t + \alpha_{01}) + D_2 \sin 2q(\omega t + \alpha_{01}) + D_3 C_2 \sin(k_1 t + q\alpha_{01}) + D_4 C_2 \sin(k_2 t + q\alpha_{01}) + D_3 C_1 \cos(k_1 t + q\alpha_{01}) - D_4 C_1 \cos(k_2 t + q\alpha_{01}). \quad (4.11)$$

Проверка найденного аналитического решения (4.11) численными методами показала приемлемость аналитического решения для инженерных расчетов. На рис. 4.1 представлены графики угла поворота выходного вала импульсного механизма для инерционной бесступенчатой передачи, имеющей следующие параметры:

$$J_2 = 0,089 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nJ_3 = 0,18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nm = 12,4 \text{ кг}, \quad k = 0,058 \text{ м},$$

$$b = 0,058 \text{ м}, \quad p = 5, \quad h = 0,06 \text{ м}, \quad q = 1, \quad r = 0,1 \text{ м}, \quad m_1 = 3 \text{ кг}, \quad m_2 = 2,5 \text{ кг}, \quad m_n = 3,5 \text{ кг},$$

$$\omega = 300 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad \alpha_{01} = 0,51 \text{ рад}, \quad \beta_{01} = 0, \quad \dot{\beta}_{01} = 10,4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

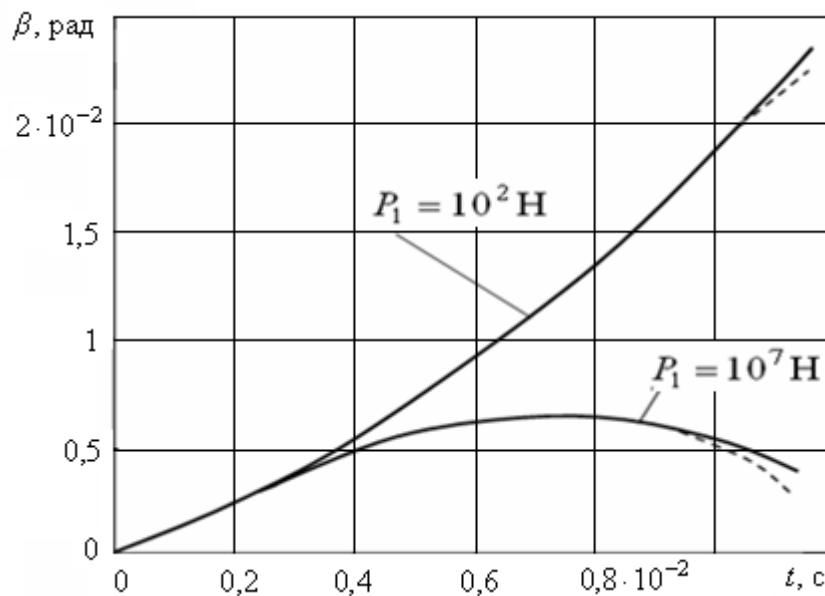


Рис. 4.1. Графики угла поворота выходного вала импульсного механизма на первом участке

На рис.4.1 сплошные линии соответствуют аналитическим решениям, штриховые — численным решениям, выполненным на компьютере.

Участок 2: $\dot{s} > 0, P_C = P_2 = 0$.

Аналогично, как и для первого участка, найдем выражение для угла β на втором участке:

$$\beta = -\frac{D_5 + D_6}{q^2 \omega^2} \sin q(\omega t + \alpha_{01}) - \frac{D_7}{4q^2 \omega^2} \sin 2q(\omega t + \alpha_{01}) + (C_5 + C_7)t + C_6 + C_8, \quad (4.12)$$

где

$$D_5 = \frac{a_6 - a_5}{B_3} \omega^2; D_6 = \frac{2}{B_3} C_5 a_5 \omega; D_7 = -\frac{D_5}{B_3} \left(\frac{b_3}{2} - \frac{a_5}{q} \right);$$

$$C_5 = \dot{\beta}_{01} + \frac{a_6 - a_5}{q B_3} \omega \cos q \alpha_{01}; C_6 = \beta_{01} + \frac{a_6 - a_5}{q^2 B_3} \sin q \alpha_{01};$$

$$C_7 = \frac{1}{q \omega} (D_6 \cos q \alpha_{01} + \frac{D_7}{2} \cos 2q \alpha_{01}); C_8 = \frac{1}{q^2 \omega^2} (D_6 \sin q \alpha_{01} + \frac{D_7}{4} \sin 2q \alpha_{01}).$$

На рис. 4.2 показаны графики угла поворота выходного вала импульсного механизма на втором участке для инерционной передачи с параметрами:

$$J_2 = 0,022 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nJ_3 = 0,024 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nm = 8,4 \text{ кг}, \quad k = 0,09 \text{ м}, \\ b = 0,022 \text{ м}, \quad p = 6, \quad h = 0,01 \text{ м}, \quad q = 0,75, \quad r = 0,07 \text{ м}, \quad m_1 = 3,4 \text{ кг}, \quad m_2 = 1,5 \text{ кг}, \\ m_n = 4,1 \text{ кг}, \quad \omega = 150 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad \alpha_{01} = 5,3 \text{ рад}, \quad \dot{\beta}_{01} = 0.$$

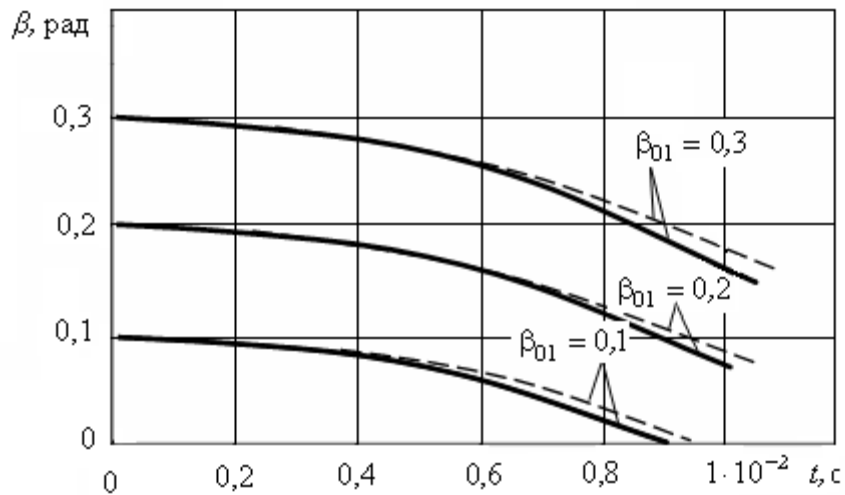


Рис.4.2. Графики угла поворота выходного вала импульсного механизма на втором участке

На рис.4.2 сплошные линии соответствуют аналитическим решениям, штриховые — численным решениям.

Участок 3: $\dot{s} = 0$.

Рассмотрим лишь случай, когда $\dot{\beta} = \ddot{\beta} = 0$, поскольку в любом другом случае время протекания третьего участка равно нулю.

Подставляя нулевые значения производных $\dot{\beta}$ и $\ddot{\beta}$ в уравнение (4.7), после небольших преобразований получим:

$$P_C = \frac{a_6 - a_5}{(1 + p)r\beta_{01}} p\omega^2 \sin q(\omega t + \alpha_{01} - \beta_{01}). \quad (4.13)$$

Для построения периодического решения используем метод припасовывания найденных решений посредством согласования значений координаты и скорости на границах участков [142, 143, 145, 146].

Пусть n_i — номера рассмотренных участков, причем среди чисел n_i могут быть и равные. Тогда вектор $R(n_1, n_2, \dots, n_k)$ с составляющими n_i определит тип периодического решения, то есть последовательность участков, описывающих установившийся процесс в течение цикла.

Как показали исследования Ю.И. Неймарка [177], в уравнениях с кусочно-линейной функцией в общем случае могут существовать периодические режимы сколь угодно сложных типов со сколь угодно большим числом переключений за период. Исследования фазовых портретов для инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода, проведенные автором [171], полностью подтвердили этот тезис.

При практическом применении метода припасовывания необходимо задаться предполагаемым типом искомого периодического режима. В большей части случаев задача о выборе типа периодического режима решается интуитивно, причем обычно ограничиваются отысканием периодических режимов простых типов [145]. Основываясь на физических соображениях, будем считать, что для исследуемого установившегося процесса $R = R(2, 1, 3, 2, 1, 3)$.

Задавшись типом периодического режима и имея решения уравнения (4.6) по участкам, мы можем свести задачу определения искомого периодического

движения к решению системы трансцендентных уравнений с числом уравнений, равным числу неизвестных начальных условий и временных моментов переключения [145]. В исследуемом случае такая система имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{02} = f_1(\beta_{01}, \dot{\beta}_{01}, \alpha_{01}, t_1) = 0; \\ \dot{\beta}_{02} = f_2(\beta_{01}, \dot{\beta}_{01}, \alpha_{01}, t_1); \\ \alpha_{02} = \omega t_1 + \alpha_{01}; \\ \beta_{03} = f_3(\beta_{02}, \dot{\beta}_{02}, \alpha_{02}, t_2); \\ \dot{\beta}_{03} = f_4(\beta_{02}, \dot{\beta}_{02}, \alpha_{02}, t_2); \\ \alpha_{03} = \omega t_2 + \alpha_{02}; \\ \beta_{04} = \beta_{03}; \\ \dot{\beta}_{04} = \dot{\beta}_{03}; \\ \alpha_{04} = \omega t_3 + \alpha_{03} = \frac{\pi}{q} + \beta_{04}; \\ \beta_{05} = f_5(\beta_{04}, \dot{\beta}_{04}, \alpha_{04}, t_4) = 0; \\ \dot{\beta}_{05} = f_6(\beta_{04}, \dot{\beta}_{04}, \alpha_{04}, t_4); \\ \alpha_{05} = \omega t_{41} + \alpha_{04}; \\ \beta_{06} = f_7(\beta_{02}, \dot{\beta}_{02}, \alpha_{02}, t_2); \\ \dot{\beta}_{06} = f_8(\beta_{05}, \dot{\beta}_{05}, \alpha_{05}, t_5) = 0; \\ \alpha_{06} = \omega t_5 + \alpha_{05}; \\ \beta_{07} = \beta_{06} = \beta_{01}; \\ \dot{\beta}_{07} = \dot{\beta}_{06} = \dot{\beta}_{01}; \\ \alpha_{07} = \omega t_6 + \alpha_{06} = \frac{2\pi}{q} + \alpha_{01}; \\ \sum_{i=1}^6 t_i = \frac{2\pi}{q\omega}. \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Здесь функции f_i ($i \in \{3, 4, 7, 8\}$) соответствуют решению уравнения (4.6) на первом участке, функции f_j ($j \in \{1, 2, 5, 6\}$) — на втором участке, t_i — моменты переключения за время цикла ($t_i > 0$).

Для периодического режима, описываемого системой (4.14), должны выполняться условия нормальности переключения со второго на первый участок:

$$\begin{cases} \dot{\beta}(t_1 - 0) > 0, \dot{\beta}(t_1 + 0) > 0; \\ \dot{\beta}(t_4 - 0) < 0, \dot{\beta}(t_4 + 0) < 0. \end{cases} \quad (4.15)$$

Уравнения системы (4.14) не являются дифференциальными, но являются трансцендентными. Громоздкость системы этих уравнений затрудняет нахождение неизвестных начальных условий и моментов переключений, что еще раз подтверждает правильность подхода по совершенствованию математических моделей, изложенного в параграфе 2.6. С другой стороны, периодическое движение можно определить по движению изображающей точки в фазовом пространстве, последовательно просчитывая несколько циклов до тех пор, пока значения координат и скоростей в начале и конце цикла не совпадут с заданной погрешностью. При этом изображающая точка выходит на замкнутую траекторию, соответствующую периодическому движению.

Исследуемая динамическая система, как система с угловыми координатами, имеет цилиндрическое фазовое пространство [141, 173].

Поверхности переключения в нашем случае представляют собой плоскости, уравнения которых определяются решением уравнения $\dot{s} = 0$:

$$\dot{\beta} = 0; \beta = i\pi \ (i \in Z); \beta = \arccos(-p).$$

Обычно с целью уменьшения углов давления принимают $p \geq 5$, поэтому $\cos \beta \neq p$.

Плоскости переключения делят развертку цилиндрической поверхности на четыре области (рис. 4.3). Цифры на рисунке отмечают номера соответствующих участков. Третий участок определяет скользящие движения системы по плоскости переключения $\dot{\beta} = 0$.

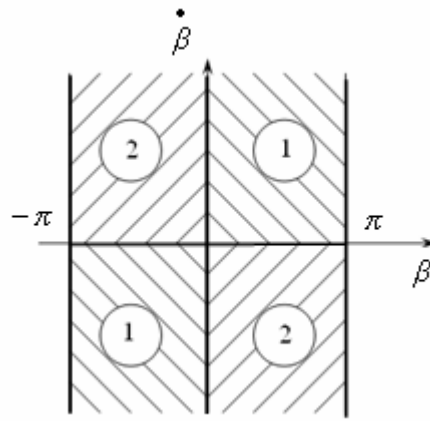


Рис.4.3. Развертка цилиндрической фазовой поверхности

Важно отметить, что точка пересечения траектории изображающей точки в координатах $(\beta, \dot{\beta})$ может и не являться особой, что не противоречит основной идее метода фазовых траекторий для систем высших порядков [178]. Для того, чтобы точка пересечения была особой, необходимо выполнение дополнительного условия

$$\alpha_2 = \frac{2i\pi}{q} + \alpha_1, \quad i \in Z,$$

где α_1, α_2 — значения угла поворота α в точке пересечения.

Построим, например, периодическое решение системы (2.17) в отсутствие упругого звена для инерционной передачи с параметрами:

$$J_2 = 0,11 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nJ_3 = 0,22 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad nm = 16,8 \text{ кг}, \quad k = 0,032 \text{ м}, \\ b = 0,032 \text{ м}, \quad p = 5, \quad h = 0,08 \text{ м}, \quad q = 1, \quad r = 0,1 \text{ м}, \quad m_1 = 3,2 \text{ кг}, \quad (4.16)$$

$$m_2 = 3 \text{ кг}, \quad m_n = 4,1 \text{ кг}, \quad \omega = 300 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad P_1 = 10^7 \text{ Н}.$$

Проекция траектории изображающей точки на координатную плоскость $(\beta, \dot{\beta})$ для этой передачи представлена на рис. 4.4. Утолщенной линией изображена проекция предельного цикла, указывающего на существование периодического движения [179].

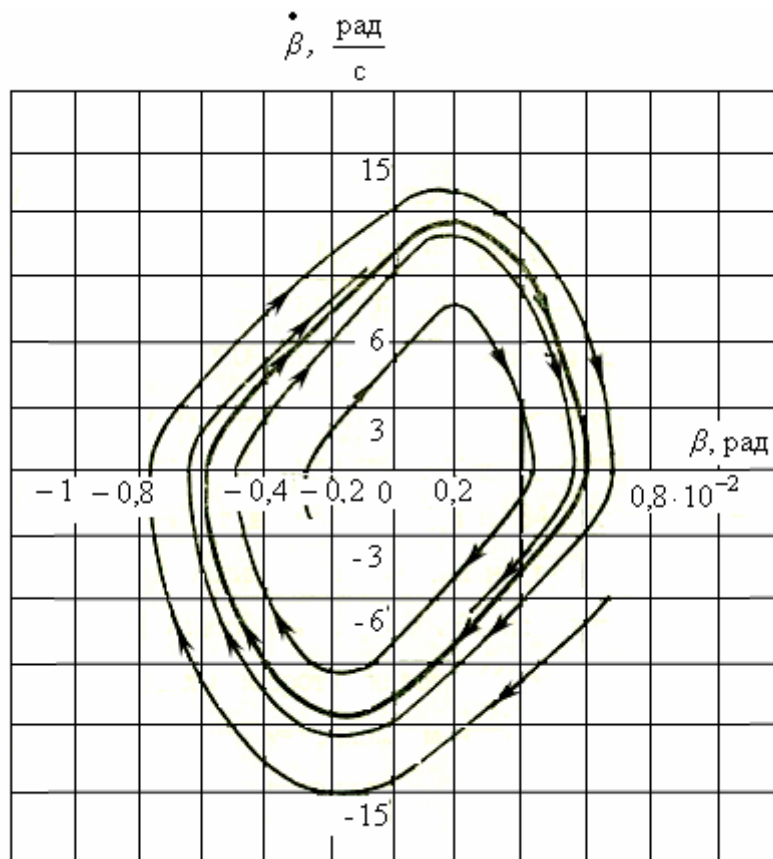


Рис. 4.4. Проекция траектории изображающей точки

Различия между аналитическим и численным решением на диаграмме не прослеживается. Для сравнения в табл.4.1 приведены значения β и $\dot{\beta}$ на втором участке периодического движения, полученные аналитическим и численным методами.

Таблица 4.1

t, c	$\beta, \text{рад (ан.)}$	$\beta, \text{рад (числ.)}$	$\dot{\beta}, \frac{\text{рад}}{c} \text{ (ан.)}$	$\dot{\beta}, \frac{\text{рад}}{c} \text{ (числ.)}$
0,0	- 0, 006	- 0, 0059905	0,0	0,0
0,0002	- 0, 0059933	- 0, 00599032	0,1161	0,1450901
0,0004	- 0, 0059342	- 0, 00592264	0,521885	0,5796773
0,0006	- 0, 0057652	- 0, 005763925	1,215986	1,3018465
0,0008	- 0, 0054287	- 0, 00538293	2.195822	2.30826378

0,001	- 0, 0048681	- 0, 00479727	3,457925	3,5944252
0,0012	- 0, 004027	- 0, 00392687	4,997782	5,15461159
0,0014	- 0, 0028507	- 0, 00271761	6,809829	6,98194504
0,0016	- 0, 0012855	- 0, 00111681	8,887455	9,06848335

Как видно из рис. 4.4, предельный цикл является устойчивым и, следовательно, предельный цикл является устойчивым и, следовательно, отвечает автоколебанию динамической системы [146].

Время цикла, подсчитанное по формуле (4.3) и вычисленное с помощью суммирования моментов переключения по участкам, составляет соответственно 0,0209439 с и 0,0209436 с. Высокая сходимость результатов косвенно позволяет судить о правильности аналитических расчетов.

Для предельного цикла построены графики зависимостей $\beta, \dot{\beta}, \ddot{\beta}, P_c, M_c$ от времени t (рис. 4.5, 4.6, 4.7). Различия между аналитическими и численными решениями на графиках не прослеживаются.

Анализ графиков (рис. 4.6 и 4.7) показывает, что для инерционной передачи с рычажным механизмом существуют периодические решения, которые являются устойчивыми, и для которых момент сопротивления на выходном валу меняет знак в течение цикла при действии односторонней силы внешнего сопротивления.

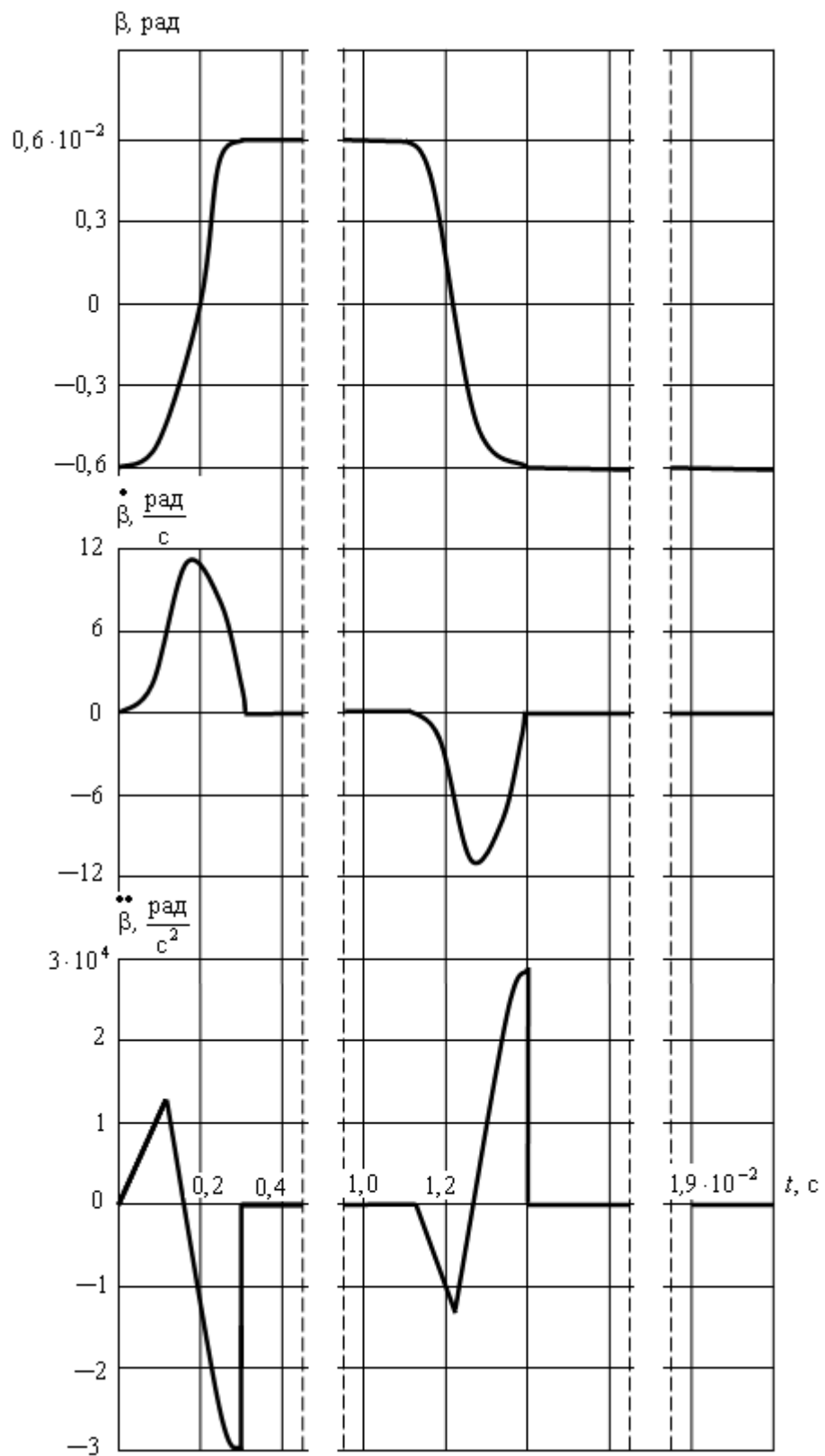


Рис. 4.5. Графики зависимостей угла поворота, скорости и ускорения выходного вала импульсного механизма от времени

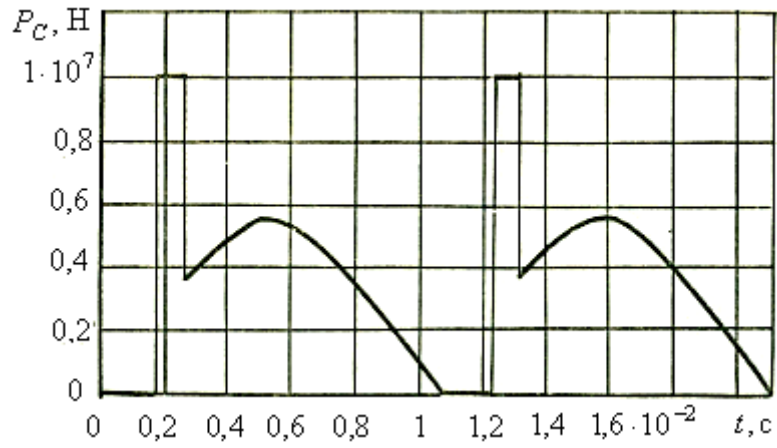


Рис. 4.6. Зависимость силы сопротивления от времени

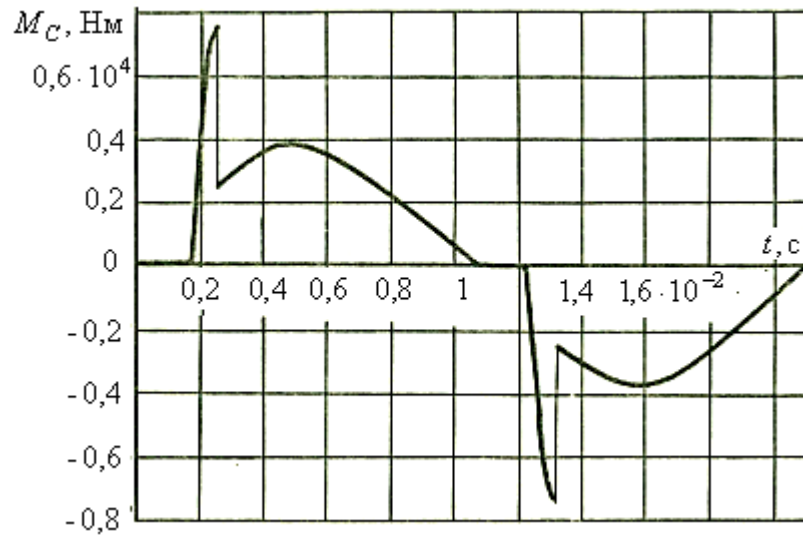


Рис.4.7. Зависимость момента сопротивления от времени

На рис. 4.8 представлена проекция траектории изображающей точки для инерционной передачи с параметрами (4.16), но сила сопротивления P_1 была принята равной 10^6 Н. При этом амплитуда колебаний угла поворота β увеличилась примерно в двадцать раз. Предельный цикл также является устойчивым.

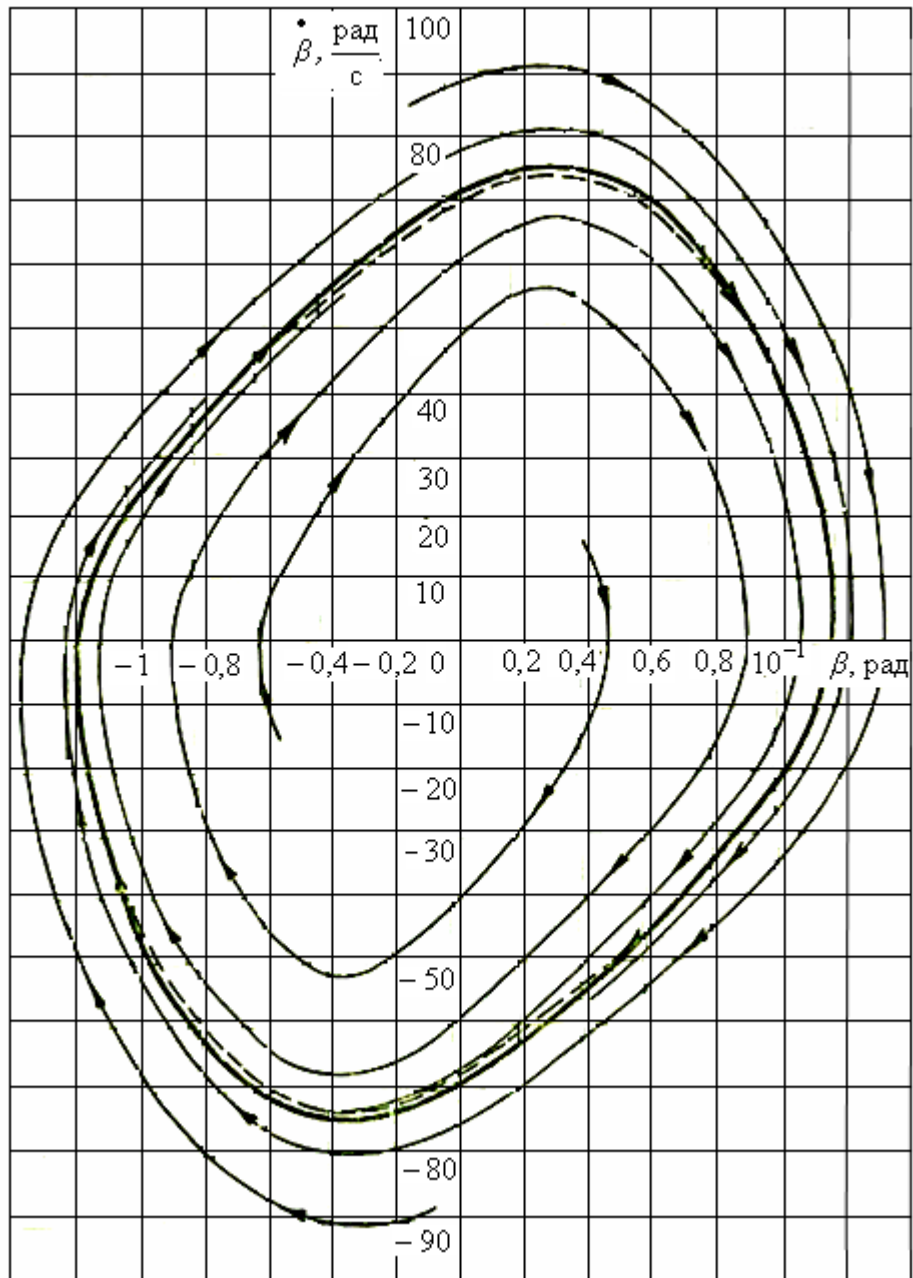


Рис.4.8. Проекция траектории изображающей точки
(сплошные линии — аналитическое решение;
штриховые — машинное решение)

Возможно существование периодического режима, для которого $R=R(2, 1, 3, 1, 3, 2, 1, 3, 1, 3)$. Примерный вид предельного цикла для такого режима показан на рис. 4.9.

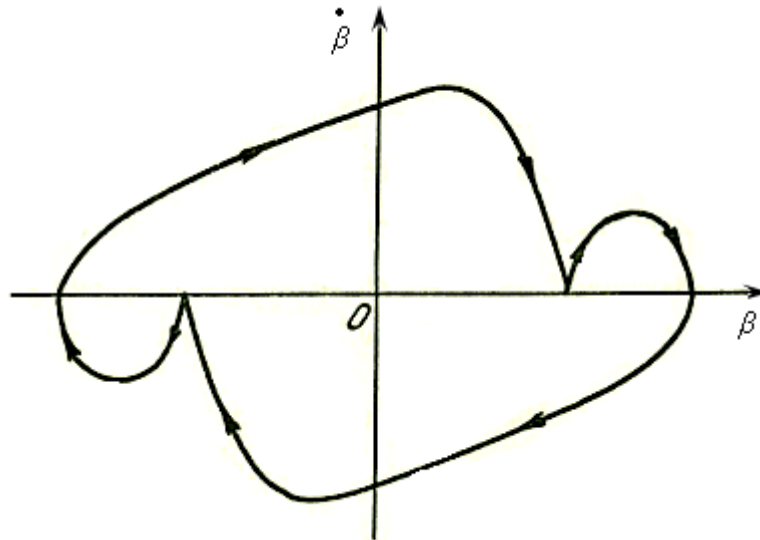


Рис. 4.9. Предельный цикл для периодического режима типа $R=R(2,1,3,1,3,2,1,3,1,3)$

Как следует из предварительных рассуждений, смена знака момента сопротивления M_C при одностороннем внешнем сопротивлении возможна и в передачах, выполненных и по другим схемам инерционных передач с рычажным механизмом. Действительно, например, для передач с кривошипно-коромысловым механизмом в положении, когда звенья 3 и 4 расположены по одной прямой (рис.4.10), поворот звена 3 как в одну, так и в другую сторону вызовет движение ведомого звена 5 в одном направлении (на рис. 4.10 против часовой стрелки). При этом звено 5 преодолевает одностороннее внешнее сопротивление M_C .

Смена знака момента сопротивления на выходном валу импульсного механизма позволяет сделать важный вывод о принципиальной способности инерционных передач предложенного семейства трансформировать момент при действии одностороннего сопротивления на рабочем органе. Сделанный вывод позволяет значительно расширить область применения предложенных инерционных передач без механизмов свободного хода, но с рычажным или эксцентриковым механизмом на выходе. Способность инерционных передач с рычаж-

ным механизмом трансформировать момент при действии одностороннего внешнего сопротивления, наряду с тем, что позволяет значительно расширить область применения этих передач, является и основой для создания инерционных бесступенчатых передач с одним выходным механизмом свободного хода. Одним из примеров может служить инерционная передача, схема которой изображена на рис. 2.9.

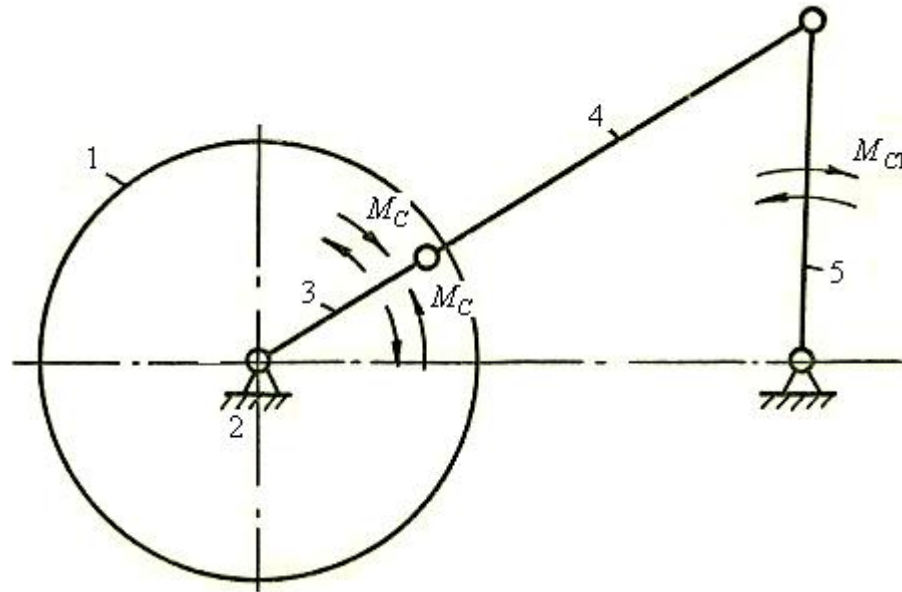


Рис. 4.10. Предельное положение инерционной передачи с кривошипно-коромысловым механизмом

4.2 Построение периодического решения для инерционной передачи с рычажным механизмом. Случай двусторонней силы сопротивления

В этом случае условие (4.5) может и не выполняться. Достаточно рассмотреть, например, стоповый режим промежуточного вала в точке $\beta = \pi/2$. Такой режим возможен, так как сила сопротивления P_c двусторонняя. Тогда имеем

$$\|\beta\| = \frac{\pi}{2}; \|\dot{\beta}\| = 0 \Rightarrow \left\| \left(\|\beta\|, \|\dot{\beta}\| \right) \right\|_1 = \frac{\pi}{2}.$$

Из уравнения (4.1) находим $M_C = P_C r$. Принимая

$$P_1 = \frac{M_{II \max}}{r} + N, P_2 = -\frac{M_{II \max}}{r}, \text{ где } M_{II \max} \text{ — максимальное за цикл значение мо-}$$

мента на заторможенном промежуточном валу от инерционных сил грузовых звеньев, получим

$$\exists \varepsilon > 0 \forall N > 0 \exists P_1 \in R : P_1 > N \Rightarrow \left\| \left(\|\beta\|, \left\| \dot{\beta} \right\| \right) \right\|_1 > \varepsilon. \quad (4.17)$$

В качестве ε можно взять, например, величину $\frac{\pi}{4}$.

Условия (4.5) и (4.17) взаимоисключающиеся, поэтому введение параметра μ в уравнения движения при двустороннем сопротивлении осуществим несколько по-иному [180].

Усилим задачу: будем полагать, что $\dot{\alpha} \neq const$. Это предположение затрудняет построение периодического решения, но позволяет судить о неравномерности вращения вала приводного двигателя, повысить соответствие с реальными процессами.

При $\dot{\alpha} \neq const$ систему уравнений (2.17) удобнее записать в координатах β, ψ с тем, чтобы определять периодический режим по целому числу оборотов грузового звена в относительном движении. Используя соотношение $\psi = q(\alpha - \beta)$, получим

$$\begin{cases} \frac{A_1}{q} \ddot{\psi} + (A_1 + A_2) \ddot{\beta} + \frac{A_4}{q^2} \dot{\psi}^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D; \\ \frac{A_2}{q} \ddot{\psi} + (A_2 + A_3 + A_7) \ddot{\beta} + \frac{A_5}{q^2} \dot{\psi}^2 - A_6 \left(\frac{\dot{\psi}}{q} + \dot{\beta} \right)^2 + A_8 \dot{\beta}^2 = -P_C r \delta. \end{cases} \quad (4.18)$$

Для определения момента двигателя воспользуемся динамической характеристикой асинхронного электродвигателя, описанной в параграфе 3.1.

Решение системы (4.18), так же как и в случае односторонней силы сопротивления, проведем по участкам:

Участок 1: $\dot{s} < 0, P_C = P_1$. Запишем уравнения (3.48) с введенными при малых членах параметром μ

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{B_1}{q} \ddot{\psi} + (B_1 + B_2) \ddot{\beta} + \mu \left\{ \left[\frac{b_1}{q} \ddot{\psi} + (b_1 + b_2) \ddot{\beta} \right] \cos \psi + \left(\frac{a_4}{q^2} \dot{\psi}^2 + a_6 \dot{\beta}^2 \right) \sin \psi \right\} = \mu M_D; \\ \frac{B_2}{q} \ddot{\psi} + (B_2 + B_3) \ddot{\beta} + \mu \left\{ \left[\frac{b_2}{q} \ddot{\psi} + (b_2 + b_3) \ddot{\beta} \right] \cos \psi + \right. \\ \left. + \left[\frac{a_5}{q^2} \dot{\psi}^2 - a_6 \left(\frac{\dot{\psi}}{q} + \dot{\beta} \right)^2 \right] \sin \psi + A_7 \ddot{\beta} + A_8 \dot{\beta}^2 \right\} = -\mu P_C r \delta, \end{array} \right. \quad (4.19)$$

где $A_i = B_i + b_i \cos \psi$ ($i \in \{1, 2, 3\}$); $A_j = a_j \sin \psi$ ($j \in \{4, 5, 6\}$).

Решение системы (4.19) будем искать в виде рядов

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = \psi_0 + \mu \psi_1 + \mu^2 \psi_2 + \dots; \\ \beta = \beta_0 + \mu \beta_1 + \mu^2 \beta_2 + \dots \end{array} \right. \quad (4.20)$$

Момент двигателя также представим в виде ряда по параметру μ

$$M_D = M_0 + \mu M_1 + \mu^2 M_2 + \dots \quad (4.21)$$

Подставляя ряды (4.20) и (4.21) в уравнения (4.19) и полагая $\mu = 0$, получим порождающую систему

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{B_1}{q} \ddot{\psi}_0 + (B_1 + B_2) \ddot{\beta}_0 = 0; \\ \frac{B_2}{q} \ddot{\psi}_0 + (B_2 + B_3) \ddot{\beta}_0 = 0. \end{array} \right.$$

Порождающая система при начальных условиях

$t = 0, \psi = \psi_{01}, \beta = \beta_{01}, \dot{\psi} = \dot{\psi}_{01}, \dot{\beta} = \dot{\beta}_{01}$ имеет следующее решение

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_0 = \dot{\psi}_{01} t + \psi_{01}; \\ \beta_0 = \dot{\beta}_{01} t + \beta_{01}. \end{array} \right.$$

Функции $\sin \psi, \sin i \beta$ ($i \in \{1, 2, 3, 4\}$) представим в виде рядов

$$\sin \psi = \sin \psi_0 + (\mu \psi_1 + \mu^2 \psi_2 + \dots) \frac{\cos \psi_0}{1!} - \dots;$$

$$\sin i\beta = \sin i\beta_0 + i(\mu \beta_1 + \mu^2 \beta_2 + \dots) \frac{\cos i\beta_0}{1!} - \dots$$

Оставляя в уравнениях (4.19) лишь члены, содержащие параметр μ в первой степени, получим систему для определения ψ_1, β_1

$$\begin{cases} \frac{B_1}{q} \ddot{\psi}_1 + (B_1 + B_2) \ddot{\beta}_1 + \left(\frac{a_4}{q^2} \dot{\psi}_{01}^2 + a_6 \dot{\beta}_{01}^2 \right) \sin \psi_0 = M_0; \\ \frac{B_2}{q} \ddot{\psi}_1 + (B_2 + B_3) \ddot{\beta}_1 + \left[\frac{a_5}{q^2} \dot{\psi}_{01}^2 - a_6 \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} \right)^2 \right] \sin \psi_0 + A_{80} \dot{\beta}_{01}^2 = -P_1 r \delta_0, \end{cases} \quad (4.22)$$

в которой

$$A_{80} = -\frac{r^2}{4} (m_n + m_2) \left(\frac{1}{p} \sin \beta_0 - 2 \sin 2\beta_0 - \frac{3}{p} \sin 3\beta_0 - \frac{1}{p^2} \sin 4\beta_0 \right);$$

$$\delta_0 = \sin \beta_0 + \frac{1}{2p} \sin 2\beta_0.$$

Выражение для M_0 найдется из уравнения

$$M_0 = M_H - T \dot{M}_0 - \frac{1}{v^* \omega_X} \left(\frac{\dot{\psi}_0}{q} + \dot{\beta}_0 - \omega_H \right). \quad (4.23)$$

После несложных преобразований уравнение (4.23) запишем в виде

$$\dot{M}_0 + \frac{1}{T} M_0 = \frac{1}{T} \left[M_H - \frac{1}{v^* \omega_X} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} - \omega_H \right) \right]. \quad (4.24)$$

Уравнение (4.24) является линейным с постоянными коэффициентами. Решая его и учитывая начальные условия $t = 0, M_0 = M_{01}$, находим

$$\begin{aligned} M_0 = & M_H - \frac{1}{v^* \omega_X} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} - \omega_H \right) + \\ & + \left[M_{01} - M_H + \frac{1}{v^* \omega_X} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} - \omega_H \right) \right] \exp\left(-\frac{t}{T}\right). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Интегрируя с учетом (4.25), запишем решение системы (4.22)

$$\begin{cases} \psi_1 = \frac{q}{D_1} \left[(B_1 + B_2)(D_2 - D_3) + D_4 \sin \psi_0 + (B_2 + B_3)D_6 t^2 + (B_2 + B_3)D_7 \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_1 t + C_2 \right]; \\ \beta_1 = \frac{1}{D_1} \left[B_1(D_3 - D_2) + D_5 \sin \psi_0 - B_2 D_6 t^2 - B_2 D_7 \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_3 t + C_4 \right], \end{cases}$$

где

$$D_1 = B_1 B_3 - B_2^2;$$

$$D_2 = \frac{r^2}{4} (m_n + m_2) \left(\frac{1}{p} \sin \beta_0 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_0 - \frac{1}{3p} \sin 3\beta_0 - \frac{1}{16p^2} \sin 4\beta_0 \right);$$

$$D_3 = \frac{P_1 r}{\dot{\beta}_{01}} \left(\sin \beta_0 + \frac{1}{8p} \sin 2\beta_0 \right);$$

$$D_4 = \frac{a_6}{\dot{\psi}_{01}} \left[(B_1 + B_2) \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} \right)^2 + (B_2 + B_3) \dot{\beta}_{01}^2 \right] - \frac{1}{q^2} [a_5 (B_1 + B_2) - a_4 (B_2 + B_3)];$$

$$D_5 = \frac{1}{q^2} (B_1 a_5 - B_2 a_4) - \frac{a_6}{\dot{\psi}_{01}} \left[B_1 \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} \right)^2 + B_2 \dot{\beta}_{01}^2 \right];$$

$$D_6 = \frac{1}{2} \left[M_H - \frac{1}{v^* \omega_X} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} \right) + \frac{\omega_H}{v^* \omega_X} \right];$$

$$D_7 = T^2 \left[M_{01} - M_H + \frac{1}{v^* \omega_X} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} + \dot{\beta}_{01} - \omega_H \right) \right].$$

При начальных условиях $t = 0, \psi_1 = 0, \dot{\psi}_1 = 0, \beta_1 = 0, \dot{\beta}_1 = 0$ постоянные интегрирования составляют

$$C_1 = (B_1 + B_2)(D_{31} - D_{21}) - D_4 \dot{\psi}_{01} \cos \psi_{01} + \frac{D_7}{T} (B_2 + B_3);$$

$$C_2 = (B_1 + B_2)(D_{30} - D_{20}) - D_4 \sin \psi_{01} - (B_2 + B_3)D_7;$$

$$C_3 = B_1(D_{21} - D_{31}) - D_5 \dot{\psi}_{01} \cos \psi_{01} - \frac{D_7}{T} B_2;$$

$$C_4 = B_1(D_{20} - D_{30}) - D_5 \sin \psi_{01} + B_2 D_7.$$

Здесь

$$D_{20} = \frac{r^2}{4}(m_n + m_2) \left(\frac{1}{p} \sin \beta_{01} - \frac{1}{2} \sin 2\beta_{01} - \frac{1}{3p} \sin 3\beta_{01} - \frac{1}{16p^2} \sin 4\beta_{01} \right);$$

$$D_{30} = \frac{Pr}{\dot{\beta}_{01}^2} \left(\sin \beta_{01} + \frac{1}{8p} \sin 2\beta_{01} \right);$$

$$D_{21} = \frac{r^2}{4} \dot{\beta}_{01} (m_n + m_2) \left(\frac{1}{p} \cos \beta_{01} - \cos 2\beta_{01} - \frac{1}{p} \cos 3\beta_{01} - \frac{1}{4p^2} \cos 4\beta_{01} \right);$$

$$D_{31} = \frac{Pr}{\dot{\beta}_{01}^2} \left(\cos \beta_{01} + \frac{1}{4p} \cos 2\beta_{01} \right).$$

Ограничиваясь в рядах (4.20) двумя первыми членами, запишем приближенное решение системы (4.18)

$$\begin{cases} \dot{\psi} = \dot{\psi}_{01} t + \psi_{01} + \frac{q}{D_1} \left[(B_1 + B_2)(D_2 - D_3) + D_4 \sin(\dot{\psi}_{01} t + \psi_{01}) + \right. \\ \left. + (B_2 + B_3)D_6 t^2 + (B_2 + B_3)D_7 \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_1 t + C_2 \right] \\ \dot{\beta} = \dot{\beta}_{01} t + \beta_{01} + \frac{1}{D_1} \left[B_1(D_3 - D_2) + D_5 \sin(\dot{\psi}_{01} t + \psi_{01}) - B_2 D_6 t^2 - B_2 D_7 \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_3 t + C_4 \right]. \end{cases}$$

Полученное решение имеет смысл при $\dot{\beta}_{01} \neq 0$. При $\dot{\beta}_{01} = 0$ решение порождающей системы примет вид $\psi_0 = \dot{\psi}_{01} t + \psi_{01}$; $\beta_0 = \beta_{01}$.

Тогда система уравнений для ψ_1 и β_1 запишется так

$$\begin{cases} \frac{B_1}{q} \ddot{\psi}_1 + (B_1 + B_2) \ddot{\beta}_1 + \frac{a_4}{q^2} \dot{\psi}_{01}^2 \sin \psi_0 = M_0; \\ \frac{B_2}{q} \ddot{\psi}_1 + (B_2 + B_3) \ddot{\beta}_1 + \frac{\dot{\psi}}{q^2} (a_5 - a_6) \sin \psi_0 = -P_{1C} r \delta, \end{cases} \quad (4.26)$$

$$\text{где } M_0 = M_H - \frac{1}{v^* \omega_x} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} - \omega_H \right) + \left[M_{01} - M_H + \frac{1}{v^* \omega_x} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} - \omega_H \right) \right] \exp\left(-\frac{t}{T}\right).$$

Решая систему уравнений (4.26), получаем

$$\begin{cases} \psi_1 = \frac{q}{D_1} \left[\frac{D_8}{q^2} \sin \psi_0 + \frac{D_9}{2} t^2 + (B_2 + B_3) D_{10} \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_5 t + C_6 \right]; \\ \beta_1 = \frac{1}{D_1} \left[\frac{D_{11}}{q^2} \sin \psi_0 - \frac{D_{12}}{2} t^2 - B_2 D_{10} \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_7 t + C_8 \right], \end{cases}$$

где

$$D_8 = (B_2 + B_3) a_4 + (B_1 + B_2)(a_6 - a_5);$$

$$D_9 = (B_2 + B_3) \left[M_H - \frac{1}{v\omega_x} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} - \omega_H \right) \right] + (B_1 + B_2) P_1 r \delta_0;$$

$$D_{10} = T^2 \left[M_{01} - M_H + \frac{1}{v\omega_x} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} - \omega_H \right) \right];$$

$$D_{11} = B_1(a_5 - a_6) - B_2 a_4;$$

$$D_{12} = B_2 \left[M_H - \frac{1}{v\omega_x} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} - \omega_H \right) \right] + B_1 P_1 r \delta_0;$$

$$C_5 = -\frac{D_8}{q^2} \dot{\psi}_{01} \cos \psi_{01} + \frac{D_{10}}{T} (B_2 + B_3);$$

$$C_6 = -\frac{D_8}{q^2} \sin \psi_{01} - (B_2 + B_3) D_{10};$$

$$C_7 = -\frac{D_{11}}{q^2} \dot{\psi}_{01} \cos \psi_{01} - \frac{D_{10}}{T} B_2;$$

$$C_8 = -\frac{D_{11}}{q^2} \sin \psi_{01} + B_2 D_{10}.$$

Приближенное решение системы уравнений (4.17) при этом примет вид

$$\begin{cases} \psi = \dot{\psi}_{01} t + \psi_{01} + \frac{q}{D_1} \left[\frac{D_8}{q^2} \sin(\dot{\psi}_{01} t + \psi_{01}) + \frac{D_9}{2} t^2 + (B_2 + B_3) D_{10} \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_5 t + C_6 \right]; \\ \beta = \beta_{01} + \frac{1}{D_1} \left[\frac{D_{11}}{q^2} D_5 \sin(\dot{\psi}_{01} t + \psi_{01}) - \frac{D_{12}}{2} t^2 - B_2 D_{10} \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + C_7 t + C_8 \right]. \end{cases}$$

Проверка найденного аналитического решения с помощью численных методов показала высокую сходимость результатов. Так, например, для инерционной передачи с параметрами

$$J_1 = 2,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nJ_3 = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nm = 8 \text{ кг}; k = 0,06 \text{ м}; a = 0,04 \text{ м};$$

$$b = 0,02 \text{ м}; h = 0,009 \text{ м}; q = \frac{4}{3}; r = 0,1 \text{ м}; p = 5; m_1 = 2 \text{ кг}; m_2 = 1,5 \text{ кг}; m_n = 1,5 \text{ кг};$$

$$\beta_{01} = \frac{\pi}{4}; \dot{\beta}_{01} = 0; \psi_{01} = \frac{\pi}{3}; \psi_{01}^* = 199,5 \text{ с}^{-1}; M_{01} = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_H = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega_x = 157 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_H = 150 \text{ с}^{-1}; T = 0,038 \text{ с}; \nu^* = 0,0024 \frac{\text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}$$

результаты расчетов для значения $P_1 = 10 \text{ Н}$ приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

$t, \text{ с}$	ψ аналит., рад	ψ числен., рад	M_D числен., Н·м
0,0	1,0471975	1,0471975	20,0
0,002	1,4451997	1,44529533	19,98722839
0,004	1,8410757	1,84147263	19,94845581
0,006	2,2348908	2,23578644	19,88595581
0,008	2,6270432	2,62860966	19,80531311
0,01	3,0182013	3,02055931	19,71459961
0,012	3,409199	3,41238689	19,62319946

Участок 2: $\dot{s} > 0, P_C = P_2$. Приближенное решение системы (4.18) на втором участке получим, положив в решении системы на первом участке вместо P_1 значение силы сопротивления P_2 .

Результаты аналитических и численных расчетов значений угла поворота грузового звена при $P_2 = -10 \text{ Н}$ на втором участке для передачи с теми же параметрами, что и на первом участке, за исключением лишь значения ψ_{01} , приведены в табл.4.3. Было принято, что $\psi_{01} = \frac{4\pi}{3}$. Как видим, имеем высокую сходимость аналитических и численных расчетов.

Таблица 4.3

t, c	ψ аналит., рад	ψ числен., рад	M_D числен., Н·м
0,0	4,18879	4,18879	20,0
0,002	4,5888334	4,58876419	20,01022334
0,004	4,9910945	4,99081802	20,04180908
0,006	5,3955078	5,39489937	20,09387861
0,008	5,8016752	5,80063629	20,15853882
0,01	6,2089283	6,20738125	20,22967529
0,012	6,6164332	6,61433601	20,29641724

Участок 3: $\dot{s} = 0$. Полагаем, что $\dot{\beta} = \ddot{\beta} = 0$, так как при других значениях $\dot{\beta}$ и $\ddot{\beta}$ время протекания третьего участка равно нулю.

Подставляя $\dot{\beta} = \ddot{\beta} = 0$ в систему (3.49), получаем

$$\begin{cases} \frac{A_1}{q} \ddot{\psi} + \frac{A_4}{q^2} \dot{\psi}^2 = M_D; \\ \frac{A_2}{q} \ddot{\psi} + \frac{1}{q^2} (A_5 - A_6) \dot{\psi}^2 = -P_C r \delta, \end{cases} \quad (4.27)$$

где

$$M_D = M_H - T \dot{M}_D - \frac{1}{v^* \omega_X} \left(\frac{\dot{\psi}_0}{q} - \omega_H \right);$$

$$\delta_{01} = \sin \beta_{01} + \frac{1}{2p} \sin 2\beta_{01}.$$

Приближенное решение системы (4.27) также находим с помощью метода малого параметра

$$\psi = \dot{\psi}_{01} t + \psi_{01} + \frac{q}{B_1} \left[\frac{D_{13}}{2} t^2 + D_{10} \exp\left(-\frac{t}{T}\right) + \frac{a_4}{q^2} \sin(\dot{\psi}_{01} t + \psi_{01}) + C_9 t + C_{10} \right],$$

где

$$D_{13} = M_H - \frac{1}{v\omega_x} \left(\frac{\dot{\psi}_{01}}{q} - \omega_H \right);$$

$$C_9 = \frac{D_{10}}{T} - \frac{a_4}{q^2} \dot{\psi}_{01} \cos \psi_{01};$$

$$C_{10} = -D_{10} - \frac{a_4}{q^2} \sin \psi_{01}.$$

Из второго уравнения системы (4.27) получаем

$$P_C = -\frac{1}{qr\delta_{01}} \left[(B_2 + b_2 \cos \psi) \ddot{\psi} + \frac{\dot{\psi}^2}{q} (a_5 - a_6) \sin \psi \right].$$

Сравнение аналитического и численного решения также показывает высокую сходимость результатов.

Зная решения дифференциальных уравнений (4.18) по участкам и используя метод припасовывания и метод проецирования траектории изображающей точки, построим периодическое решение уравнений для инерционной передачи с параметрами

$$J_1 = 5,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nJ_3 = 0,18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nm = 11,6 \text{ кг}; k = 0,02 \text{ м};$$

$$a = 0; b = 0,02 \text{ м}; h = 0,03 \text{ м}; q = 1; r = 0,07 \text{ м}; p = 9; m_1 = 2 \text{ кг}; m_2 = 2 \text{ кг}; m_n = 3 \text{ кг};$$

$$M_H = 14,8 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega_x = 157 \text{ с}^{-1}; \omega_H = 149 \text{ с}^{-1}; T = 0,045 \text{ с}; v = 0,0036 \frac{\text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2};$$

$$P_1 = 1920 \text{ Н}; P_2 = -1900 \text{ Н}.$$

Задавшись произвольными начальными условиями и просчитывая несколько циклов, выходим на замкнутую траекторию, соответствующую устойчивому периодическому решению.

Так как исследуемая система является фазовой системой, имеющей цилиндрическое фазовое пространство, то рассматриваем поведение системы по проекциям траектории изображающей точки на цилиндрические поверхности (рис. 4.11). Утолщенной линией выделены проекции предельного цикла.

Отметим интересную особенность построенного периодического решения. Если для координаты β проекция предельного цикла представляет собой замкнутую траекторию гомотопную нулю, сохраняющую замкнутость при развертке цилиндрической поверхности, то для координаты ψ проекция предельного цикла охватывает цилиндрическую поверхность и при ее развертке на плоскость переходит в незамкнутую кривую. Кроме того, заметим, что, наряду с построенным, возможны и более сложные периодические процессы, которые определяются несколькими оборотами грузовых звеньев в относительном движении. Задача построения всех возможных периодических решений чрезвычайно сложна [176] и в данной работе не рассматривается.

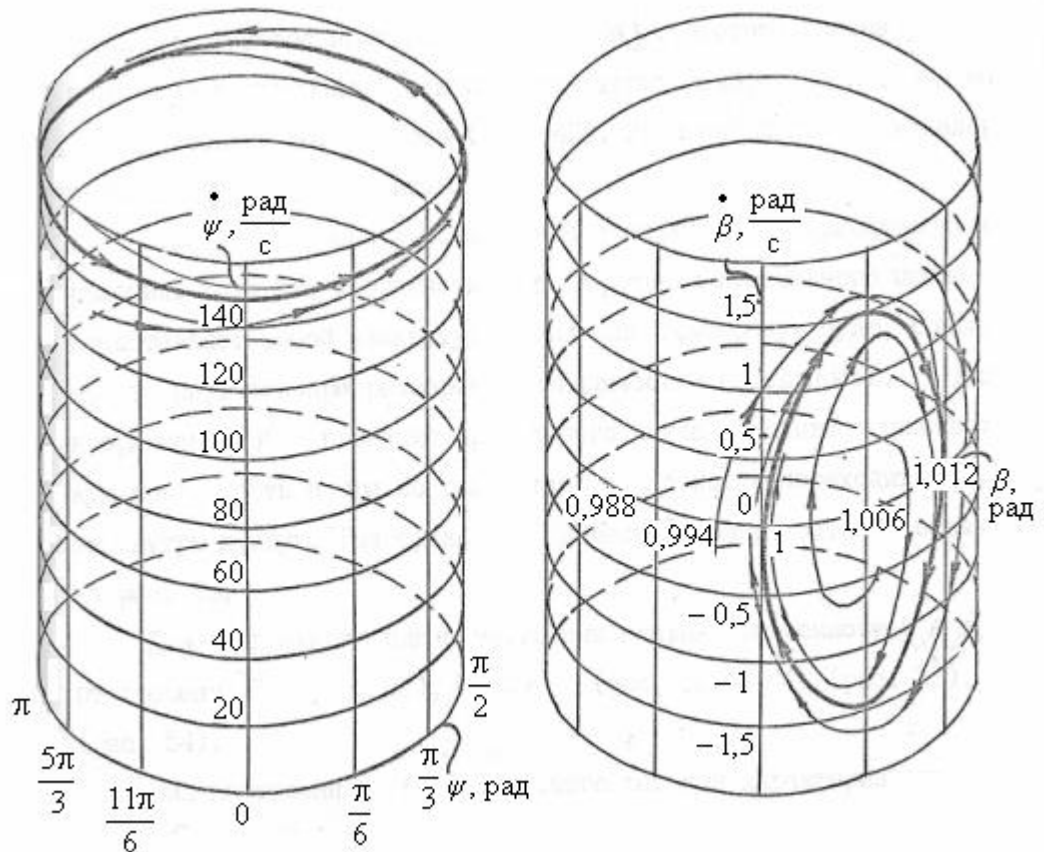


Рис. 4.11. Проекция траектории изображающей точки на цилиндрические поверхности

При построении периодического решения с учетом динамической характеристики двигателя следует дополнительно проверить совпадение значений момента двигателя в начале и конце цикла.

Точка пересечения проекций фазовой траектории в какой-либо одной координатной системе может и не являться особой. Для определения особой точки следует убедиться, что и в другой координатной системе фазовая траектория имеет пересечение с собой в тот же момент времени t и дополнительно проверить совпадение значений момента двигателя.

В инженерных расчетах, не требующих высокой точности, целесообразно пользоваться упрощенными решениями, полученными при условии постоянства угловой скорости ведущего вала импульсного механизма.

Рассмотрим второе уравнение системы (2.17). Полагая $\dot{\alpha} = \omega = const$, получим

$$(A_3 + A_7) \ddot{\beta} + A_5 (\omega - \dot{\beta})^2 - A_6 \omega^2 + A_8 \dot{\beta}^2 = -P_C r \delta.$$

Вводя малый параметр μ , после несложных преобразований уравнение перепишем в виде

$$B_3 \ddot{\beta} = \mu \left\{ \left[a_6 \omega^2 - a_5 (\omega - \dot{\beta})^2 \right] \sin \psi - (A_7 + b_3 \cos \psi) \ddot{\beta} - A_8 \dot{\beta}^2 - P_C r \delta \right\}.$$

Решение по методу малого параметра на первом участке ($P_C = P_1$) имеет вид

$$\beta = \beta_{01} + \dot{\beta}_{01} t + \frac{1}{B_3} \left[\frac{a_6 \omega^2 - a_5 (\omega - \dot{\beta}_{01})^2}{q^2 (\omega - \dot{\beta}_{01})^2} \sin \psi_0 + a_{81} + \frac{P_1 r}{\dot{\beta}_{01}^2} \delta_{01} \right] + C_1 t + C_2,$$

где

$$\psi_0 = q \left[(\omega - \dot{\beta}_{01}) t + \alpha_{01} - \beta_{01} \right];$$

$$a_{81} = -\frac{r^2}{4} (m_n + m_2) \left(\frac{1}{p} \sin \beta_0 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_0 - \frac{1}{3p} \sin 3\beta_0 - \frac{1}{16p^2} \sin 4\beta_0 \right);$$

$$\delta_{01} = \sin \beta_0 + \frac{1}{8p} \sin 2\beta_0.$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются по выражениям

$$C_1 = -\frac{1}{B_3} \left[\frac{a_6 \omega^2 - a_5 (\omega - \dot{\beta}_{01})^2}{q(\omega - \dot{\beta}_{01})} \cos \psi_{01} + a_{82} \dot{\beta}_{01} + \frac{P_1 r}{\dot{\beta}_{01}} \delta_{02} \right];$$

$$C_2 = -\frac{1}{B_3} \left[\frac{a_6 \omega^2 - a_5 (\omega - \dot{\beta}_{01})^2}{q^2 (\omega - \dot{\beta}_{01})^2} \sin \psi_{01} + a_{83} + \frac{P_1 r}{\dot{\beta}_{01}^2} \delta_{03} \right],$$

где

$$\psi_{01} = q(\alpha_{01} - \beta_{01});$$

$$a_{82} = -\frac{r^2}{4} (m_n + m_2) \left(\frac{1}{p} \cos \beta_{01} - \cos 2\beta_{01} - \frac{1}{p} \cos 3\beta_{01} - \frac{1}{4p^2} \cos 4\beta_{01} \right);$$

$$a_{83} = -\frac{r^2}{4} (m_n + m_2) \left(\frac{1}{p} \sin \beta_{01} - \frac{1}{2} \sin 2\beta_{01} - \frac{1}{3p} \sin 3\beta_{01} - \frac{1}{16p^2} \sin 4\beta_{01} \right);$$

$$\delta_{02} = \cos \beta_{01} + \frac{1}{4p} \cos 2\beta_{01};$$

$$\delta_{03} = \sin \beta_{01} + \frac{1}{8p} \sin 2\beta_{01}.$$

Полученное решение имеет смысл лишь при $\dot{\beta}_{01} \neq 0$. Если же $\dot{\beta}_{01} = 0$, имеем

ем

$$\beta = \beta_{01} + \frac{a_5 - a_6}{q^2 B_3} \sin q(\omega t + \alpha_{01} - \beta_{01}) - \frac{P_1 r}{2B_3} (\sin \beta_{01} + \frac{1}{2p} \sin 2\beta_{01}) t^2 + C_1 t + C_2,$$

где

$$C_1 = \frac{a_6 - a_5}{qB_3} \omega \cos q(\alpha_{01} - \beta_{01});$$

$$C_2 = \frac{a_6 - a_5}{q^2 B_3} \sin q(\alpha_{01} - \beta_{01}).$$

Решение на втором участке ($P_C = P_2$) получим из решения на первом участке, положив вместо P_1 значение силы сопротивления P_2 .

Для третьего участка ($\dot{s} = 0$) из условий $\dot{\beta} = \ddot{\beta} = 0$ найдем выражение для силы сопротивления P_C

$$P_C = \frac{(a_6 - a_5)\omega^2 \sin q(\omega t + \alpha_{01} - \beta_{01})}{r \left(\sin \beta_{01} + \frac{1}{2p} \sin 2\beta_{01} \right)}.$$

Расчеты различных вариантов инерционных передач без механизмов свободного хода, полученные в предположении $\dot{\alpha} \neq const$ и при допущении постоянства угловой скорости ведущего маховика, показали хорошую сходимость результатов.

При допущении $\dot{\alpha} = \omega = const$ рассматриваем лишь второе уравнение системы (4.18), которое не содержит момента двигателя M_D . Следовательно, с учетом хорошей сходимости результатов, можно сделать вывод, что характеристика двигателя не оказывает существенного влияния на законы движения звеньев инерционной передачи в течение цикла. Справедливость этого вывода подтверждается экспериментально. Как показано в третьем параграфе четвертой главы данной работы, влияние параметров кривошипно-ползунного механизма на неравномерность вращения ведущего маховика незначительно, поэтому использование в данной работе допущения $\dot{\alpha} = \omega = const$ представляется правомерным.

4.3 Вопросы кинематической работоспособности инерционной передачи с кривошипно-ползунным механизмом на выходе

При исследовании инерционной передачи с рычажным механизмом важно определить условия для принципиальной возможности машины или механизма выполнять требуемую функцию. Например, в приводе пилы часто требуется исключить движение пильного полотна в пределах одного зуба. В некоторых случаях требуется исключить возможность заклинивания рабочего органа и т.д. Рассмотрим эти вопросы более подробно.

4.3.1 Нелинейные колебания инерционного привода с кривошипно-ползунным механизмом на холостом режиме работы

При проектировании инерционного привода лобзикового станка (рис. 2.18) прежде всего необходимо исключить колебания пильного полотна в пределах одного зуба при работе на холостом режиме ($P_C = 0$). В противном случае нарушается работоспособность станка.

Полагая $P_C = 0$, $\dot{\alpha} = \omega = const$, запишем второе уравнение системы (2.17):

$$(A_3 + A_7)\ddot{\beta} + A_5(\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6\dot{\alpha}^2 + A_8\dot{\beta}^2 + A_9 = -P_0r\delta. \quad (4.28)$$

С помощью метода последовательных приближений найдем периодическое решение уравнения (4.28).

Перейдем к безразмерному времени $\tau = q\omega t$. После несложных преобразований уравнение (4.28) перепишем так:

$$\beta'' = \frac{1}{B_3} \left(\begin{array}{l} \frac{a_6 - a_5}{q^2} \sin \psi + \frac{2}{q} a_5 \beta' \sin \psi - a_5 \beta'^2 \sin \psi - A_8 \beta'^2 - \\ - \frac{A_9}{q^2 \omega^2} - b_3 \beta'' \cos \psi - A_7 \beta'' - \frac{P_0 r}{q^2 \omega^2} \delta \end{array} \right), \quad (4.29)$$

где $\psi = \tau + q(\alpha_{01} - \beta)$; $\beta' = \frac{d\beta}{d\tau}$; $\beta'' = \frac{d^2\beta}{d\tau^2}$; α_{01} — значение угла α в момент времени $\tau = 0$.

При начальных условиях $\tau = 0$, $\beta = \beta_{01}$, $\beta' = \beta'_{01}$ первое приближение β_1 имеет вид: $\beta_1 = \beta'_{01}\tau + \beta_{01}$.

По условиям периодичности $\beta'_{01} = 0$. Тогда получим

$$\beta_1 = \beta_{01}, \beta'_1 = 0, \beta''_1 = 0. \quad (4.30)$$

Неизвестное пока значение β_{01} найдется из условия периодичности для второго приближения β_2 .

Подставляя значения (4.30) в уравнение (4.29), получим уравнение для второго приближения β_2 :

$$\beta_2'' = D_1 \sin[\tau + q(\alpha_{01} - \beta_{01})] - \frac{1}{B_3 q^2 \omega^2} (A_{90} + P_0 r \delta_0), \quad (4.31)$$

где

$$D_1 = \frac{a_6 - a_5}{q^2 B_3}; \quad \delta_0 = \sin \beta_{01} + \frac{1}{2p} \sin 2\beta_{01};$$

$$A_{90} = \frac{cr^2}{2} \left[\left(2 + \frac{1}{4p} \right) \sin \beta_{01} + \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{4p^2} - 1 \right) \sin 2\beta_{01} - \frac{3}{4p} \sin 3\beta_{01} - \frac{1}{8p^2} \sin 4\beta_{01} \right].$$

Решение уравнение (4.31) имеет вид:

$$\beta_2 = -D_1 \sin[\tau + q(\alpha_{01} - \beta_{01})] - \frac{1}{2B_3 q^2 \omega^2} (A_{90} + P_0 r \delta_0) \tau^2 + C_1 \tau + C_2.$$

Запишем условия периодичности:

$$A_{90} + P_0 r \delta_0 = 0, \quad C_1 = 0. \quad (4.32)$$

С учетом условий периодичности решение уравнения (4.31) преобразуем к виду

$$\beta_2 = -D_1 \sin[\tau + q(\alpha_{01} - \beta_{01})] + C_2. \quad (4.33)$$

Рассмотрим первое из уравнений (4.32). После преобразований получим

$$\sin \beta_{01} \left\{ \cos^3 \beta_{01} + 3p \cos^2 \beta_{01} + \left[2p^2 - 2p \left(1 + \frac{P_0}{cr} \right) - 1 \right] \cos \beta_{01} - 2p^2 \left(1 + \frac{P_0}{cr} \right) - p \right\} = 0. \quad (4.34)$$

Найдем решение уравнения (4.34)

$$1. \quad \sin \beta_{01} = 0 \Rightarrow \beta_{01} = \arcsin 0 \Rightarrow \beta_{01} = 0. \quad (4.35)$$

$$2. \quad \cos^3 \beta_{01} + 3p \cos^2 \beta_{01} + \left[2p^2 - 2p \left(1 + \frac{P_0}{cr} \right) - 1 \right] \cos \beta_{01} - 2p^2 \left(1 + \frac{P_0}{cr} \right) - p = 0. \quad (4.36)$$

Проведем замену переменной:

$$\cos \beta_{01} = x - p. \quad (4.37)$$

Подставляя выражение (4.37) в уравнение (4.36), запишем после приведения подобных членов:

$$x \left[x^2 - (1 + p)^2 - \frac{2pP_0}{cr} \right] = 0. \quad (4.38)$$

Из уравнения (4.38) найдем:

а) $x=0$. тогда с учетом выражения (3.68) получим: $\cos \beta_{01} = -p$. Так как обычно $p \geq 5$, то при любых значениях β_{01} $\cos \beta_{01} \neq -p$.

$$\text{б) } x^2 - (1+p)^2 - \frac{2pP_0}{cr} = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{(1+p)^2 + \frac{2pP_0}{cr}}.$$

Для нормального функционирования лобзикового станка требуется предварительное натяжение пильного полотна, т.е. $P_0 > 0$. Поэтому выполняется неравенство $|x| > 1+p$. Используя выражение (4.37) и полученную оценку для $|x|$, оценим $\cos \beta_{01}$: $|\cos \beta_{01}| \geq |x| - p > 1+p - p = 1$. Таким образом, имеем $|\cos \beta_{01}| > 1$, что не выполняется ни при каких значениях β_{01} .

Принимая во внимание решение (4.35), окончательно запишем

$$\beta_{01} = 0. \quad (4.39)$$

Подставив найденное значение β_{01} в выражение (4.33), получим:

$$\beta_2 = -D_1 \sin[\tau + q(\alpha_{01} - \beta_{01})] + C_2. \quad (4.40)$$

Величина α_{01} влияет лишь на не интересующую нас фазу колебаний, поэтому начало отсчета времени τ выберем так, чтобы избежать $q\alpha_{01}$ под знаком синуса в выражении (4.40). Положим, что при $\tau = 0$, $\alpha_{01} = 0$. Тогда имеем

$$\beta_2 = -D_1 \sin \tau + C_2; \beta_2' = -D_1 \cos \tau; \beta_2'' = D_1 \sin \tau. \quad (4.41)$$

Постоянная интегрирования C_2 найдется из условий периодичности для третьего приближения β_3 . Уравнение для β_3 имеет вид:

$$\beta_3'' = \frac{1}{B_3} \left(\begin{array}{l} \frac{a_6 - a_5}{q^2} \sin \psi_1 + \frac{2}{q} a_5 \beta_2' \sin \psi_1 - a_5 \beta_2'^2 \sin \psi_1 - A_{81} \beta_2'^2 - \frac{A_{91}}{q^2 \omega^2} - \\ - b_3 \beta_2'' \cos \psi_1 - A_{71} \beta_2'' - \frac{P_0 r}{q^2 \omega^2} \delta_1 \end{array} \right),$$

где $A_{71} = A_7(\beta_2)$; $A_{81} = A_8(\beta_2)$; $A_{91} = A_9(\beta_2)$; $\delta_1 = \delta(\beta_2)$; $\psi_1 = \tau - q\beta_2$.

Функции $\sin i\beta_2$ и $\cos i\beta_2$ ($i \in \{1, 2, 3, 4\}$) разложим в ряды в окрестности первого приближения β_1 :

$$\sin i\beta_2 = \sin i\beta_1 + i(\beta_2 - \beta_1)\cos i\beta_1 - \frac{i^2}{2!}(\beta_2 - \beta_1)^2 \sin i\beta_1 - \dots;$$

$$\cos i\beta_2 = \cos i\beta_1 - i(\beta_2 - \beta_1)\sin i\beta_1 - \frac{i^2}{2!}(\beta_2 - \beta_1)^2 \cos i\beta_1 - \dots$$

Ограничиваясь в разложениях четырьмя первыми членами и учитывая выражения (4.30), (4.39) и (4.41), найдем

$$\sin i\beta_2 = iC_2 \left[1 - \frac{i^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{2} + \frac{C_2^2}{3} \right) \right] - iD_1 \left[1 - \frac{i^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{4} + C_2^2 \right) \right] \sin \tau + \frac{i^3}{4} D_1^2 C_2 \cos 2\tau - \frac{i^3}{24} D_1^3 C_2 \sin 3\tau;$$

$$\cos i\beta_2 = 1 - \frac{i^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{2} + C_2^2 \right) + i^2 D_1 C_2 \sin \tau + \frac{i^2}{4} D_1^2 \cos 2\tau.$$

Тогда переменные коэффициенты A_{71} , A_{81} , A_{91} , δ_1 примут вид

$$A_{71} = \frac{P_1}{2} a_8 (D_1^2 + 2C_2^2 - 4D_1 C_2 \sin \tau - D_1^2 \cos 2\tau);$$

$$A_{81} = a_8 \left\{ C_2 \left[p_1 - p_2 \left(D_1^2 + \frac{2}{3} C_2^2 \right) \right] - D_1 \left[p_1 - p_2 \left(\frac{D_1^2}{2} + 2C_2^2 \right) \right] \sin \tau + p_2 D_1^2 C_2 \cos 2\tau - \frac{p_2}{6} D_1^3 \sin 3\tau \right\};$$

$$A_{91} = a_9 \left[C_2 \left(\frac{3}{2} D_1^2 + C_2^2 \right) - 3D_1 \left(\frac{D_1^2}{4} + C_2^2 \right) \sin \tau - \frac{3}{2} D_1^2 C_2 \cos 2\tau + \frac{D_1^3}{4} \sin 3\tau \right];$$

$$\delta_1 = C_2 \left[p_1 - \frac{p_2}{2} \left(\frac{D_1^2}{2} + \frac{C_2^2}{3} \right) \right] - D_1 \left[p_1 - \frac{p_2}{2} \left(\frac{D_1^2}{4} + C_2^2 \right) \right] \sin \tau + \frac{p_2}{4} D_1^2 C_2 \cos 2\tau + \frac{p_2}{24} D_1^3 \sin 3\tau;$$

$$a_8 = p_1 (m_n + m_2) r^2; a_9 = \frac{P_1^2}{2} c r^2; p_1 = \frac{p+1}{p}; p_2 = \frac{p+4}{p}.$$

Функции $\sin \psi_1$ и $\cos \psi_1$ разложим в ряды вида

$$\sin \psi_1 = \sin \tau - q\beta_2 \cos \tau - \frac{q^2 \beta_2^2}{2!} \sin \tau + \frac{q^2 \beta_2^3}{3!} \cos \tau + \dots;$$

$$\cos \psi_1 = \cos \tau + q\beta_2 \sin \tau - \frac{q^2 \beta_2^2}{2!} \cos \tau - \frac{q^2 \beta_2^3}{3!} \sin \tau + \dots$$

Ограничиваясь четырьмя первыми членами разложений и используя (4.41), получим

$$\begin{aligned}
\sin \psi_1 &= \frac{q^2}{2} D_1 C_2 + \left[1 - \frac{q^2}{2} \left(\frac{3}{4} D_1^2 + C_2^2 \right) \right] \sin \tau - q C_2 \left[1 - \frac{q^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{4} + \frac{C_2^2}{3} \right) \right] \cos \tau + \\
&+ \frac{q}{2} D_1 \left[1 - \frac{q^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{6} D_1^2 + C_2^2 \right) \right] \sin 2\tau - \frac{q^2}{2} D_1 C_2 \cos 2\tau + \frac{q^2}{8} D_1^2 \sin 3\tau - \frac{q^3}{8} D_1^2 C_2 \cos 3\tau + \frac{q^3}{48} D_1^3 \sin 4\tau; \\
\cos \psi_1 &= -\frac{q}{2} D_1 \left[1 - \frac{q^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{4} + C_2^2 \right) \right] + q C_2 \left[1 - \frac{q^2}{2} \left(\frac{3}{4} D_1^2 + \frac{C_2^2}{3} \right) \right] \sin \tau + \left[1 - \frac{q^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{4} + C_2^2 \right) \right] \cos \tau + \\
&+ \frac{q^2}{2} D_1 C_2 \sin 2\tau + \frac{q}{2} D_1 \left[1 - \frac{q^2}{2} \left(\frac{D_1^2}{3} + C_2^2 \right) \right] \cos 2\tau + \frac{q^3}{8} D_1^2 C_2 \sin 3\tau + \frac{q^3}{8} D_1^2 \cos 3\tau + \frac{q^3}{48} D_1^3 \cos 4\tau.
\end{aligned}$$

С учетом полученных зависимостей уравнение для третьего приближения β_3 примет вид

$$\beta_3'' = \frac{1}{B_3} \left(\sum_{i=1}^6 (E_i \sin i\tau + F_i \cos i\tau) + C_2 (N_1 C_2^2 + N_2) \right), \quad (4.42)$$

где

$$\begin{aligned}
E_1 &= \frac{3}{4} D_1^2 \left(qb_3 - \frac{a_5 + a_6}{2} \right) + (a_6 - a_5) \left(\frac{1}{q^2} - \frac{C_2^2}{2} \right) + \frac{q^2}{8} D_1^2 \left(\frac{5}{6} D_1^2 + 3C_2^2 \right) (a_5 - qb_3) + \\
&+ \frac{D_1}{q^2 \omega^2} \left[P_0 p_1 r + \left(\frac{D_1^2}{4} + C_2^2 \right) \left(3a_8 - \frac{p_2}{2} P_0 r \right) \right] - a_8 D_1 \left[p_1 \left(C_2^2 + \frac{D_1^2}{2} \right) + \frac{p_2}{2} D_1^2 \left(C_2^2 + \frac{D_1^2}{6} \right) \right]; \\
E_2 &= \frac{D_1}{2q} (a_6 - 3a_5 - qb_3) \left(1 - \frac{q^2}{2} C_2^2 \right) + \frac{q}{8} D_1^3 \left[qb_3 - \frac{a_6 - a_5}{3} + q^2 a_5 \left(\frac{D_1^2}{8} + C_2^2 \right) \right]; \\
E_3 &= \frac{D_1^2}{4} \left\{ \frac{1}{2} (a_6 - 7a_5 - 2qb_3) + \frac{D_1}{q^2 \omega^2} \left(\frac{p_2}{6} P_0 r - a_9 \right) + \right. \\
&\left. + \frac{5}{24} q^2 D_1^2 (a_5 + qb_3) + a_8 D_1 \left[2p_1 - p_2 \left(\frac{D_1^2}{6} + 2C_2^2 \right) \right] + \frac{q^2}{2} C_2^2 (3a_5 + qb_3) \right\}; \\
E_4 &= \frac{q}{16} D_1^3 \left(\frac{a_6 - 13a_5}{3} - qb_3 + q^2 a_5 C_2^2 \right); \\
E_5 &= \frac{D_1^4}{24} \left[p_2 a_8 D_1 - \frac{q^2}{4} (5a_5 + qb_3) \right]; \\
E_6 &= -\frac{q^3}{192} D_1^5 a_5.
\end{aligned}$$

Коэффициенты F_i, N_1, N_2 определяются по выражениям

$$\begin{aligned}
F_1 &= C_2 \left[\frac{a_6 - a_5}{q} + \frac{q}{4} D_1^2 (qb_3 + a_5) + \frac{q}{8} a_5 D_1^2 \left(1 - \frac{D_1^2}{2} \right) + \frac{q}{2} a_5 \left(\frac{1}{3} - \frac{q^2}{4} D_1^2 \right) C_2^2 - \frac{q}{2} a_6 \left(\frac{C_2^2}{3} + \frac{D_1^2}{4} \right) \right]; \\
F_2 &= \frac{D_1}{2} C_2 \left[\begin{aligned} &3a_5 - a_6 + qb_3 + \frac{D_1}{q^2 \omega^2} \left(3a_9 - \frac{p_2}{2} P_0 r \right) - \frac{q^2}{3} C_2^2 \left(a_5 + \frac{q}{2} b_3 \right) + \\ &+ a_8 D_1 \left(\frac{2}{3} p_2 C_2^2 - 3p_1 \right) - \frac{q^3}{2} b_3 D_1^2 \end{aligned} \right]; \\
F_3 &= \frac{q}{8} D_1^2 C_2 \left[7a_5 - a_6 + 2qb_3 - q^2 a_5 \left(\frac{C_2^2}{3} - \frac{D_1^2}{4} \right) \right]; \\
F_4 &= \frac{D_1^3}{4} C_2 \left[q^2 \left(a_5 + \frac{q}{4} b_3 \right) - p_2 a_8 D_1 \right]; \\
F_5 &= \frac{q^3}{32} D_1^4 C_2 a_5; \\
F_6 &= 0; \\
N_1 &= \frac{p_2}{3} a_8 D_1^2 + \frac{q^2}{6} D_1 \left(\frac{q}{2} b_3 - a_5 \right) + \frac{1}{q^2 \omega^2} \left(\frac{p_2}{6} P_0 r - a_9 \right); \\
N_2 &= \frac{D_1}{2} (a_5 + a_6 - qb_3) + \frac{a_8}{2} D_1^2 \left(p_1 + \frac{p_2}{2} D_1^2 \right) + \frac{q^2}{4} D_1^3 \left(\frac{3}{4} qb_3 - a_5 \right) + \\
&+ \frac{1}{q^2 \omega^2} \left[\left(\frac{p_2}{4} D_1^2 - p_1 \right) P_0 r - \frac{3}{2} a_9 D_1^2 \right].
\end{aligned}$$

Интегрируя уравнение (4.42), найдем

$$\beta_3 = \frac{1}{B_3} \left[- \sum_{i=1}^6 (E_i \sin i\tau + F_i \cos i\tau) \frac{1}{i^2} + C_2 (N_1 C_2^2 + N_2) \tau^2 \right] + C_3 \tau + C_4.$$

Запишем условия периодичности для третьего приближения:

$$C_2 (N_1 C_2^2 + N_2) = 0; \quad C_3 = 0.$$

Из условий периодичности найдем выражение для постоянной интегрирования C_2 : $C_2 = 0$; $C_2 = \pm \sqrt{-\frac{N_2}{N_1}}$.

Учитывая условия периодичности, получим

$$\beta_3 = -\frac{1}{B_3} \sum_{i=1}^6 \frac{1}{i^2} (E_i \sin i\tau + F_i \cos i\tau) + C_4.$$

Постоянная интегрирования C_4 может быть найдена из условий периодичности для четвертого приближения β_4 . Громоздкость выражений для нахождения

ния C_4 затрудняет вычисления, поэтому ограничимся третьим приближением и примем $C_4 \approx C_3$.

4.3.2 Достаточное условие движения ползуна

Рассмотрим функцию $f(\beta) = \sin \beta + \frac{1}{2p} \sin 2\beta$, входящую составной частью в соотношение (4.1).

Эта функция является всюду непрерывной вместе со своей производной на множестве $\{\beta\}$, нечетной, периодической с периодом 2π .

Нетрудно составить уравнение для определения точек, в которых функция имеет экстремум. Уравнение имеет вид

$$2\cos^2 \beta + p \cos \beta - 1 = 0.$$

Отсюда находим

$$\cos \beta = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 + 8}}{4}. \quad (4.43)$$

Так как $|\cos \beta| \leq 1$ и обычно $p \geq 5$, то решение (4.43), определяемое знаком «минус» перед квадратным корнем, отбрасываем. При этом получаем

$$\beta = \arccos \frac{\sqrt{p^2 + 8} - p}{4}.$$

Тогда максимальное по модулю значение функции $f(\beta)$ определится так

$$|f(\beta)|_{\max} = \sin \arccos \frac{\sqrt{p^2 + 8} - p}{4} + \frac{1}{2p} \sin \left(2 \arccos \frac{\sqrt{p^2 + 8} - p}{4} \right).$$

Учитывая, что максимальное за цикл значение момента от инерционных сил грузовых звеньев на заторможенном валу импульсного механизма находится по формуле

$$M_{H\max} = nmkhq \alpha \cdot^2 \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right]$$

и используя соотношение (4.1), найдем отношение $\frac{M_{H \max}}{r|f(\beta)|_{\max}}$ и обозначим это отношение через P :

$$P = \frac{nmkhq \alpha^2 \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right]}{r \cdot \left(\sin \arccos \frac{\sqrt{p^2 + 8} - p}{4} + \frac{1}{2p} \sin \left(2 \arccos \frac{\sqrt{p^2 + 8} - p}{4} \right) \right)}$$

Достаточное условие движения ползуна запишется так

$$\left(|P_1| \vee |P_2| \right) < P, \quad (4.44)$$

Т.е. для движения ползуна, а следовательно, и для совершения работы достаточно, чтобы хотя бы одно из значений P_1, P_2 по модулю было меньше значения P . Другими словами, если выполняется условие (4.44), то полностью затормозить движение ползуна невозможно и поэтому машина сохраняет свою способность выполнять требуемую технологическую операцию.

В случае односторонней силы сопротивления условие (4.44), как нетрудно видеть, выполняется автоматически.

Подчеркнем, что условие (4.44) является лишь достаточным, но не необходимым. Так при определенных условиях возможно движение ползуна и если $\left(|P_1| \wedge |P_2| \right) > P$.

4.4 Исследование нагрузок в инерционной передаче с кривошипно-ползунным механизмом

В оценке работоспособности инерционной передачи важное место занимает определение реакций в кинематических парах. Лишь только после определения реакций можно судить о работоспособности исследуемой конструкции.

Нагрузки в инерционной передаче определяются действием нормальных и тангенциальных составляющих сил инерции, пропорциональных квадратам угло-

вых скоростей и ускорений звеньев. Проведем оценку угловых ускорений $\ddot{\alpha}$ и $\ddot{\beta}$ для рассматриваемой инерционной передачи с рычажным механизмом (рис. 2.15).

Систему дифференциальных уравнений (2.17) при отсутствии упругого элемента, описывающих движение инерционной передачи, запишем в виде

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} = M_D - A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\beta}^2; \\ A_2 \ddot{\alpha} + (A_3 + A_7) \ddot{\beta} = -P_C r \delta - A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\alpha}^2 - A_8 \dot{\beta}^2. \end{cases} \quad (4.45)$$

Определитель системы (4.45) имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_2 & A_3 + A_7 \end{vmatrix} = A_1(A_3 + A_7) - A_2^2.$$

По формулам Крамера получим выражение для старших производных

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} = \frac{A_3 + A_7}{\Delta} \left[M_D - A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\beta}^2 \right] + \frac{A_2}{\Delta} \left[P_C r \delta + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 + A_8 \dot{\beta}^2 \right]; \\ \ddot{\beta} = \frac{A_1}{\Delta} \left[A_6 \dot{\alpha}^2 - P_C r \delta - A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_8 \dot{\beta}^2 \right] - \frac{A_2}{\Delta} \left[M_D - A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\beta}^2 \right]. \end{cases} \quad (4.46)$$

Оценим верхнюю границу ускорения $\ddot{\alpha}$ с помощью первого уравнения системы (4.16) и с учетом неравенства $\dot{\beta} \leq \dot{\alpha}$

$$\begin{aligned} \left| \ddot{\alpha} \right| &\leq \frac{|A_3 + A_7|}{|\Delta|} \left[|M_D| + |A_4| (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + |A_6| \dot{\beta}^2 \right] + \frac{|A_2|}{|\Delta|} \left[|P_C r \delta| + |A_5| (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + |A_6| \dot{\alpha}^2 + |A_8| \dot{\beta}^2 \right] \leq \\ &\leq \frac{|A_3 + A_7|}{|\Delta|} \left[|M_D| + (|A_4| + |A_6|) \dot{\alpha}^2 \right] + \frac{|A_2|}{|\Delta|} \left[|P_C r \delta| + (|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2 \right]. \end{aligned}$$

Коэффициенты A_1, A_3 имеют в своей структуре моменты инерции J_1, J_2 и поэтому в большинстве случаев выполняются соотношения $A_1 \gg A_3 \gg A_2$. Тогда слагаемым A_2^2 в определителе Δ можно пренебречь, имеем

$$\left| \ddot{\alpha} \right| \leq \frac{1}{|A_1|} \left[|M_D| + (|A_4| + |A_6|) \dot{\alpha}^2 \right] + \frac{|A_2|}{|A_1| |A_3 + A_7|} \left[|P_C r \delta| + (|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2 \right]. \quad (4.47)$$

Из соотношения (4.1) получим $|P_C r \delta| = |M_C|$, поэтому модуль $|P_C r \delta|$ можно примерно оценить по максимальному моменту на заторможенном ведомом валу импульсного механизма $M_{И\max}$.

Практика конструирования опытных образцов инерционных передач без механизмов свободного хода, но с рычажным механизмом на выходе показывает, что слагаемые $(|A_4| + |A_6|) \dot{\alpha}^2$, $|P_C r \delta|$, $(|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2$ имеют примерно один и тот же порядок и их значения значительно превышают момент двигателя M_D . Например, для передачи с параметрами

$$J_1 = 2,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nJ_3 = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nm = 21,6 \text{ кг}; k = 0,09 \text{ м}; \\ a = 0,06 \text{ м}; b = 0,03 \text{ м}; h = 0,01 \text{ м}; q = 1,33; r = 0,04 \text{ м}; p = 6; m_1 = m_2 = 5 \text{ кг}; \\ m_n = 10 \text{ кг}; M_D = 25 \text{ Н} \cdot \text{м}; \dot{\alpha} = 300 \text{ с}^{-1}$$

имеем

$$(|A_4| + |A_6|) \dot{\alpha}^2 \leq 3175 \text{ Нм}; |P_C r \delta| \leq M_{И\max} = 1360 \text{ Нм}; (|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2 \leq 1620 \text{ Нм}.$$

Согласно структуре коэффициентов, выражение $\frac{|A_2|}{|A_3 + A_7|} \ll 1$, поэтому

максимальное значение ускорения $\ddot{\alpha}$ в инженерных расчетах вполне можно оценить неравенством

$$|\ddot{\alpha}| \leq \frac{|A_4| + |A_6|}{|A_1|} \dot{\alpha}^2. \quad (4.48)$$

В подавляющем большинстве случаев

$$\max \left\{ \frac{|A_4|}{|A_1|}, \frac{|A_6|}{|A_1|} \right\} \leq 0,04 \Rightarrow |\ddot{\alpha}| \leq 0,08 \dot{\alpha}^2. \quad (4.49)$$

Неравенство (4.48) не включает в себя параметры кривошипно-ползунного механизма, что, тем не менее, не противоречит физической стороне рассматриваемых процессов. Действительно, коэффициенты A_3, A_7, A_8 , имеющие в своей структуре параметры кривошипно-ползунного механизма, содержат также

сомножитель r^2 . Так как в большинстве случаев $p \geq 5$, а длина шатуна определяется выражением $l = rp$, то с целью снижения габаритов обычно принимают $r \leq 0,1\text{м}$. Например, в лобиковом станке АЖС-5 $r = 0,02\text{ м}$. Тогда квадрат радиуса кривошипа r^2 не превышает величины $0,01\text{м}^2$. Поэтому даже при значительных массах m_1, m_2, m_n влияние параметров кривошипно-ползунного механизма на неравномерность вращения ведущего вала оказывается незначительным.

Аналогично оценим верхнюю границу углового ускорения ведомого вала импульсного механизма $\ddot{\beta}$

$$\begin{aligned} \left| \ddot{\beta} \right| &\leq \frac{|A_1|}{|\Delta|} \left[|P_C r \delta| + |A_5| (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + |A_6| \dot{\alpha}^2 + |A_8| \dot{\beta}^2 \right] + \frac{|A_2|}{|\Delta|} \left[|M_D| + |A_4| (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + |A_6| \dot{\beta}^2 \right] \leq \\ &\leq \frac{|A_1|}{|\Delta|} \left[|P_C r \delta| + (|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2 \right] + \frac{|A_2|}{|\Delta|} \left[|M_D| + (|A_4| + |A_6|) \dot{\alpha}^2 \right] \approx \\ &\approx \frac{1}{|A_3 + A_7|} \left[|P_C r \delta| + (|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2 \right] + \frac{|A_2|}{|A_1| |A_3 + A_7|} \left[|M_D| + (|A_4| + |A_6|) \dot{\alpha}^2 \right]. \end{aligned}$$

Выражение $\left| \frac{A_2}{A_1} \right| \leq 1$, тогда, учитывая вышеприведенные рассуждения, по-

лучим

$$\left| \ddot{\beta} \right| \leq \frac{1}{|A_3 + A_7|} \left[|P_C r \delta| + (|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2 \right]. \quad (4.50)$$

Сравним выражения (4.48) и (4.50). Из физических соображений выполняются условия

$$\begin{aligned} |A_1| &\gg |A_3 + A_7|; \\ |P_C r \delta| + (|A_5| + |A_6| + |A_8|) \dot{\alpha}^2 &\approx (|A_4| + |A_6|) \dot{\alpha}^2, \end{aligned}$$

Поэтому верхняя граница ускорения $\ddot{\beta}$ значительно выше верхней границы ускорения $\ddot{\alpha}$. Расчеты различных вариантов рассматриваемой схемы инерционных передач показывают, что угловое ускорение $\ddot{\beta}$ не превышает величины $0,6 \dot{\alpha}^2$.

Отметим, что полученные оценки являются завышенными. Действительные значения $\ddot{\alpha}$ и $\ddot{\beta}$ обычно в несколько раз ниже полученных границ. Так, например, для построенных в параграфах 4.1 и 4.2 периодических решений максимальные значения угловых ускорений соответственно определяются соотношениями $\max |\ddot{\beta}| = 0,31 \dot{\alpha}^2$ и $\max |\ddot{\beta}| = 0,028 \dot{\alpha}^2$.

Рассмотрим инерционную передачу с рычажным механизмом, импульсный механизм которого выполнен по схеме Левина, а рычажный механизм является центральным кривошипно-ползунным механизмом. Схема инерционных сил и реакций связей грузового звена импульсного механизма Левина приведена на рис.4.11.

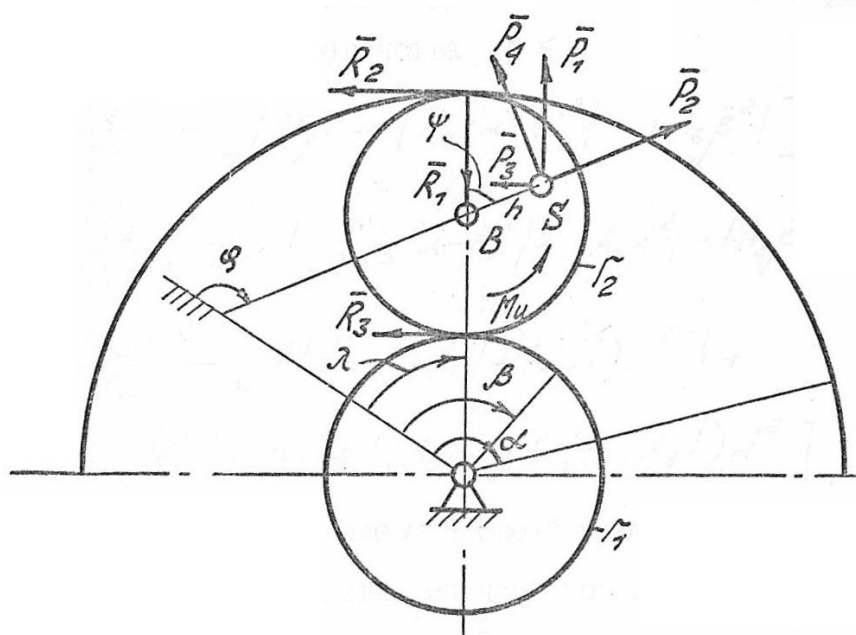


Рис. 4.11. Схема инерционных сил и реакций связей грузового звена импульсного механизма Левина

Формулы для реакции R_1, R_2, R_3 даны в работе [42]. На основании оценки (4.19) слагаемыми, содержащими угловое ускорение $\ddot{\alpha}$, можно пренебречь. Тогда отмеченные формулы примут вид

$$\begin{aligned}
R_1 &= m \left\{ \left(a \dot{\alpha} + b \dot{\beta} \right)^2 + h \left[\left(\frac{a}{k} + q \right) \dot{\alpha} + \left(\frac{b}{k} - q \right) \dot{\beta} \right]^2 \cos \psi + h \left(\frac{b}{k} - q \right) \ddot{\beta} \sin \psi \right\}; \\
R_2 &= \frac{m}{2} \left\{ h \left[\left(\frac{a}{k} + q \right) \dot{\alpha} + \left(\frac{b}{k} - q \right) \dot{\beta} \right]^2 \sin \psi - \frac{h}{r_2} \left(a \dot{\alpha} + b \dot{\beta} \right)^2 \sin \psi - \right. \\
&\quad \left. - \left(1 + \frac{h}{r_2} \cos \psi \right) b \ddot{\beta} - \left(\frac{J_3}{mr_2} + h \cos \psi \right) \left(\frac{b}{k} - q \right) \ddot{\beta} \right\}; \\
R_3 &= \frac{m}{2} \left\{ \frac{h}{r_2} \left(a \dot{\alpha} + b \dot{\beta} \right)^2 \sin \psi + h \left[\left(\frac{a}{k} + q \right) \dot{\alpha} + \left(\frac{b}{k} - q \right) \dot{\beta} \right]^2 \sin \psi - \right. \\
&\quad \left. - \left(1 - \frac{h}{r_2} \cos \psi \right) b \ddot{\beta} + \left(\frac{J_3}{mr_2} - h \cos \psi \right) \left(\frac{b}{k} - q \right) \ddot{\beta} \right\},
\end{aligned}$$

где m , r_2 , J_3 — соответственно масса, радиус и момент инерции грузового звена относительно геометрического центра.

Наиболее нагруженное соединение импульсного механизма — ведущий маховик — сателлит, определяется реакцией R_1 . График зависимости реакции R_1 от угла поворота ψ для инерционной передачи с параметрами

$$\begin{aligned}
J_1 &= 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nJ_3 = 0,021 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nm = 8 \text{ кг}; k = 0,06 \text{ м}; a = 0,04 \text{ м}; \\
b &= 0,02 \text{ м}; h = 0,06 \text{ м}; q = 1,33; r = 0,1 \text{ м}; p = 5; m_1 = 2 \text{ кг}; m_2 = 1,5 \text{ кг}; m_n = 1,5 \text{ кг}; \\
\beta_{01} &= \frac{\pi}{4}; \dot{\beta}_{01} = 0; \psi_{01} = \frac{\pi}{3}; \dot{\psi}_{01} = 200 \text{ с}^{-1}; M_{01} = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_H = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}; \omega_x = 157 \text{ с}^{-1}; \\
\omega_H &= 150 \text{ с}^{-1}; T_d = 0,038 \text{ с}; \nu^* = 0,0024 \frac{\text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}; P_1 = 10 \text{ Н}; n = 4
\end{aligned}$$

представлен на рис. 4.12. При построении графика значения переменных $\dot{\beta}$, $\ddot{\beta}$, ψ , $\dot{\alpha}$ определялись по результатам параграфа 4.2 этой главы. Рассматривался первый участок ($P_C = P_1$), характеризующийся наибольшими нагрузками в соединениях передачи.

Схема инерционных сил и реакций связей солнечной шестерни импульсного механизма и кривошипа центрального кривошипно-ползунного механизма показана на рис. 4.13. Точка S_1 определяет положение центра тяжести системы солнечная шестерня- кривошип. Величина h_1 соответствует расстоянию между

геометрическим центром т.О и центром тяжести т. А. Пунктирными стрелками показаны реакции от других грузовых звеньев. Модули сил инерции \bar{P}_1^r, \bar{P}_1^m и момента инерции \bar{M}_{H1} находятся по выражениям

$$P_1^r = m_c h_1 \left| \ddot{\beta} \right|; P_1^m = m_c h_1 \dot{\beta}^2; M_{H1} = J_{S_1} \left| \ddot{\beta} \right|,$$

где m_c — масса системы «солнечная шестерня — кривошип»;

J_{S_1} — момент инерции системы относительно оси, проходящей через центр тяжести S_1 .

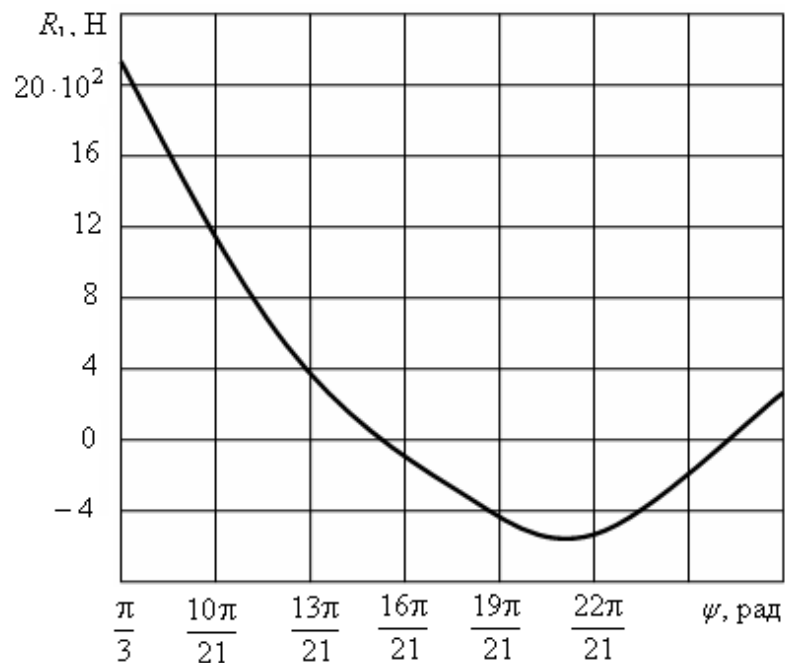


Рис. 4.12. График зависимости реакции R_1 от угла поворота ψ грузового звена

Используя уравнение равновесия системы сил, найдем нормальные и тангенциальные составляющие реакций

$$R_{12}^r = (r_1 n R_3 - m_c h_1^2 \ddot{\beta} - J_{S_1} \ddot{\beta}) / r;$$

$$R_{01}^r = \left[r_1 n R_3 + (m_c h_1 r - m_c h_1^2 - J_{S_1}) \ddot{\beta} \right] / r;$$

$$R_{01}^n = m_c h_1 \dot{\beta}^2 + R_{12}^n,$$

где r_1 — радиус солнечного колеса.

Уравновешенная система имеет $h_1 = 0$, тогда выражения для определения реакций примут вид

$$R_{12}^r = R_{01}^r = \left(r_1 n R_3 - J_{S_1} \ddot{\beta} \right) / r; \quad R_{01}^n = R_{12}^n.$$

Нормальная составляющая R_{12}^n найдется из условий равновесия системы сил, приложенных к шатуну центрального кривошипно-шатунного механизма.

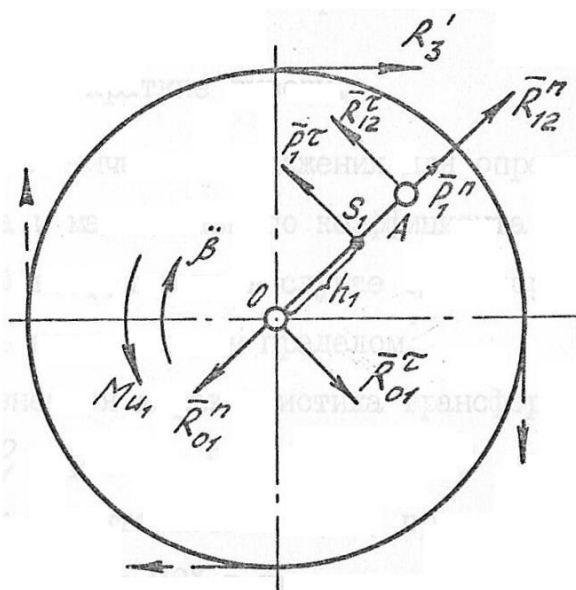


Рис. 4.13. Схема инерционных сил и реакций связей системы: центральная шестерня - кривошип

Нагрузки, действующие на звенья кривошипно-ползунного механизма, подробно исследованы в целом ряде книг [181-183] и поэтому в данной диссертации не рассматриваются.

Циклический принцип действия с использованием рычажного механизма лежит в основе цепной передачи [184].

5 ВНЕШНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ. МЕТОДИКА РАСЧЕТА

5.1. Исследование вращающего момента на заторможенном валу импульсного механизма

Одной из основных характеристик импульсного механизма, позволяющей оценить возможность его применения в приводе той или иной машины, является среднее значение вращающего момента от инерционных сил грузовых звеньев на

заторможенном промежуточном валу, действующего в течение положительной части цикла. Найдем аналитическое выражение для среднего значения этого момента [185].

Большинство известных схем импульсных механизмов описывается обобщенной схемой, показанной на рис.2.8.

Для этой схемы система дифференциальных уравнений движения, полученная с помощью уравнений Лагранжа, имеет вид:

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\alpha} + A_2 \ddot{\beta} + A_4 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 + A_6 \dot{\beta}^2 = M_D, \\ A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \ddot{\beta} + A_5 (\dot{\alpha} - \dot{\beta})^2 - A_6 \dot{\alpha}^2 = -M_C. \end{cases} \quad (5.1)$$

Во втором уравнении системы (5.1) положим $\dot{\alpha} \equiv const$. Рассматривая теперь наиболее нагруженный режим работы импульсного механизма — режим заторможенного промежуточного вала ($\beta = \dot{\beta} = \ddot{\beta} = 0$), получаем

$$(A_5 - A_6) \dot{\alpha}^2 = -M_{II}, \quad (5.2)$$

где

$$A_5 = nJ_3 \left(\frac{b}{k} - \psi' \right) \psi'' + nmbh \left(\psi'' \cos \psi + \left(\frac{b}{k} - \psi' \right) \psi' \sin \psi \right);$$

$$A_6 = nmkh \psi' \sin \psi; \quad \psi' = \frac{d\psi(\alpha)}{d\alpha}; \quad \psi'' = \frac{d^2\psi(\alpha)}{d\alpha^2}.$$

Пусть $\psi' \neq 0$. Тогда обе части уравнения (5.2) можно разделить на переменную ψ' :

$$\begin{aligned} nJ_3 \frac{b}{k} \dot{\alpha}^2 \frac{\psi''}{\psi'} - nJ_3 \dot{\alpha}^2 \psi'' + nmbh \dot{\alpha}^2 \left(\frac{\psi''}{\psi'} \cos \psi - \psi' \sin \psi \right) + \\ + nmh \left(\frac{b^2}{k} - k \right) \dot{\alpha}^2 \sin \psi = -\frac{M_{II}}{\psi'}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Проведем почленное интегрирование уравнения (5.3):

$$\int_{\psi_{11}}^{\psi_{21}} nJ_3 \frac{b}{k} \dot{\alpha}^2 \frac{\psi''}{\psi'} d\psi = nJ_3 \frac{b}{k} \dot{\alpha}^2 \int_{\psi'_{11}}^{\psi'_{21}} d\psi' = nJ_3 \frac{b}{k} \dot{\alpha}^2 (\psi'_{21} - \psi'_{11});$$

$$\int_{\psi_{11}}^{\psi_{21}} nJ_3 \dot{\alpha}^2 \psi'' d\psi = nJ_3 \dot{\alpha}^2 \int_{\psi'_{11}}^{\psi'_{21}} \psi' d\psi' = \frac{1}{2} nJ_3 \dot{\alpha}^2 (\psi'^2_{21} - \psi'^2_{11});$$

$$\int_{\psi_{11}}^{\psi_{21}} nmh \left(\frac{b^2}{k} - k \right) \dot{\alpha}^2 \sin \psi d\psi = -nmh \left(\frac{b^2}{k} - k \right) \dot{\alpha}^2 (\cos \psi_{21} - \cos \psi_{11});$$

$$\int_{\psi_{11}}^{\psi_{21}} \frac{M_H}{\psi'} d\psi = \int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{21}} M_H d\alpha,$$

где $\psi'_{i1}, \psi'_{i2}, \alpha_{i1}$ ($i=1, 2$) — пределы интегрирования.

Используя теорему о среднем значении интеграла в предположении непрерывности функции M_H , находим

$$\int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{21}} M_H d\alpha = M_{cp} (\alpha_{21} - \alpha_{11}).$$

Здесь M_{cp} — среднее значение момента от инерционных сил грузовых звеньев, действующего на заторможенный промежуточный вал на отрезке $[\alpha_{11}, \alpha_{21}]$.

Третье слагаемое уравнения (5.3) представляет собой производную по углу ψ от выражения $L = nmbh \dot{\alpha}^2 \psi' \cos \psi$, поэтому

$$\int_{\psi_{11}}^{\psi_{21}} nmbh \dot{\alpha}^2 \left(\frac{\psi''}{\psi'} \cos \psi - \psi' \sin \psi \right) d\psi = nmbh \dot{\alpha}^2 (\psi'_{21} \cos \psi_{21} - \psi'_{11} \cos \psi_{11}).$$

По результатам почленного интегрирования уравнения (4.3) найдем аналитическое выражение для среднего значения момента, действующего на заторможенный ведомый вал импульсного механизма в течение положительной части цикла:

$$M_{cp_n} = \frac{n \dot{\alpha}^2}{\alpha_2 - \alpha_1} \left(mh \left(\left(\frac{b^2}{k} - k \right) (\cos \psi_2 - \cos \psi_1) - b (\psi'_2 \cos \psi_2 - \psi'_1 \cos \psi_1) \right) + J_3 (\psi'_2 - \psi'_1) \left(\frac{\psi'_2 + \psi'_1}{2} - \frac{b}{k} \right) \right), \quad (5.4)$$

в котором $\alpha_1, \psi_1, \psi_1'; \alpha_2, \psi_2, \psi_2'$ — значения переменных α, ψ, ψ' в начале и конце действия положительного импульса.

Нетрудно показать, что зависимость (5.4) включает в себя известное выражение Mcp_n для импульсных механизмов гармонического семейства ($\psi' = q \equiv const$) [41]. Действительно, для этих механизмов $\psi_1 = 0, \psi_2 = \pi$. Тогда из соотношения $\psi = q\alpha$ находим: $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi/q$. Подставляя полученные значения в выражение (5.4), найдем:

$$Mcp_n = \frac{2}{\pi} nmkhq \alpha^2 \left(1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right).$$

Уже на первом этапе анализа выражения (5.4) можно сделать некоторые выводы. Так, полагая $h = 0$, получаем:

$$Mcp_n = \frac{n}{\alpha_2 - \alpha_1} J_3(\psi_2' - \psi_1') \left(\frac{\psi_2' + \psi_1'}{2} - \frac{b}{k} \right). \quad (5.5)$$

Для импульсных механизмов негармонического семейства в общем случае $\psi_2' - \psi_1' \neq 0; \psi_2' + \psi_1' \neq \frac{2b}{k}$. Следовательно, такие механизмы и при уравновешенных грузовых звеньях осуществляют трансформацию вращающего момента в конструкциях инерционных передач. Это обстоятельство находит физическое объяснение. При равномерном вращении ведущего маховика и заторможенном ведомом валу импульсного механизма грузовые звенья импульсного механизма негармонического семейства совершают неравномерное вращение в относительном движении. Вследствие неравномерности вращения грузовых звеньев возникают тангенциальные силы инерции, которые и создают знакопеременный момент на ведомом валу импульсного механизма. Таким образом, способность импульсных механизмов негармонического семейства с уравновешенными грузовыми звеньями осуществлять трансформацию момента обусловлена действием танген-

циальных сил инерции. Среднее значение момента за положительную часть цикла при этом определится по выражению (5.5).

Проведем, например, расчет среднего значения момента, действующего на заторможенный ведомый вал непараллелограммного импульсного механизма в течение положительной части цикла. Схема непараллелограммного импульсного механизма приведена на рис. 5.1. Здесь 1 — ведущее звено, 2 — ведомый вал, 3 — грузовое звено.

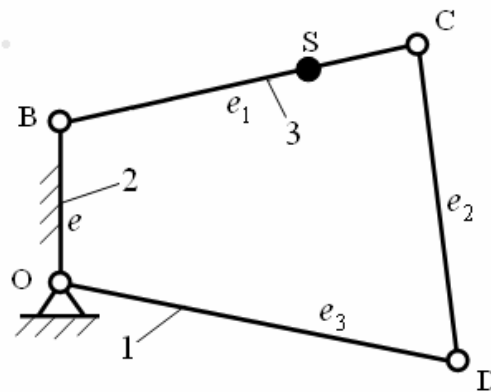


Рис. 5.1. Схема непараллелограммного импульсного механизма

Для рассматриваемого импульсного механизма угол поворота ψ и производная ψ' определяются по выражениям [186]:

$$\psi = \pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{e_3 \sin \alpha}{k - e_3 \cos \alpha} - \arccos \frac{e_1^2 + e_4^2 - e_2^2}{2e_1 e_4} \right);$$

$$\psi' = \frac{e_3}{e_4} \left(e_3 - k \cos \alpha + \frac{k(e_4^2 - e_1^2 + e_2^2) \sin \alpha}{\sqrt{4e_1^2 e_2^2 - (e_1^2 - e_4^2 + e_2^2)^2}} \right),$$

где $e_1 = BC$, $e_2 = CD$, $e_3 = OD$, $e_4^2 = k^2 + e_3^2 - 2ke_3 \cos \alpha$.

Производную ψ'' найдем, продифференцировав функцию ψ' по углу поворота α

$$\psi'' = \frac{ke_3}{e_4} \left((e_4^2 - 2e_3^2) \sin \alpha + ke_3 \sin 2\alpha \right) + \frac{ke_3 \cos \alpha}{\sqrt{4e_1^2 e_2^2 - (2e_1^2 - e_4^2)^2}} - \frac{2(2e_1^2 - e_4^2)k^2 e_3^2 \sin^2 \alpha}{\sqrt{(4e_1^2 e_2^2 - (2e_1^2 - e_4^2)^2)^3}}.$$

На рис.5.2 показаны графики зависимостей ψ , ψ' , ψ'' от угла поворота ведущего звена α для непараллелограммного импульсного механизма, имеющего следующие параметры:

$$\begin{cases} k = 0,05 \text{ м}; e_1 = 0,125 \text{ м}; e_2 = 0,125 \text{ м}; e_3 = 0,17 \text{ м}; \\ nJ_3 = 0,22 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nm = 16,8 \text{ кг}; h = 0; \dot{\alpha} = 300 \text{ с}^{-1}. \end{cases} \quad (5.6)$$

Результаты расчета момента M_H для этого механизма по выражению (5.2) приведены на рис.5.3. Как видно из рис.5.3, положительная часть цикла складывается из двух импульсов. Среднее значение момента за положительную часть цикла $M_{ср_n}$, подсчитанное по формуле (5.5), составляет 1411 Нм.

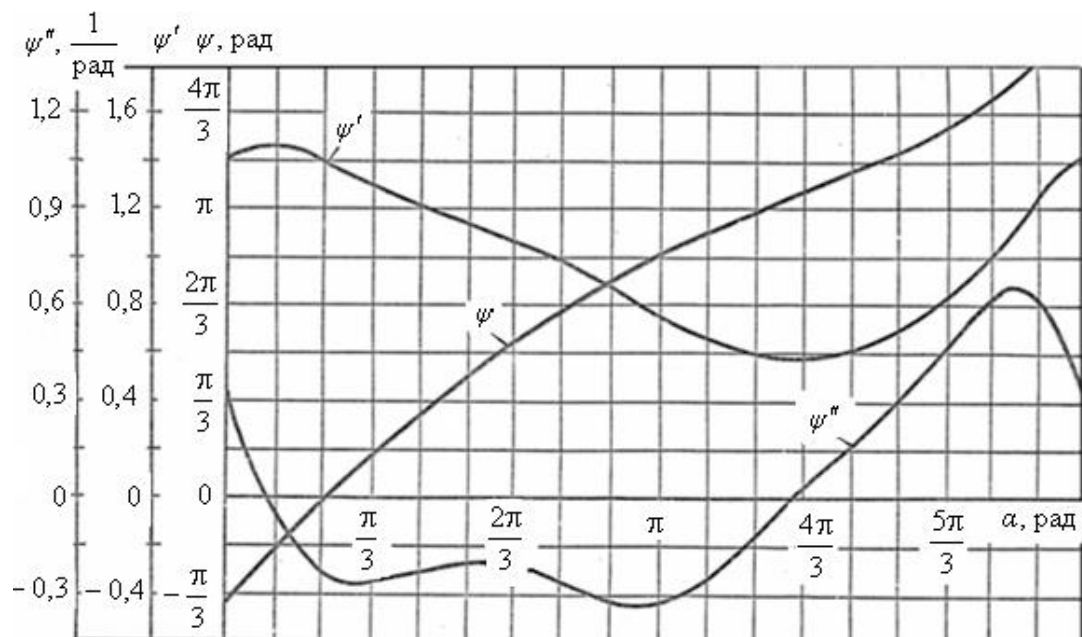


Рис.5.2 Графики зависимостей ψ , ψ' , ψ'' от угла поворота α

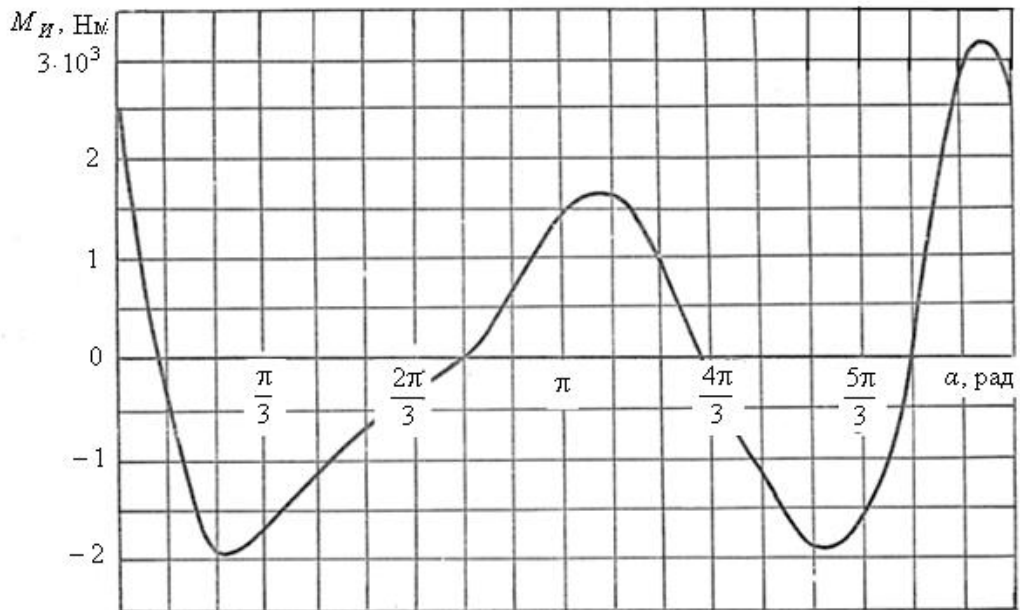


Рис.5.3 График зависимости момента, действующего на заторможенный промежуточный вал, от угла поворота α

Для сравнения проведем расчет среднего момента M_{cp_n} для непараллелограммного импульсного механизма, имеющего те же самые параметры (2.6), за исключением лишь того, что грузовые звенья выполнены неуравновешенными ($h = 0,08$ м).

Выражение (5.2) представим в виде суммы $M_H = M_{H1} + M_{H2}$,

где $M_{H1} = nJ_3 \dot{\alpha}^2 \left(\psi' - \frac{b}{k} \right) \psi''$; $M_{H2} = nmkh \dot{\alpha}^2 \left(\psi'^2 \sin \psi - \psi'' \cos \psi \right)$.

Графики M_{H1} , M_{H2} , M_H представлены на рис.5.4. Среднее значение момента, подсчитанное по формуле (5.4), составляет 3766 Нм.

Анализ полученных результатов показывает, что тангенциальные силы инерции оказывают меньшее влияние на среднюю величину вращающего момента M_H по сравнению с действием центробежных сил инерции. Увеличение среднего момента M_{cp_n} за счет тангенциальных сил инерции нецелесообразно. Действительно, как следует из выражения (4.5), момент M_{cp_n} можно повысить, увеличив разность $\psi'_2 - \psi'_1$, т.е. увеличив неравномерность вращения грузовых звеньев, но

повышение неравномерности вращения грузовых звеньев отрицательно сказывается на нагрузках, действующих на импульсный механизм, и приводит к неравномерности вращения ведущего маховика [43].

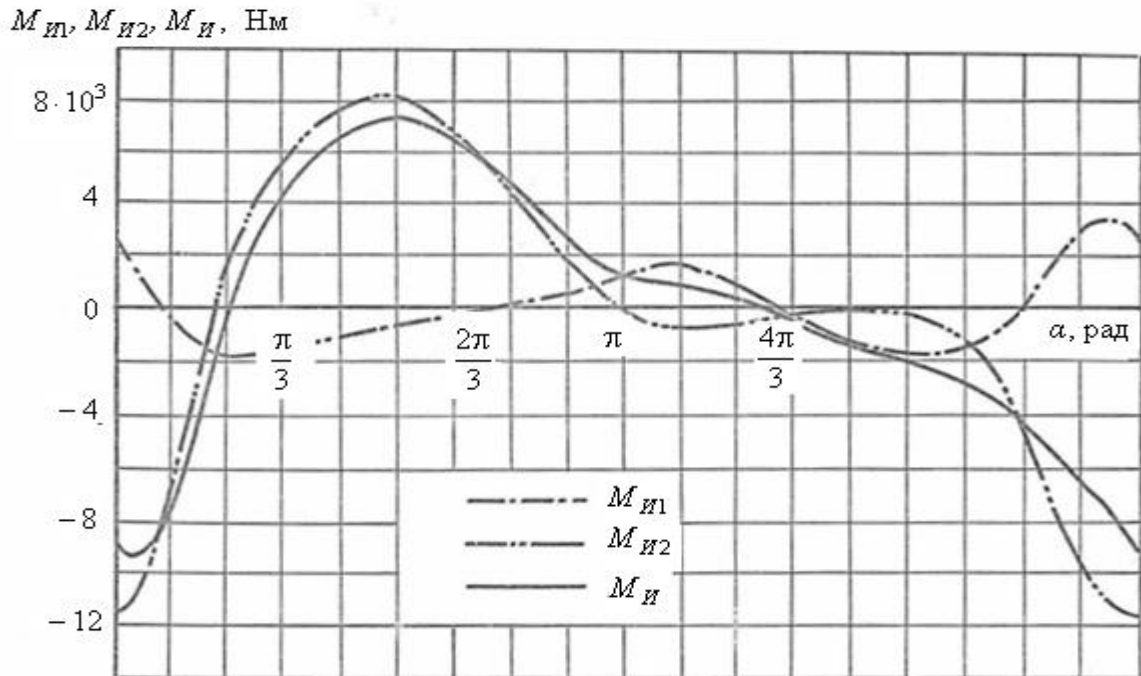


Рис.5.4. Графики зависимостей моментов $M_{И1}$, $M_{И2}$, $M_{И}$ от угла поворота α

Увеличение момента $M_{ср_n}$ на основе тангенциальных сил инерции может быть достигнуто и за счет повышения момента инерции грузовых звеньев J_3 , что также, как это будет показано в следующем параграфе, приводит к возрастанию неравномерности вращения ведущего маховика, а, следовательно, и к неравномерности вращения двигателя.

5.2 Неравномерность вращения ведущего вала инерционной передачи в стоповом режиме

Рассмотрим установившийся режим заторможенного промежуточного вала, позволяющий наиболее четко проследить особенности импульсных механизмов.

На этом режиме кинетическая энергия импульсного механизма является постоянной величиной [42]

$$\frac{1}{2} A_1 \dot{\alpha}^2 \equiv const, (5.7)$$

где $A_1 = J_1 + nma^2 + \left(\frac{a}{k} + \psi'\right)^2 nJ_3 + 2nma h \left(\frac{a}{k} + \psi'\right) \cos \psi$.

Изменение коэффициента A_1 влечет за собой изменение скорости $\dot{\alpha}$. Влияние члена, содержащего $\cos \psi$, может быть устранено выбором импульсных механизмов, у которых $a = 0$. Для этих механизмов имеем

$$A_1 = J_1 + nJ_3 \psi'^2. (5.8)$$

Для оценки влияния момента инерции J_3 на неравномерность вращения ρ ведущего маховика воспользуемся формулами [187]

$$\rho = \frac{\dot{\alpha}_{\max} - \dot{\alpha}_{\min}}{\dot{\alpha}_{cp}}; \quad \dot{\alpha}_{cp} = \frac{\dot{\alpha}_{\max} + \dot{\alpha}_{\min}}{2}.$$

Проведя небольшие преобразования, получим

$$\rho = \frac{2(\dot{\alpha}_{\max}^2 - \dot{\alpha}_{\min}^2)}{(\dot{\alpha}_{\max} + \dot{\alpha}_{\min})^2}.$$

С учетом (5.7), запишем

$$\rho = \frac{2(A_{1\max} - A_{1\min})}{(\sqrt{A_{1\max}} + \sqrt{A_{1\min}})^2}, (5.9)$$

где $A_{1\max}$, $A_{1\min}$ — максимальное и минимальное значения коэффициента A_1 за цикл.

Используя (5.8), выражение (5.9) перепишем в виде

$$\rho = \frac{2nJ_3(\psi'_{\max}^2 - \psi'_{\min}^2)}{(\sqrt{J_1 + nJ_3\psi'_{\max}^2} + \sqrt{J_1 + nJ_3\psi'_{\min}^2})^2}. (5.10)$$

Дифференцируя зависимость (5.10) по переменной J_3 , получим первую производную $\frac{d\rho}{dJ_3}$, а из условия $\frac{d\rho}{dJ_3} = 0$ найдем точки локальных экстремумов на интервале $(0, +\infty)$. В точке $J_3 = 0$ импульсный механизм вырождается. Тогда, опуская промежуточные выкладки, запишем

$$\sqrt{(J_1 + nJ_3\psi_{\max}'^2)(J_1 + nJ_3\psi_{\min}'^2)} + J_1 + \frac{nJ_3}{2}(\psi_{\max}'^2 + \psi_{\min}'^2) = 0. \quad (5.11)$$

Перенесем квадратный корень в выражении (5.11) в правую часть и возведем обе части полученного выражения в квадрат. После преобразований получим

$$\frac{n^2 J_3^2}{4}(\psi_{\max}'^2 - \psi_{\min}'^2) = 0. \quad (5.12)$$

Нас интересует действие тангенциальных сил, поэтому $\psi' \neq const$. Учитывая, что функция $\rho(J_3)$ дифференцируема на всем интервале $(0, +\infty)$, из выражения (5.12) заключаем, что на множестве $\{J_3 : J_3 \in (0, +\infty)\}$ точек локальных экстремумов нет и функция $\rho(J_3)$ монотонна. Нетрудно дополнительно установить, что функция $\rho(J_3)$ монотонно возрастает и является ограниченной на интервале $(0, +\infty)$, так как

$$\lim_{J_3 \rightarrow 0_+} \rho = \lim_{J_3 \rightarrow 0_+} \frac{2nJ_3(\psi_{\max}'^2 - \psi_{\min}'^2)}{(\sqrt{J_1 + nJ_3\psi_{\max}'^2} + \sqrt{J_1 + nJ_3\psi_{\min}'^2})^2} = 0;$$

$$\lim_{J_3 \rightarrow +\infty} \rho = \frac{2n(\psi_{\max}'^2 - \psi_{\min}'^2)}{(\sqrt{n\psi_{\max}'^2} + \sqrt{n\psi_{\min}'^2})^2} = \rho_{пред} \in R^+.$$

На рис.5.5 приведен график зависимости неравномерности вращения ρ от момента инерции J_3 для непараллелограммного импульсного механизма ($a = 0$), имеющего геометрические параметры (5.6) и дополнительно: $n = 4$; $J_1 = 1,5 \text{ кгм}^2$. Для этого механизма $0,59 \leq \psi' \leq 1,46$.

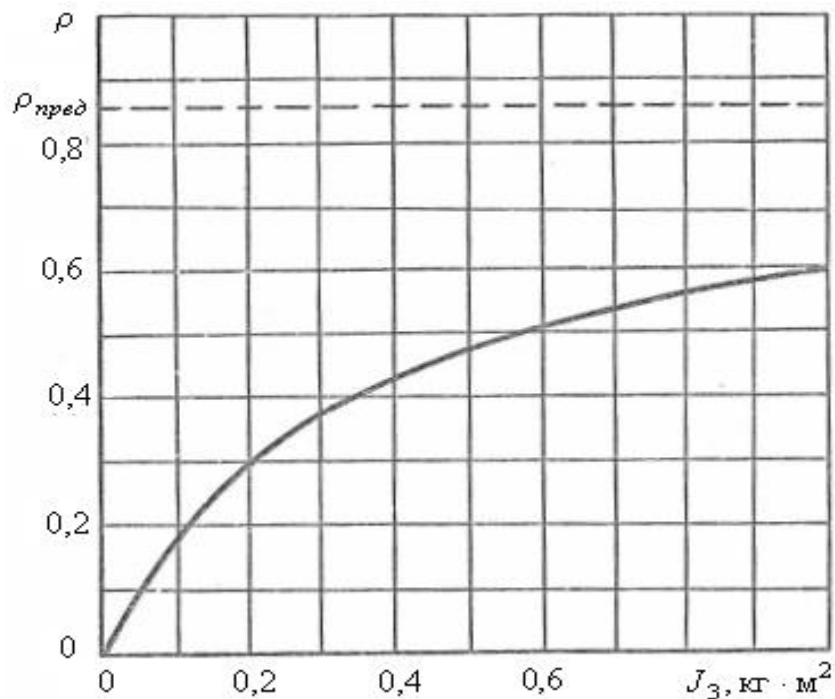


Рис.5.5. График зависимости неравномерности вращения ρ от момента инерции J_3

Интересным является тот факт, что неравномерность вращения является ограниченной и не превышает предельного значения $\rho_{пред}$.

Из графика видно, что наиболее быстро неравномерность вращения возрастает в диапазоне реальных значений момента инерции J_3 (до $0,1 - 0,15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$).

Из приведенных рассуждений следует, что с увеличением момента инерции J_3 возрастает неравномерность вращения ведущего маховика. Таким образом, увеличение среднего момента $M_{ср_n}$ за счет тангенциальных сил инерции представляется нецелесообразным. Поэтому в выборе импульсного механизма остановимся на импульсных механизмах, характеризующихся постоянной функцией $\psi' = q \equiv const$.

5.3 Внешняя характеристика инерционной бесступенчатой передачи

с одним выходным механизмом свободного хода

Одной из наиболее перспективных схем инерционных передач с точки зрения повышенной надежности является схема, содержащая лишь один выходной механизм свободного хода [130, 188], так как она не содержит тяжело нагруженного корпусного механизма свободного хода и является схемой общего назначения. В качестве выходного механизма свободного хода может служить описанный ранее механизм релейного типа. Вопрос о применимости такой схемы в осуществлении конкретного технологического процесса может быть решен с помощью построения внешней характеристики [189].

Внешняя характеристика инерционной бесступенчатой передачи с одним выходным механизмом свободного хода может быть получена на основе изучения устойчивых периодических режимов. Задача построения таких режимов для рассматриваемой схемы чрезвычайно сложна, так как передача имеет ступенчатую структуру, и цикл ее работы определяется совокупностью участков. Поэтому, используя известные методы анализа, в частности, метод припасовывания, необходимо отслеживать переходы от участка к участку. Наличие упругих элементов не позволяет заранее определиться со значениями углов поворота грузовых звеньев ψ , соответствующих границам участков. Кроме того, задача осложняется тем, что изначально тип искомого периодического решения не известен.

Для преодоления существующих трудностей неоценимую помощь оказывают разработанные автором методы аппроксимации кусочно-линейных и обобщенных функций, рассмотренные в параграфах 2.2, 2.3, 2.4 и 3.7 данной диссертации. Эти методы позволяют не заботиться об отслеживании отмеченных переходов и типах периодических решений. Построение внешней характеристики инерционной передачи с помощью предложенных методов аппроксимации наглядно демонстрирует явные преимущества новых методов по сравнению с традиционными методами исследований.

Построим, например, внешнюю характеристику инерционной передачи с параметрами:

$$J_1 = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nJ_3 = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_4 = 4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nm = 5 \text{ кг},$$

$$a = 0,02 \text{ м}, b = 0,08 \text{ м}, k = 0,1 \text{ м}, h = 0,083 \text{ м}, q = 4/3, M_c = 60 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

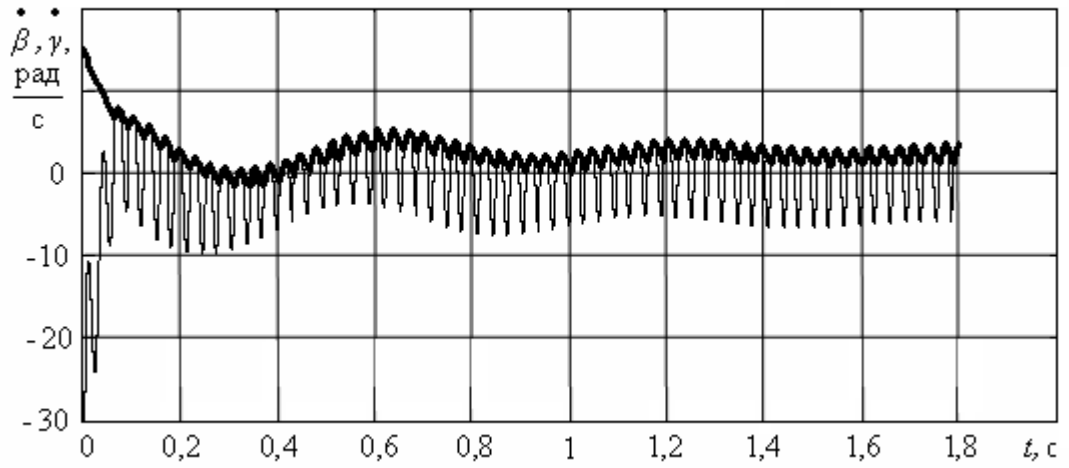
$$\omega = 150 \text{ рад/с}, c = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Применяя компьютерную программу, описанную в приложении 7, построим периодические решения для уравнений движения инерционной передачи (3.31). Графики некоторых из полученных решений при различных значениях момента сопротивления M_c изображены на рис. 5.6 и 5.7. Утолщенные сплошные линии соответствуют зависимостям угловой скорости ведомого вала $\dot{\gamma}$ от времени, а пунктирные линии — выходного вала импульсного механизма $\dot{\beta}$.

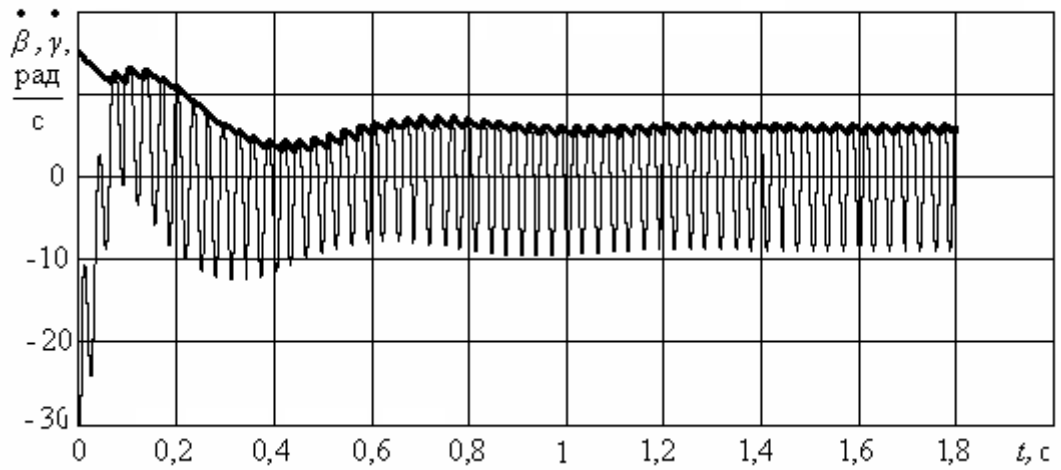
Из приведенных графиков видно, что неравномерность вращения ведомого вала увеличивается с возрастанием нагрузки. Этот факт подтверждает ранее сделанный вывод о целесообразности применения инерционных передач для технологических операций, в которых вибрационная подача момента на рабочий орган способствует интенсификации выполняемых процессов.

По результатам полученных периодических решений построим внешнюю характеристику инерционной передачи, где $\bar{\omega}$ — средняя угловая скорость ведомого вала, соответствующая установившемуся периодическому движению. График внешней характеристики изображен на рис. 5.7. Точки на графике соответствуют построенным периодическим решениям дифференциальных уравнений движения передачи.

$M_c=500 \text{ Нм}$



$M_c=210 \text{ Нм}$



$M_c=90 \text{ Нм}$

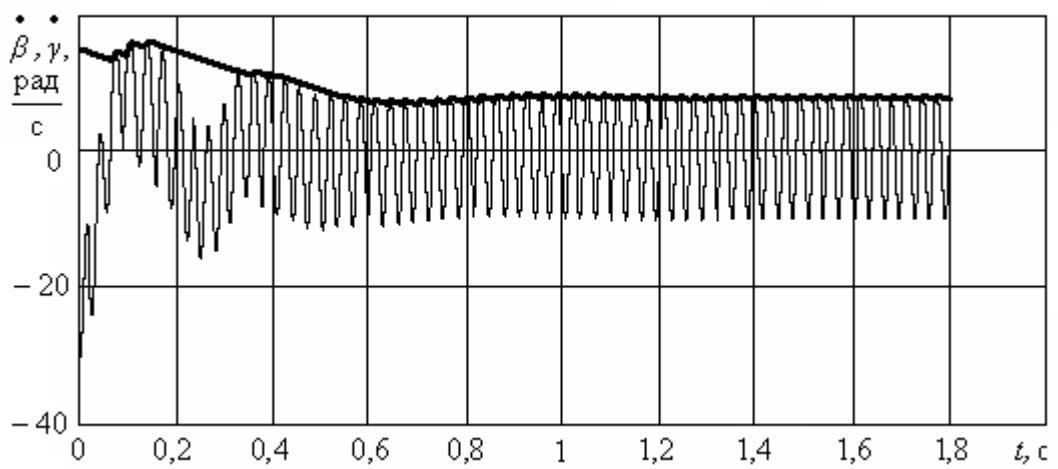
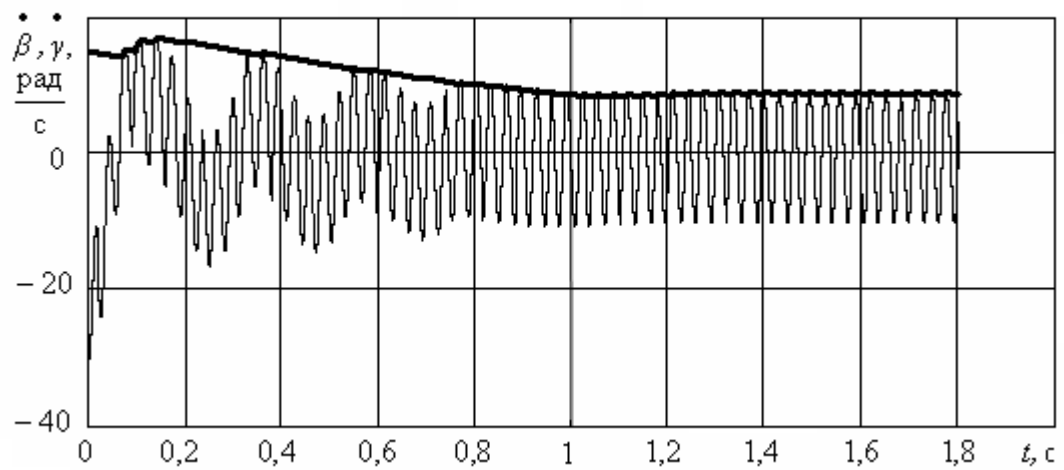
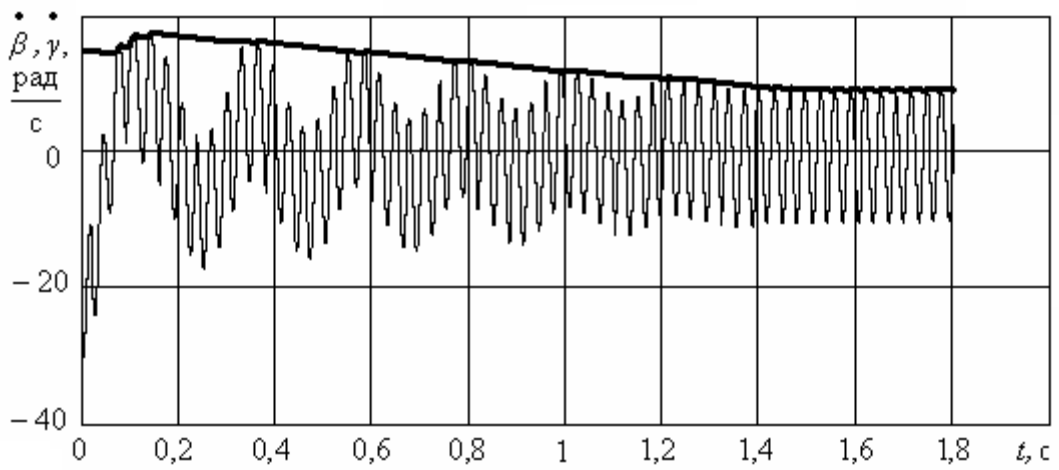


Рис. 5.6. Зависимости углов поворота выходного вала импульсного механизма и ведомого вала передачи от времени

$M_c = 50 \text{ Нм}$



$M_c = 30 \text{ Нм}$



$M_c = 0 \text{ Нм}$

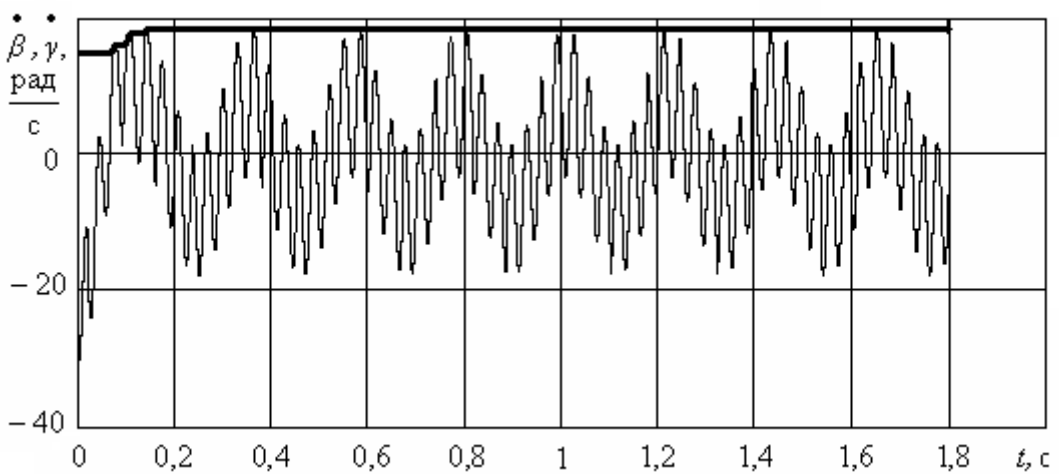


Рис. 5.7. Зависимости углов поворота выходного вала импульсного механизма и ведомого вала передачи от времени

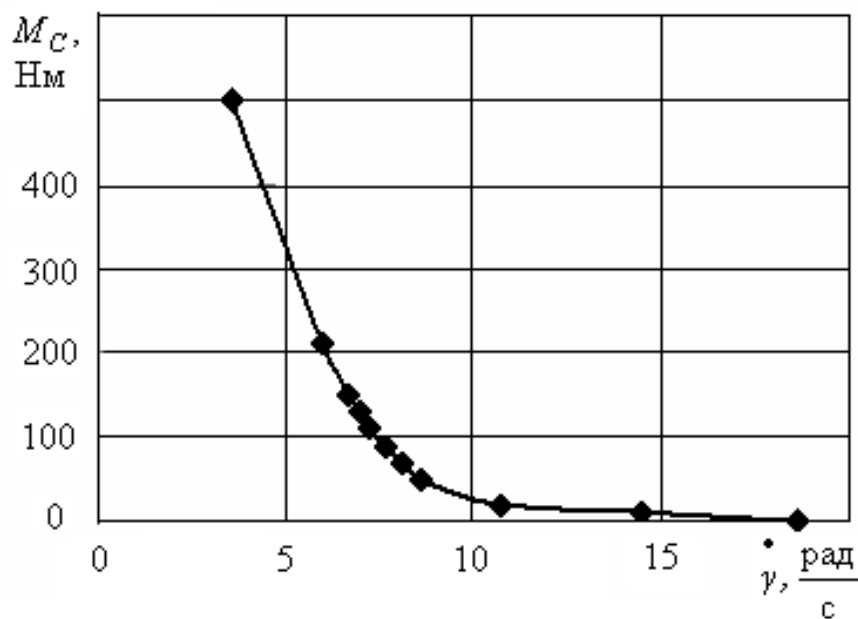


Рис. 5.7 Внешняя характеристика инерционной передачи с выходным механизмом свободного хода

Как видим из графика, внешняя характеристика практически отвечает идеальной, что еще раз подчеркивает перспективность применения инерционных передач в машинах и механизмах самого различного назначения.

5.4 Внешняя характеристика инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода

5.4.1 Силовое передаточное число

В предложенном семействе инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода трансформация момента происходит на ведомом валу импульсного механизма. Поэтому за силовое передаточное число естественно принять величину, характеризующую соотношение моментов на ведущем и ведомом валах импульсного механизма.

Основная предпосылка для теоретических выкладок заключается в том, что импульсы момента обоих знаков, как прямые, так и обратные, расходуются на со-

вершение полезной работы. Такой подход был использован, в частности, в работе Р.Н. Болдырева [34].

Рассмотрим установившийся режим работы инерционной бесступенчатой передачи.

Работа на входе инерционной передачи определится из выражений:

$$dA_{\text{вх}} = M_{\text{д}} d\alpha; A_{\text{вх}} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} M_{\text{д}} d\alpha,$$

где α_1, α_2 — значения угла поворота α в начале и конце цикла.

В силу аналитичности функции $M_{\text{д}}$, используя теорему о среднем значении, получим $A_{\text{вх}} = M_{\text{дср}} (\alpha_2 - \alpha_1) = M_{\text{дср}} \alpha_{\text{ц}}$,

где $M_{\text{дср}}$ — среднее значение момента $M_{\text{д}}$ за цикл установившегося движения; $\alpha_{\text{ц}}$ — угол поворота α за цикл установившегося движения.

Определим работу на ведомом валу импульсного механизма за цикл установившегося движения.

Функция $M_{\text{с}}$ кусочно-непрерывная на множестве $\{\beta\}$, а следовательно, интегрируема на этом множестве.

В общем случае установившемуся движению передачи за цикл работы будут соответствовать n участков, для которых $\dot{\beta} > 0$ и m участков, для которых $\dot{\beta} < 0$. Участки с $\dot{\beta} = 0$ мы не рассматриваем, так как работа на этих участках не совершается.

Для произвольного i — го участка с $\dot{\beta} > 0$ имеем

$$dA_i = M_{\text{с}i} d\beta; A_i = \int_{\beta_{i1}}^{\beta_{i2}} M_{\text{с}i} d\beta = M_{\text{с}i\text{ср}} (\beta_{i2} - \beta_{i1}),$$

где $M_{\text{с}i}$ — момент сопротивления на ведомом валу импульсного механизма на i -ом участке;

M_{Cicp} — среднее значение момента M_{Ci} ;

β_{i1}, β_{i2} — значения угла поворота β в начале и конце на i -го участка.

Аналогичным образом, для произвольного j — го участка с $\dot{\beta} < 0$ получим

$$A_j = \int_{\beta_{j1}}^{\beta_{j2}} M_{Cj} d\beta = M_{Cjcp} (\beta_{j2} - \beta_{j1}).$$

Учитывая, что импульсы различных знаков используются на совершение полезной работы, найдем

$$|A_{пу}| = \sum_{i=1}^n |A_i| + \sum_{j=1}^m |A_j| = \sum_{i=1}^n |M_{Cicp}| |\beta_{i2} - \beta_{i1}| + \sum_{j=1}^m |M_{Cjcp}| |\beta_{j2} - \beta_{j1}|, \quad (5.13)$$

где $A_{пу}$ — работа на ведомом валу импульсного механизма за цикл установившегося движения.

Так как $|\beta_{i2} - \beta_{i1}| = \beta_{i2} - \beta_{i1}$, а $|\beta_{j2} - \beta_{j1}| = \beta_{j1} - \beta_{j2}$, выражение (5.13) перепишем в виде $|A_{пу}| = \sum_{i=1}^n |M_{Cicp}| (\beta_{i2} - \beta_{i1}) + \sum_{j=1}^m |M_{Cjcp}| (\beta_{j1} - \beta_{j2})$.

Введем следующие обозначения

$$\beta_{\psi} = \sum_{i=1}^n (\beta_{i2} - \beta_{i1}) + \sum_{j=1}^m (\beta_{j1} - \beta_{j2});$$

$$M_{Ccp}^1 = \frac{\sum_{i=1}^n |M_{Cicp}| (\beta_{i2} - \beta_{i1}) + \sum_{j=1}^m |M_{Cjcp}| (\beta_{j1} - \beta_{j2})}{\beta_{\psi}}.$$

Используя введенные обозначения, получим $|A_{пу}| = M_{Ccp}^1 \beta_{\psi}$.

Полагая $A_{exu} = |A_{pu}|$, в качестве силового передаточного числа тогда можно взять величину $i = \frac{M_{Dcp}}{M_{Ccp}^1} = \frac{\beta_u}{\alpha_u}$.

5.4.2 Максимальный коэффициент трансформации момента

Одной из основных характеристик инерционной передачи является максимальный коэффициент трансформации момента k_T . Для инерционной передачи без механизмов свободного хода, схема которой изображена на рис. 2.15, коэффициент k_T определится по формуле:

$$k_T = \frac{M_{u\max}^{cp}}{M_D}, \quad (5.14)$$

где M_D — максимальный момент двигателя;

$M_{u\max}^{cp}$ — наибольшее значение среднего за цикл вращающего момента на заторможенном ведомом валу импульсного механизма ($i=0$).

В случае действия на ползун двусторонней силы сопротивления режим заторможенного ведомого вала возможен при любых значениях β за исключением значений $\beta = n\pi$, $n \in Z$ (см. 4.1).

Прямые и обратные импульсы момента на режиме заторможенного ведомого вала импульсного механизма воспринимаются силами полезного сопротивления, поэтому выражение для $M_{u\max}^{cp}$ запишется так:

$$M_{u\max}^{cp} = \frac{2}{\pi} nmkhq \dot{\alpha}^2 \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right].$$

Например, для инерционной передачи с параметрами

$$\begin{aligned} nm &= 20,4 \text{ кг}; b = 0,042 \text{ м}; k = 0,042 \text{ м}; h = 0,08 \text{ м}; q = 1; \\ \dot{\alpha} &= \omega = 150 \text{ с}^{-1}; N = 7,5 \text{ кВт} \end{aligned} \quad (5.15)$$

максимальный коэффициент трансформации момента k_T равен 19,64. Для сравнения, максимальный коэффициент трансформации для инерционной передачи с

двумя жесткими механизмами свободного хода, выполненной по жесткой схеме и имеющей такие же параметры (5.15), составляет 9,82.

В случае односторонней силы сопротивления режим заторможенного ведомого вала импульсного механизма теоретически невозможен (см. гл. 4, п. 4.1). Возможно лишь бесконечное приближение к этому режиму, например, при $P_1 \rightarrow \infty$. Поэтому и максимальный коэффициент k_T , определяемый по формуле (5.14), будет лишь недостижимым пределом, хотя приближение к этому пределу может быть сколь угодно близким.

5.4.3 Построение внешней характеристики

Построение зависимости $M_{Ccp}^1 = f(i)$ для рассматриваемой схемы (рис. 2.15) затруднено в силу того, что функция M_C не является постоянной и для нахождения M_{Cicp}, M_{Cjcp} ($i \in \{1, 2, \dots, n\}; j \in \{1, 2, \dots, m\}$) требуются громоздкие расчеты.

В случае односторонней силы сопротивления ($P_2 = 0$) внешнюю характеристику инерционной передачи (рис. 2.15) рациональнее всего представлять зависимостью $P_1 = f(\Delta s)$, где Δs — амплитуда движения ползуна на установившемся режиме работы. Действительно, такая зависимость наиболее полно позволяет судить о возможности применения и характере работы инерционной передачи без механизмов свободного хода, но с рычажным механизмом в тех или иных случаях. С другой стороны, определение зависимости $P_1 = f(\Delta s)$ осуществляется наиболее просто, так как $P_1 \equiv const$.

Для построения характеристики используем допущение $\alpha \equiv const$, что значительно упрощает вычисления и приводит к допустимой в инженерных расчетах погрешности. Построение проведем, используя алгоритм, заключающийся в следующем.

По заданным параметрам инерционной передачи и заданной силе сопротивления P_1 , последовательно просчитывая с помощью метода припасовывания не-

сколько циклов, находим периодическое решение, Для найденного решения определяем амплитуду движения ползуна Δs . Получаем одну точку на графике функции $P_1 = f(\Delta s)$. Аналогично, получаем точки, соответствующие тем же параметрам, но другим значениям силы P_1 .

При построении внешней характеристики воспользуемся решениями дифференциальных уравнений по участкам, полученным в параграфе 4.1 четвертой главы. Слежение за переходом от одного участка к другому осуществляется по переменным $\beta, \dot{\beta}$ и ψ . Начальные условия задаются произвольным образом. Цикл считается просчитанным окончательно в случае, если начальные и конечные значения совпадают с заданной точностью.

На рис. 5.8 представлена характеристика инерционной передачи с кривошипно-ползунным механизмом, имеющей параметры:

$$J_1 = 1,58 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 0,11 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; nm = 16,8 \text{ кг}; a = 0; b = k = 0,032 \text{ м}; m_1 = 3,3 \text{ кг};$$

$$m_2 = 3 \text{ кг}; m_n = 4,1 \text{ кг}; h = 0,08 \text{ м}; q = 1; r = 0,1 \text{ м}; p = 5; nJ_3 = 0,22 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \dot{\alpha} = \omega = 150 \text{ с}^{-1}.$$

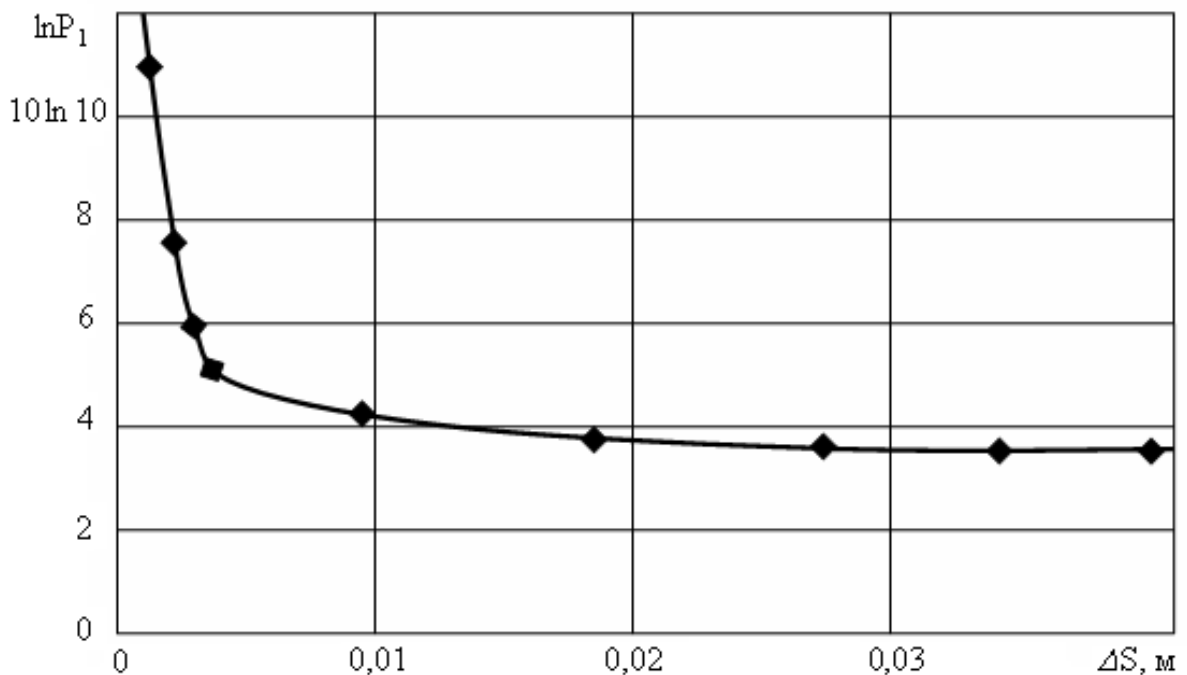


Рис. 5.8. Внешняя характеристика инерционной передачи

С целью удобства графического построения внешняя характеристика инерционной передачи на рис. представлена в координатах $\Delta s, \ln P_1$. Отметим, что ось ординат $\ln P_1$ является асимптотой, т.е. график функции $\ln P_1 = f(\Delta s)$ лишь бесконечно стремится к этой оси, никогда ее не достигая. Тем самым подтверждается теоретическое положение о том, что затормозить ползун инерционной передачи без механизмов свободного хода с помощью односторонней силы сопротивления невозможно.

Пологость характеристики на интервале (0,004; 0,04) (см. рис. 5.8) объясняется тем, что ось ординат взята в логарифмических координатах.

При аналитическом построении внешней характеристики с использованием решений, полученных в параграфе 4.1 четвертой главы диссертации, хорошую точность результатов можно гарантировать на сравнительно небольшом интервале изменения амплитуды колебаний Δs (примерно от 0 до 0,03 м), поскольку решения отмеченного параграфа получены в предположении малости угла поворота β .

В случае двусторонней силы сопротивления задача построения внешней характеристики значительно усложняется, что связано, в первую очередь, с усложнением типов периодических решений. Так естественными, например, будут движения, при которых ведомый вал импульсного механизма совершает полный оборот с наложенными высокочастотными колебаниями, причем амплитуда этих колебаний даже для одного установившегося режима будет различной в силу того, что момент сопротивления на ведомом валу M_c является функцией угла поворота β (см. 4.1). Такие движения определяются несколькими поворотами грузовых звеньев в относительном движении и задача определения этих движений является чрезвычайно сложной [145].

Можно привести лишь некоторые рассуждения, относящиеся к построению внешней характеристики в случае двусторонней силы сопротивления. Так

например, представляется целесообразным строить внешнюю характеристику в трехмерном пространстве в координатах P_1, P_2, s_u , где s_u — пройденный ползунком путь в течение цикла установившегося движения, что позволит более полно отразить возможности инерционной передачи.

5.5 Методика расчета механизма свободного хода релейного типа

Применение механизмов свободного хода релейного типа в конструкциях инерционных передач и других машинах и механизмах позволяет в несколько раз повысить работоспособность привода. Поэтому создание научно-обоснованной методики расчета и проектирования таких механизмов свободного хода будет служить основой для более широкого их внедрения в приводах машин различного назначения.

Механизм свободного хода релейного типа включает в себя три основные составные части: обычную обгонную муфту (преимущественно роликовую), винтовую передачу (преимущественно шариковинтовую) и фрикционную муфту (преимущественно дисковую). Расчеты всех этих устройств по отдельности известны [121, 149, 190], но проблема заключается в согласовании расчетных параметров, их взаимосвязи, правильном выполнении переходных операций. Кроме того, специфика механизма свободного хода релейного типа и принципа его действия позволяет исключить некоторые из расчетных процедур. Например, нет необходимости проверять фрикционную муфту на нагрев, поскольку включение и выключение муфты происходят при выровненных угловых скоростях фрикционных дисков. Нет необходимости также проверять винт винтовой передачи на устойчивость в силу того, что напряженный в осевом направлении участок винта является коротким. Существуют и другие особенности расчета механизма свободного хода релейного типа.

5.5.1. Выбор основных параметров

Исходным значением для расчета служит величина максимального передаваемого момента M , Н·м.

На первом этапе расчета следует задаться типом обычной обгонной муфты, входящей в конструкцию механизма свободного хода релейного типа. Наиболее предпочтительной является роликовая обгонная муфта, отличающаяся бесшумностью работы, компактностью конструкции, высокой четкостью включения и выключения. Геометрические параметры роликовой обгонной муфты могут быть найдены по формулам [182]:

— расчетный диаметр ролика, м $d_p = 0,0058 \sqrt[3]{\frac{M}{z}}$, где z — число роликов;

— внутренний диаметр наружной обоймы, м $D_g = 8d_p$;

— наружный диаметр наружной обоймы, м $D_n = 1,25D_g$;

— длина ролика, м $l_p = 1,5d_p$;

— диаметр вала ведущей обоймы, м $d_g = 0,0043 \sqrt[3]{M}$.

В качестве исходного значения среднего диаметра d винтовой нарезки на ведущем валу механизма свободного хода релейного типа примем d_g .

Соотношение моментов M_1 , передаваемого через заклинивающие элементы механизма свободного хода, и M_2 , передаваемого через фрикционные поверхности, примем равным $M_1 = 0,1M$, $M_2 = 0,9M$, что позволит на порядок разгрузить самые слабые звенья — заклинивающие элементы. Заметим, что при необходимости можно еще более значительно разгрузить заклинивающие элементы, но при этом может возникнуть необходимость в обеспечении меньших углов подъема винтовой линии, что может вызвать значительное увеличение осевой силы с повышением нагрузки на элементы винтовой и фрикционной пар.

В большинстве случаев угол подъема винтовой линии не превышает 10° . Как исходное значение угла подъема можно взять, например, значение угла подъема равное 8° .

Из формулы (3.12) найдем значение окружной силы $Q = \frac{2M_1}{d}$, а затем значение осевой силы $P = Qctg\delta$

Расчет шариковой винтовой передачи проведем по динамической грузоподъемности для предупреждения усталостного разрушения (выкрашивания рабочих поверхностей) и по статической грузоподъемности для предупреждения пластических деформаций [182].

Определение вспомогательных коэффициентов.

В табл. 5.1 приводятся коэффициенты K_T, K_{T0}, K_{TR} , которые вводятся в расчетные формулы для учета влияния точности изготовления передачи.

Таблица 5.1. Значения коэффициентов точности

Коэффициент	Класс точности по ГОСТ 2 P31-4-88					
	П1, Т1	П3, Т3	П5, Т5	П7, Т7	Т9	Т10
K_T	1,0	0,98	0,95	0,9	0,85	0,8
K_{T0}	1,0	0,95	0,9	0,85	0,8	0,7
K_{TR}	1,2	1,1	1,0	0,95	—	—

Коэффициент надежности K_p при выполнении расчетов для вероятности безотказной работы более 90% приводится в табл. 5.2.

Таблица 5.2. Значения коэффициента надежности

Вероятность безотказной работы, %	90	95	96	97	98	99	99,5	99,9
K_p	1,0	0,85	0,8	0,75	0,68	0,57	0,46	0,25

Коэффициенты учета числа витков гайки K_i, K_{i0} приводятся в табл. 5.3. Наиболее часто применяется трехвитковая гайка.

Таблица 5.3. Значения коэффициентов учета числа витков

Коэффициент	Число витков гайки					
	1	2	3	4	5	6
K_i	2,57	1,42	1,0	0,78	0,64	0,55
K_{i0}	3,0	1,5	1,0	0,75	0,6	0,5

Коэффициенты K_H, K_{H0} учитывают снижение динамической и статистической грузоподъемности с уменьшением твердости поверхности качения ниже $61HRC_{\text{э}}$. Эти коэффициенты рассчитываются по формулам:

$$K_H = (HRC_{\text{э}} / 61)^3; K_{H0} = (HRC_{\text{э}} / 61)^{4,4}.$$

Обычно при изготовлении шариковинтовых передач для гаек применяют стали 9ХС, ШХ15, 18ХГТ. Винты изготавливают из сталей ХВГ, 8ХФ, 20ХЗМВФ. Рабочие поверхности закаливают до твердости $H \geq 61HRC_{\text{э}}$.

Коэффициент K_M учитывает влияние качества материала деталей на сопротивление контактной усталости. Для обычной плавки $K_M = 1$, для электрошлакового переплава $K_M = 1,4$, для вакуумного переплава $K_M = 1,7$.

Тогда корректирующие коэффициенты K, K_0 для вычисления расчетных значений динамической и статистической грузоподъемности соответственно найдутся по формулам:

$$K = K_T K_P K_H K_M / K_i; K_0 = K_{T0} K_{H0} / K_{i0}.$$

Найдем значение требуемой базовой динамической грузоподъемности, Н:

$$C_{A\text{min}} = 1,25P / K.$$

По табл. 5.4 выбираем шариковинтовую передачу, удовлетворяющую условию $C_A \geq C_{A\text{min}}$.

Таблица 5.4. Основные характеристики шариковинтовой передачи

Типоразмер $d \times h^{\circledast}$, мм	Грузоподъемность, Н	
	Статическая C_{0A}	Динамическая C_A
16×2,5	9600	5000
25×5	28100	16580
25×10	48800	46400
32×5	37500	17710
32×10	65000	49800
40×5	49400	19170
40×6	56400	23700
40×10	85900	54700
50×5	62800	20640
50×10	112500	57750
50×12	119900	65400
63×10	149700	62030
80×10	197700	66880
80×20	297600	143400
100×10	251100	71840
100×20	386400	151800
125×20	729000	278000

Проверяем выполнение условия на контактную статистическую прочность.

Найдем значение требуемой базовой статической грузоподъемности, Н:

$C_{0Amin} = P/K_0$. Статическая контактная прочность обеспечивается, если

$$C_{0A} \geq C_{0Amin}.$$

Зная типоразмер шариковинтовой передачи, находим угол подъема винтовой линии и сравниваем с принятым для расчета исходным значением. Сравниваем также полученное по табл. 5.4 значение диаметра d с его исходным значением. В

случае достаточно значительного расхождения хотя бы одного из этих значений, полученные расчетные размеры нужно уточнить, принимая полученные при расчете угол подъема винтовой линии и диаметр d за исходные и проводя по методу итераций расчеты еще раз.

Находим диаметр шарика $d_{ш}$, используя табл. 5.5.

Таблица 5.5. Основные размеры широквинтовой передачи

Номинальный диаметр d , мм	Шаг резьбы h° , мм	Диаметр шарика $d_{ш}$, мм
25	5	3,0
	10	6,0
32	5	3,0
	10	6,0
40	5	3,0
	6	3,5
	10	6,0
50	5	3,0
	10	6,0
	12	7,0
63	10	6,0
80	10	6,0
	20	10,0
100	10	6,0
	20	10,0

Внутренний и наружный диаметры резьбы определим соответственно по формулам $d_3 = d - 1,0212d_{ш}$ и $d_H = d - 0,35d_{ш}$.

Показателем долговечности шариковинтовой передачи служит ресурс, который представляет собой наработку до предельного состояния, выраженную в миллионах оборотов L или в часах L_q :

$$L = \left(\frac{C_A}{P} \right)^3; \quad L_q = 10^6 \frac{L}{60n}, \text{ где } n \text{ — частота вращения винта, мин}^{-1}. \text{ Учитывая}$$

знакопеременный характер вращения винта в инерционной передаче с относительно малой амплитудой, частоту вращения винта можно положить в диапазоне от 0,2 до 0,5 значений частоты вращения ведущего вала импульсного механизма.

Если вычисленный ресурс, динамическая и статическая проверки грузоподъемности дают положительные результаты, полученные размеры шариковинтовой передачи принимаются в качестве расчетных. В случае отрицательных результатов хотя бы по одному виду проверок необходимо изменить размеры шариковинтовой передачи до выполнения всех критериев работоспособности.

Далее переходим к расчету фрикционной пары.

В качестве расчетного момента M_ϕ примем момент $M_\phi = K_{cu} M_2 = 0,9 K_{cu} M$, где K_{cu} — коэффициент запаса сцепления. Обычно принимают $K_{cu} \in [1,2; 1,5]$.

Приведенный радиус R_{np} найдем по формуле $R_{np} = \frac{M_\phi}{Pf}$, где f — коэффициент трения. Обычно $f \in [0,1; 0,4]$. Более точные значения этого коэффициента в зависимости от материалов фрикционной пары и условий ее работы не составляет труда найти в соответствующих справочниках. Зная значение R_{np} , проверим выполнение условия $R_{np} < \frac{D_H}{2}$. В противном случае размеры фрикционных дисков будут значительно выступать за радиальные габариты обгонной муфты.

Отношение диаметров рабочей части дисков (рис. 3.4) обычно составляет диапазон $D_2 / D_1 \in [0,5; 0,8]$, что соответствует отношению ширины рабочей части дисков к среднему диаметру в диапазоне $\xi \in [1/9; 1/3]$. Наиболее часто принимают $\xi = 1/4$.

Найдем наружный диаметр D_1 , используя соотношение $D_1 = 2R_{\text{ПП}}(1 + \xi)$.

Ширину рабочей части дисков найдем по формуле $b_{\text{Ш}} = 2R_{\text{ПП}}\xi$.

Найдем внутренний диаметр $D_2 = D_1 - 2b_{\text{Ш}}$.

Расчет на удельные давления проведем по соотношению

$$p = \frac{12 M_{\phi}}{\pi(D_1^3 - D_2^3)f} \leq [p].$$

Обычно принимают $[p] \in [0,7 - 0,8] \frac{H}{\text{мм}^2}$.

Если проверка на удельные давления не выполняется, требуется увеличить рабочую зону фрикционного контакта, или ввести дополнительное число пар трущихся поверхностей z_{ϕ} для выполнения условия:

$$p = \frac{12 M_{\phi}}{\pi(D_1^3 - D_2^3)z_{\phi}f} \leq [p].$$

5.5.2 Пример расчета механизма свободного хода релейного типа

Максимальный передаваемый момент 50 Нм.

Найдем геометрические параметры роликовой обгонной муфты, приняв число роликов равным 4:

расчетный диаметр ролика

$$d_p = 0,0058 \sqrt[3]{\frac{M}{z}} = 0,0058 \sqrt[3]{\frac{50}{4}} = 0,01346 \text{ м} \approx 0,014 \text{ м (округляем до большего значения)}$$

значения);

внутренний диаметр наружной обоймы $D_B = 8d_p = 8 \cdot 0,014 = 0,112 \text{ м}$;

наружный диаметр наружной обоймы $D_H = 1,25D_B = 1,25 \cdot 0,112 = 0,14 \text{ м}$;

длина ролика $l_p = 1,5d_p = 0,021 \text{ м}$;

диаметр вала ведущей обоймы $d_B = 0,0043 \sqrt[3]{M} = 0,01584 \approx 0,016 \text{ м}$;

В качестве исходного значения среднего диаметра винтовой нарезки на ведущем валу механизма свободного хода релейного типа примем $d = d_B = 0,016 \text{ м}$.

Определим соотношение моментов $M_1 = 0,1M = 0,1 \cdot 50 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $M_2 = 0,9M = 0,9 \cdot 50 = 45 \text{ Н} \cdot \text{м}$,

Исходное значение угла подъема примем равным 8° .

Найдем значение окружной силы $Q = \frac{2M_1}{d} = \frac{2 \cdot 5}{0,016} = 625 \text{ Н}$, а затем зна-

чение осевой силы $P = Q \operatorname{ctg} \delta = 625 \cdot 7,115 \approx 4447 \text{ Н}$.

Проведем расчет шариковинтовой пары.

В качестве материала изготовления принимаем для оси (винт) сталь ХВГ, для внутренней обоймы (гайка) — сталь 9ХС. Плавка обычная, поэтому коэффициент $K_M = 1$. Твердость закалки не меньше $61HRC_3$, тогда примем коэффициенты K_H, K_{H0} равными 1. При 95% надежности из табл.2 найдем $K_P = 0,85$.

Класс точности по ОСТ 2 Р31-4-88 соответствует ПЗ, ТЗ. Поэтому значения коэффициентов точности (см. табл. 5.1) будут равны $K_T = 0,98, K_{T0} = 0,95$.

Используем обычную практику, применяя трехвитковую гайку. Поэтому (см. табл. 5.1) коэффициенты $K_i = 1, K_{i0} = 1$.

Получив значения вспомогательных коэффициентов, найдем значения корректирующих коэффициентов:

$$K = K_T K_P K_H K_M / K_i = 0,98 \cdot 0,85 \cdot 1 \cdot 1 / 1 = 0,833; \quad K_0 = K_{T0} K_{H0} / K_{i0} = 0,95 \cdot 1 / 1 = 0,95$$

Найдем значение требуемой базовой динамической грузоподъемности:

$$C_{A\min} = 1,25P / K = 1,25 \cdot 4447 / 0,833 \approx 6673 \text{ Н}.$$

По табл. 5.4 выбираем шариковинтовую передачу с ближайшим большим значением $C_A = 16580 \text{ Н}$. При этом получим $d = 25 \text{ мм}, h^{\otimes} = 5 \text{ мм}$.

Найдем значение требуемой базовой статической грузоподъемности $C_{0A\min} = P / K_0 = 4447 / 0,95 \approx 4681 \text{ Н}$. Для выбранных параметров шариковинтовой

передачи проверка на статическую грузоподъемность выполняется, так как (см. табл. 5.4) $C_{0A} = 28100 \text{ Н} \geq C_{0A\min} = 4681 \text{ Н}$.

Найдем угол подъема винтовой линии $\delta = \arctg\left(\frac{h^{\otimes}}{\pi d}\right) = \arctg\left(\frac{5}{\pi \cdot 25}\right) \approx 4^\circ$.

Угол подъема примерно в два раза отличается от исходного значения. Значительно отличается от исходного значение диаметра d . Поэтому повторим вычисления по винтовой паре, приняв полученные значения за исходные. Повторные вычисления проводятся гораздо проще, поскольку значения вспомогательных и корректирующих коэффициентов остаются прежними.

Найдем значение окружной силы $Q = \frac{2M_1}{d} = \frac{2 \cdot 5}{0,025} = 400 \text{ Н}$, а затем значение осевой силы $P = Q \operatorname{ctg} \delta = 400 \cdot 14,301 \approx 5720 \text{ Н}$.

Вычислим значения требуемых базовых динамической и статической грузоподъемностей:

$$C_{A\min} = 1,25P / K = 1,25 \cdot 5720 / 0,833 \approx 8583 \text{ Н};$$

$$C_{0A\min} = P / K_0 = 5720 / 0,95 \approx 6021 \text{ Н}.$$

По табл. 5.4 выбираем ту же шариковинтовую передачу с параметрами $d = 25 \text{ мм}$, $h^{\otimes} = 5 \text{ мм}$, так как данная передача имеет ближайшие табличные значения $C_A = 16580 \text{ Н}$ и $C_{0A} = 28100 \text{ Н}$, такие, что выполняются требуемые условия:

$$C_A = 16580 \text{ Н} \geq C_{A\min} = 8583 \text{ Н};$$

$$C_{0A} = 28100 \text{ Н} \geq C_{0A\min} = 6021 \text{ Н}.$$

Важно заметить, что, несмотря на тот же типоразмер, что и получен при первом вычислении, повторное вычисление имело смысл, так как оно позволило получить более точное значение осевой силы, необходимое для правильного расчета фрикционной пары.

По табл. 5.5 находим диаметр шариков $d_{uu} = 3 \text{ мм}$.

Находим внутренний и наружный диаметры резьбы:

$$d_3 = d - 1,0212d_{III} = 25 - 1,0212 \cdot 3 = 25 - 3,064 = 21,936 \text{ мм};$$

$$d_H = d - 0,35d_{III} = 25 - 0,35 \cdot 3 = 25 - 1,05 = 23,95 \text{ мм}.$$

Вычислим ресурс работы шариковинтовой передачи, приняв частоту вращения винта $n = 300 \text{ мин}^{-1}$:

$$L = \left(\frac{C_A}{P} \right)^3 = \left(\frac{16580}{5720} \right)^3 \approx 24,35 \text{ млн. об.}; \quad L_q = 10^6 \frac{L}{60n} = 10^6 \frac{24,35}{60 \cdot 300} \approx 1353 \text{ ч}.$$

Перейдем к расчету фрикционной пары.

Положив коэффициент запаса сцепления $K_{сц} = 1,2$, коэффициент трения $f = 0,2$, найдем расчетный момент и приведенный радиус:

$$M_\phi = K_{сц} M_2 = 1,2 \cdot 45 = 54 \text{ Н}, \quad R_{пп} = \frac{M_\phi}{Pf} = \frac{54}{5720 \cdot 0,2} \approx 0,047 \text{ м}.$$

Проверим выполнение условия $R_{пп} < \frac{D_H}{2}$:

$$R_{пп} = 0,047 \text{ м} < \frac{D_H}{2} = \frac{0,14}{2} = 0,07 \text{ м}.$$

Отношение ширины рабочей части дисков к среднему диаметру примем равным $\xi = 1/4$.

Найдем наружный диаметр

$$D_1 = 2R_{пп}(1 + \xi) = 2 \cdot 0,047 \cdot (1 + 0,25) = 0,094 \cdot 1,25 \approx 0,12 \text{ м}.$$

Заметим, что $D_1 = 0,12 < D_H = 0,14$, следовательно, фрикционная пара впишется в радиальные габариты обгонной муфты.

Найдем ширину рабочей части дисков

$$b_{III} = 2R_{пп}\xi = 2 \cdot 0,047 \cdot 0,25 = 0,0235 \text{ м}.$$

Найдем внутренний диаметр $D_2 = D_1 - 2b_{III} = 0,12 - 0,047 = 0,073 \text{ м}.$

Остается провести проверку фрикционного контакта по критерию удельных давлений. Примем $[p] = 0,8 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$. Тогда получим:

$$p = \frac{12 M_{\phi}}{\pi(D_1^3 - D_2^3)f} = \frac{12 \cdot 54}{\pi \cdot (0,12^3 - 0,073^3) \cdot 0,2} \approx 770252 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 0,77 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \leq [p] = 0,8 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

В случае более низких значений $[p]$ есть возможность снизить удельные давления p за счет увеличения ширины рабочей части фрикционных дисков.

Расчет механизма свободного хода релейного типа произведен [191].

Отметим, что в рассчитанной конструкции механизма свободного хода релейного типа нагрузки на заклинивающие элементы (ролики) снижены на порядок по сравнению с исходной роликовой обгонной муфтой. При этом габаритные размеры механизма свободного хода релейного типа практически не отличаются от габаритных размеров исходной роликовой обгонной муфты.

5.6 Методика расчета инерционной бесступенчатой передачи с одним выходным механизмом свободного хода

Из всего многообразия рассмотренных схем инерционных бесступенчатых передач выберем предпочтительную, наиболее перспективную схему. С точки зрения обеспечения высокой надежности и работоспособности передачи интерес представляют инерционные передачи, в кинематических схемах которых полностью отсутствуют наиболее слабые звенья — механизмы свободного хода. Однако, эти передачи предполагают знакопеременное движение рабочих органов, что ограничивает область их применения. К сожалению, создать инерционную бесступенчатую передачу общего назначения без механизмов свободного хода пока не удастся. Вопрос о принципиальной возможности создания таких передач остается открытым.

Из совокупности инерционных передач общего назначения наиболее интересными являются передачи с одним выходным механизмом свободного хода, так как они обеспечивают одностороннее вращение ведомого вала с достаточно высокой равномерностью вращения. Хотя, как это было отмечено ранее, даже относительно высокая неравномерность вращения не обязательно должна рассматриваться, как недостаток передачи, поскольку вибрационный характер подачи момента при этом играет положительную роль, повышая в ряде случаев эффективность выполнения технологического процесса. Наличие в конструкции лишь одного механизма свободного хода способствует повышению надежности передачи и ее работоспособности.

Что касается механизма свободного хода, предпочтительной является конструкция механизма свободного хода релейного типа. Методика расчета такого механизма рассмотрена в параграфе 5.5 пятой главы, в которой было показано, что эти механизмы обладают значительно более высокой (примерно на порядок) нагрузочной способностью по сравнению с обычными роликовыми обгонными муфтами и вместе с тем, габариты механизмов свободного хода практически не отличаются от габаритов обгонных муфт.

Исходя из сказанного, в качестве предпочтительной схемы инерционной бесступенчатой передачи возьмем инерционную передачу с одним выходным механизмом свободного хода [130], в которой в качестве механизма свободного хода выступает механизм свободного хода релейного типа [128]. Импульсным механизмом в предпочтительной схеме может служить, например, достаточно отработанный и подтвердивший свою высокую надежность механизм Левина [192]. В этом механизме сателлиты выполнены плавающими, что исключает необходимость установки осей сателлитов на подшипниках и, следовательно, можно не заботиться о возможности разрушения подшипников, которые бы испытывали ударные нагрузки в силу импульсной подачи момента. Благодаря такому конструктивному решению импульсный механизм Левина обладает высокой надежностью и долговечностью.

Рекомендуется проводить расчет выбранной в качестве предпочтительной конструкции инерционной передачи в два этапа. На первом этапе осуществляется упрощенный расчет, позволяющий определить основные параметры передачи (массовые и геометрические) простыми средствами. На втором этапе следует проводить подробный расчет, корректируя выбранные на первом этапе параметры. При этом возникает необходимость построения периодических решений (эта задача решена в параграфе 5.3 пятой главы), причем требуется учитывать режимы работы передачи (циклограмму) в процессе ее эксплуатации. Такая задача является сложной, так как требует ясного представления о специфических условиях конкретного применения передачи, характере режима ее работы и может быть решена лишь при широком использовании компьютерной обработки с выполнением динамического анализа, построения внешней характеристики на всем диапазоне передаточных чисел и детального расчета на прочность.

Опишем разработанную методику приближенного расчета инерционной передачи с одним выходным механизмом свободного хода. В связи с отсутствием сведений о конкретных условиях работы передачи, за основу расчета выберем наиболее нагруженный режим ее работы — стоповый режим, при котором ведомый вал передачи заторможен ($\dot{\gamma} = 0$).

В случае заторможенного ведомого вала импульсной передачи ведомый вал импульсного механизма не имеет возможности вращаться в прямом направлении. Поэтому ведомый вал импульсного механизма под действием обратных импульсов инерционного момента будет поворачиваться в обратном направлении, сжимая пружину, пока момент от усилия пружины не сравняется по величине с величиной максимального крутящего инерционного момента. При этом ведомый вал импульсного механизма станет неподвижным ($\dot{\beta} = 0$).

Исходными данными являются: максимальная мощность двигателя $N_{Д\max}$, угловая скорость вала двигателя $\dot{\alpha}$ при максимальной мощности и максимальный коэффициент трансформации момента $K_{T\max}$.

Найдем максимальный момент двигателя $M_{Д\max} = \frac{N_{Д\max}}{\dot{\alpha}}$.

Из уравнений движения (3.31) можно найти крутящий момент, действующий на ведомый вал передачи на стоповом режиме:

$$M_{KP} = nmkhq \dot{\alpha}^2 \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right] (1 + \sin q \dot{\alpha}),$$

откуда можно найти выражение для значений максимального $M_{KP\max}$ и среднего за цикл M_{KPcp} крутящего момента, действующего на заторможенный ведомый вал передачи:

$$\begin{aligned} M_{KP\max} &= 2nmkhq \dot{\alpha}^2 \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right]; \\ M_{KPcp} &= nmkhq \dot{\alpha}^2 \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

При этом максимальный коэффициент трансформации $K_{T\max}$ найдется по выражению:

$$K_{T\max} = \frac{M_{KPcp}}{M_{Д\max}}. \quad (5.17)$$

Заметим, что при одинаковых параметрах импульсного механизма коэффициент $K_{T\max}$ для рассматриваемой предпочтительной схемы (рис. 2.4) в π раз больше, чем для общей жесткой схемы (рис. 2.1) и в $\pi/2$ раз больше, чем для схемы (рис. 1.6) с использованием обратного импульса посредством зубчатой передачи.

Из выражения (5.17) находим $M_{KPcp} = M_{Д\max} \cdot K_{T\max}$.

Для механизма Левина обычно $q \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right] \in [1,5; 2,5]$, $\frac{h}{k} \in [0,8; 1,2]$ и

$n = 6$. Принимая значения этих величин из указанных диапазонов, можем получить формулу, связывающую оставшиеся величины:

$$mk^2 = \frac{M_{KPcp}}{\frac{h}{k} \alpha nq \left[1 - \frac{b}{k} \left(\frac{b}{k} - q \right) \right]}.$$

Момент инерции выходного вала импульсного механизма может быть найден из условия выхода на прямую передачу [42]:

$$J_2 + nmb^2 + \left(\frac{b}{k} - q \right)^2 nJ_3 + 2nmbh \left(\frac{b}{k} - q \right) - 4nmkh = 0.$$

Значение максимальный момент M_{KPmax} (5.16) принимается за исходное при проектировании механизма свободного хода релейного типа и упругого элемента.

Методика расчета механизма свободного хода релейного типа описана в параграфе 5.5 пятой главы. Применяя описанную методику, находим параметры механизма свободного хода.

В качестве упругого элемента принимаем цилиндрическую винтовую пружину. Эти пружины широко применяются в технике и давно зарекомендовали себя. Расчеты таких пружин с разной степенью детализации хорошо известны [182, 193, 194]. Для определения прикидочных значений пружины выполним прочностной расчет по следующему алгоритму.

Находим максимальную осевую силу, действующую на пружину, по формуле $P_{0max} = \frac{M_{KPmax}}{R_{II}}$, где R_{II} — расстояние от оси передачи до оси пружины. За-

даваясь коэффициентом запаса $K_3 \in [1,1 ; 1,2]$, найдем расчетное значение осевой силы $P_p = P_{0\max} \cdot K_3$.

Зададим максимальную деформацию пружины h_{II} и индекс пружины $i_{II} = \frac{D_{0II}}{d_{II}}$, где D_{0II} — средний диаметр пружины, d_{II} — диаметр проволоки.

Подсчитаем коэффициент K_B , учитывающий увеличение напряжения во внутренней стороне витка по соотношению $K_B = \frac{4i_{II} + 2}{4i_{II} - 3}$.

Выбираем материал пружины и по справочникам находим допускаемое напряжение $[\sigma]$.

Находим диаметр проволоки, используя формулу $d_{II} = \sqrt{\frac{8P_p i_{II} K_B}{\pi[\sigma]}}$ и округляя найденное значение до ближайшего большего значения по ГОСТ 13766-86.

Находим средний диаметр $D_{0II} = i_{II} d_{II}$, наружный диаметр $D_{HII} = (i_{II} + 1) d_{II}$ и внутренний диаметр пружины $D_{BII} = (i_{II} - 1) d_{II}$.

Найдем эластичность пружины $s_{II} = \frac{8D_{0II}^3}{Gd_{II}^4}$, где G — модуль сдвига.

Далее находим число рабочих витков пружины $z_p = \frac{h_{II}}{s_{II} P_{0\max}}$.

Округляя полученное значение до ближайшего большего целого и добавляя к числу рабочих витков два опорных витка, находим общее число витков пружины.

Жесткость пружины подсчитаем по выражению $c_{II} = \frac{P_{0\max}}{h_{II}}$.

Крутильная жесткость пружины c , входящая в математическую модель инерционной передачи (п.2.5.4), найдется по формуле $c = c_{II} \cdot R_{II}^2$. Найденное значение крутильной жесткости позволяет строить периодические решения

дифференциальных уравнений движения передачи и ее внешнюю характеристику (п. 5.3).

6 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИНЕРЦИОННЫХ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ПОВЫШЕННОЙ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ

Основная задача экспериментальных исследований заключалась в проверке положений разработанной теории инерционных бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности. Результаты экспериментальных исследований опубликованы в работах [1, 195].

6.1 Описание экспериментального стенда

Для проведения экспериментальных исследований в научно-исследовательской лаборатории Южно-Уральского государственного университета был спроектирован и изготовлен опытный образец инерционной бесступенчатой передачи. Фотография экспериментального стенда представлена на рис. 6.1, а его принципиальная схема изображена на рис. 6.2.

Экспериментальный стенд включает двигатель Д с тиристорным управлением, позволяющим менять угловую скорость двигателя в пределах от 0 до 200 с^{-1} , клиноременную передачу с передаточным отношением $i_{pn} = 1$, импульсный механизм Левина с ведущей эпициклической шестерней и ведомой солнечной шестер-

ней, центральный кривошипно-ползунный механизм, зубчатую передачу и нагружающее устройство Т.

На выходном валу 1 импульсного механизма установлен эпицикл 2, входящий в зацепление с неуравновешенными «плавающими» сателлитами 3, которые, в свою очередь, входят в зацепление с солнечной шестерней 4, жестко закрепленной на промежуточном валу 5. На промежуточном валу также закреплен кривошип 6 центрального кривошипно-ползунного механизма. Конструкция предусматривала возможность ступенчатого изменения радиуса кривошипа. Значение радиуса выбиралось из ряда: 0,058; 0,063; 0,078; 0,083; 0,103 и 0,118 м. К кривошипу одним концом присоединен шатун 7. Другой конец шатуна шарнирно прикреплен к ползуну 8. Для удобства проведения экспериментальных исследований ползун выполнен в виде зубчатой рейки, входящей в зацепление с зубчатой шестерней 9, установленной на валу электромагнитного порошкового тормоза ПТ. Применение порошкового тормоза в качестве нагружающего устройства позволяет простым образом осуществлять двустороннее сопротивление на ползуне.

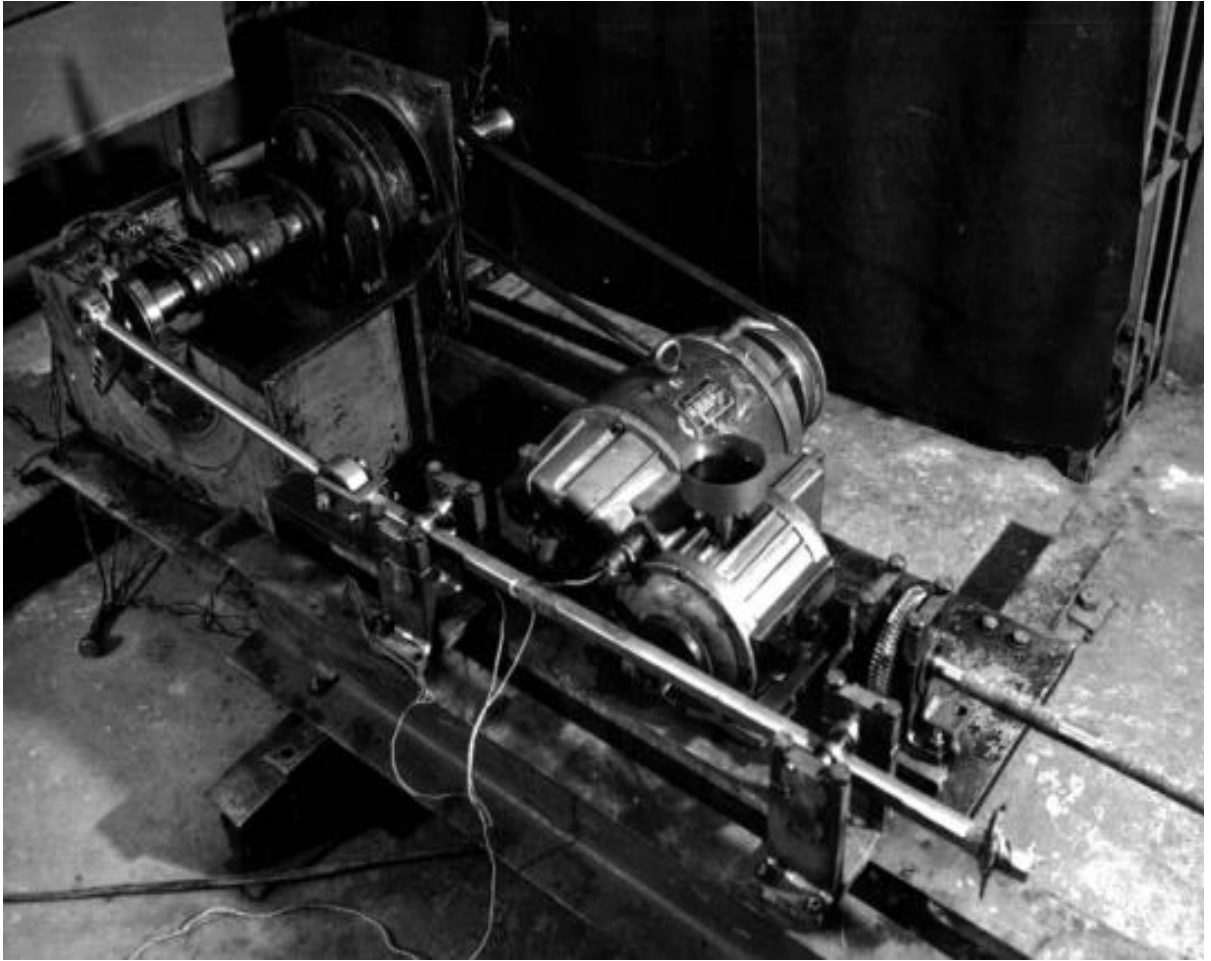


Рис. 6.1. Фотография экспериментального стенда

Соответствие экспериментального стенда и разработанной модели инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода устанавливалось по формуле

$$m_n = m_{зр} + m_{пр},$$

где $m_{зр}$ — масса зубчатой рейки;

$m_{пр}$ — приведенная к ползуну масса, звеньев, расположенных по кинематической цепи за зубчатой рейкой.

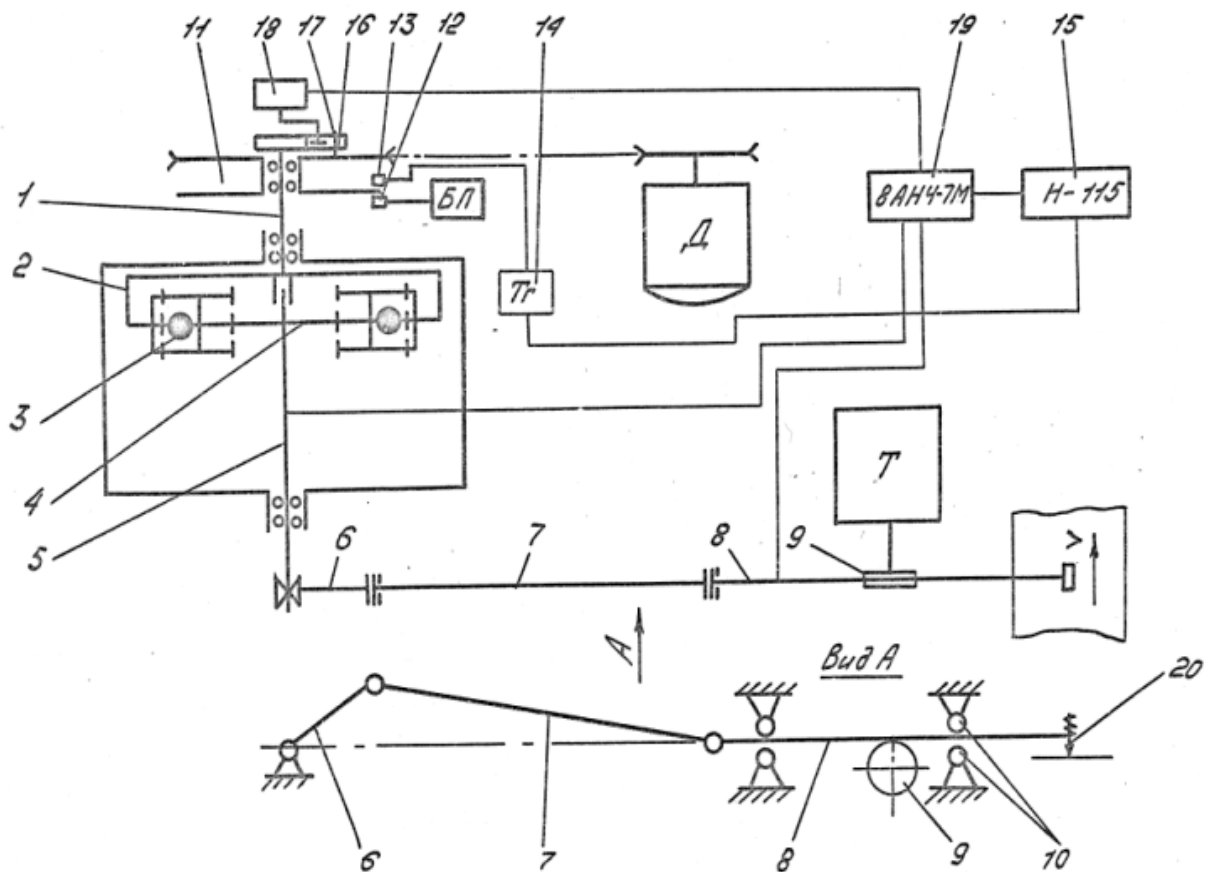


Рис. 6.2. Принципиальная схема экспериментального стенда

Выражение для массы m_{np} , определяемое из условия равенства кинетических энергий реальной и эквивалентной систем [196], имеет вид

$$m_{np} = \frac{J_C}{r_{зш}^2},$$

где J_C — момент инерции зубчатой шестерни 9 и вращающихся масс порошкового тормоза относительно оси вала тормоза;

$r_{зш}$ — радиус делительной окружности шестерни 9.

С целью уменьшения влияния сил трения ползун (зубчатая рейка) установлен на роликовых опорах 10.

Фотография импульсного механизма Левина представлена на рис. 6.3. На фотографии виден ленточный токосъемник.



Рис. 6.3. Фотография импульсного механизма Левина

Экспериментальный стенд работает следующим образом.

Вращение приводного двигателя передается через клиноременную передачу на выходной вал 1, затем эпицикл 2, неуравновешенные сателлиты 3. Инерционные силы вращающихся в относительном движении сателлитов 3 создают знакопеременные импульсы инерционного момента на промежуточном валу 5. При этом промежуточный вал совершает знакопеременное вращение, которое через

звенья кривошипно-ползунного механизма 6, 7 и 8 передается на шестерню 9. При этом ползун 8 совершает возвратно-поступательное движение. С увеличением силы сопротивления на ползуне уменьшается амплитуда движения ползуна, меняется скорость обкатки грузовых звеньев импульсного механизма. Происходит автоматическое изменение крутящего момента. Движущее усилие на ползуне увеличивается. Трансформация момента происходит на промежуточном валу импульсного механизма. В зависимости от силы сопротивления на ползуне и положения кривошипа инерционная передача работает или на режиме динамической муфты, или на режиме трансформации крутящего момента, или на режиме заторможенного промежуточного вала импульсного механизма.

Экспериментальный образец инерционной бесступенчатой передачи имел следующие параметры:

$$J_1 = 0,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, J_2 = 0,012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nJ_3 = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, nm = 10,5 \text{ кг}, a = 0,062 \text{ м}, \\ b = 0,025 \text{ м}, k = 0,087 \text{ м}, h = 0,025 \text{ м}, q = 0,95, m_1 = 2,6 \text{ кг}, m_2 = 2 \text{ кг}, m_{зп} = 3,5 \text{ кг}, \\ r_{зш} = 0,02 \text{ м}, l = 0,52 \text{ м}.$$

Для уменьшения влияния вибраций экспериментальный стенд был выполнен на жесткой раме и закреплен с помощью болтовых соединений и сварки.

6.2. Описание измерительной аппаратуры. Проведение эксперимента

В процессе экспериментальных исследований замерялись следующие показатели:

- 1) средняя угловая скорость входного вала 1;
- 2) вращающий момент на входном валу 1;
- 3) вращающий момент на промежуточном валу 5;
- 4) сила сопротивления на ползуне 8;
- 5) перемещение ползуна 8.

Позиции поставлены в соответствии с рис. 6.2.

Регистрация средней угловой скорости входного вала проводилась фотоэлектрическим методом. На входном валу был закреплен диск 11 с отверстием, распо-

ложенном на периферии. Напротив отверстия с одной стороны диска устанавливалась лампочка 12 с блоком питания БП, а с другой — фотодиод 13. Сигнал с фотодиода с помощью триггера 14 преобразовывался в импульс и регистрировался на осциллографе 15 (Н-115), отмечая один оборот входного вала.

Замер вращающего момента на входном валу осуществлялся тензодатчиками при использовании полумостовой схемы включения. Для исключения влияния поперечной силы от натяжения приводных ремней на входном валу 1 жестко закреплены четыре пластины 16. Вращение от шкива на входной вал передавалось через эти пластины с помощью поводков 17. На пластины были наклеены тензодатчики, сигнал с которых снимался с помощью концевого токосъемника 18 (ТРАК-1). Контакт в концевого токосъемнике осуществлялся через ртутную амальгаму. Для усиления сигнала использовался тензоусилитель 19 (8АНЧ-7М). Регистрация сигнала производилась с помощью осциллографа 15 (Н-115).

Замер вращающего момента на реакторе осуществлялся аналогичным образом. Отличие заключалось лишь в использовании токосъемника ленточного типа.

Для измерения силы сопротивления на ползуне также были использованы тензодатчики. Схема наклейки тензодатчиков предусматривала компенсацию влияния поперечных усилий от действия шестерни 9 и роликовых опор 10.

При проведении экспериментальных исследований использовались тензодатчики 2ПКБ-10-200Х. Тарировка тензодатчиков осуществлялась с помощью рычага с фиксированным плечом и разновесов.

Регистрация перемещения ползуна осуществлялась с помощью подпружиненного самописца 20, закрепленного на ползуне. След самописца отмечался на бумаге, перемещаемой лентопротяжным устройством. Скорость протяжки составляла 0,1 м/с. Такой способ замера отличается простотой и, вместе с тем, позволяет получить наглядные результаты, так как регистрация перемещения осуществляется в натуральную величину.

При работе экспериментального стенда возможны следующие основные режимы:

1. Режим динамической муфты. На этом режиме звенья импульсного механизма вращаются как одно целое с небольшими относительными колебаниями. Ползун кривошипно-ползунного механизма совершает возвратно-поступательное движение с максимальной амплитудой.

2. Режим трансформации момента, при котором ползун совершает возвратно-поступательное движение от одной мертвой точки до другой с наложенными высокочастотными колебаниями. Существование такого режима можно предсказать теоретически. Действительно, для импульсного механизма на основании теоремы о производной по времени от момента количества движения относительно оси можно записать

$$\frac{dL_0}{dt} = \sum_i M_{io}^e,$$

где M_{io}^e — моменты внешних сил относительно оси импульсного механизма.

Рассматривая установившийся режим работы, после интегрирования получим

$$\int_0^{t_u} \sum_i M_{io}^e dt = 0.$$

Используя теорему о среднем значении интеграла, найдем

$$M_{\text{дср}} - M_{\text{срр}}^+ + M_{\text{срр}}^- = 0,$$

где $M_{\text{дср}}$ — среднее значение момента двигателя;

$M_{\text{срр}}^+, M_{\text{срр}}^-$ — среднее значение момента сопротивления соответственно за положительную и отрицательную части цикла.

Таким образом, значение момента $M_{\text{срр}}^+$ больше значения момента $M_{\text{срр}}^-$ на величину среднего значения момента двигателя $M_{\text{дср}}$, поэтому даже при условии $P_1 = |P_2|$ возможен режим работы, при котором ползун совершает возвратно-поступательное движение с наложенными высокочастотными колебаниями. Периодический режим при этом происходит за несколько оборотов грузового звена в относительном движении.

Возможность работы инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода на описанном режиме значительно расширяет область их возможного применения. В частности, становится возможным использование инерционных передач в выполнении технологических операций, требующих полной амплитуды движения ползуна. Наложённые высокочастотные колебания при этом будут способствовать интенсификации технологических процессов.

3. Режим трансформации момента, определяемый одним оборотом грузовых неуравновешенных звеньев. На этом режиме ползун совершает колебания относительно определенного положения. Средняя угловая скорость реактора для этого режима равняется нулю.

4. Возможны устойчивые периодические режимы, определяемые несколькими оборотами неуравновешенных грузовых звеньев, но без движения ползуна от одной мертвой точки до другой с достижением этих точек. В этом случае скорее надо говорить не о периодических, а о квази-периодических режимах работы инерционной передачи. Существование таких режимов рассмотрено в параграфах 4.1 и 4.2.

5. Режим заторможенного ползуна. На этом режиме звенья кривошипно-ползунного механизма и промежуточный вал импульсного механизма неподвижны, а приводной двигатель вращается, что объясняется тем, что импульсный механизм имеет две степени свободы. При таком режиме осуществляется защита двигателя от перегрузок в моменты заклинивания рабочего органа. На практике за счет зазоров и упругостей звенья кривошипно-ползунного механизма и промежуточный вал совершают небольшие колебания и в случае заторможенного ползуна.

Существование отмеченных режимов подтверждено экспериментально.

Экспериментальные исследования проводились следующим образом.

1. После прогрева и подготовки к работе измерительной аппаратуры, варьированием числа оборотов электродвигателя и величины момента сопротивления порошкового тормоза устанавливался режим работы инерционной передачи, при котором ползун совершал полный ход с наложенными знакопеременными колебаниями. Проводилась запись показаний тензодатчиков и фотодиода на осцилло-

графе Н-115 и регистрация перемещения ползуна на ленте за один полный оборот промежуточного вала импульсного механизма. Скорость протяжки осциллографической фотобумаги составляла 0,25 м/с.

2. Изменением момента сопротивления порошкового тормоза осуществлялся переход работы инерционной передачи на периодический режим, определяемый одним поворотом грузовых неуравновешенных звеньев в относительном движении. Промежуточный вал и ползун при этом совершали колебания относительно определенного положения. На этом режиме изменялась сила сопротивления на ползуне и через каждые 100 Н проводилась регистрация и запись показаний измерительной аппаратуры. Изменение силы сопротивления производилось до стопового режима. Показания тензодатчиков регистрировались и для аналогичных режимов трансформации момента с различными значениями угловой скорости ведущего вала.

3. После отсоединения электромагнитного порошкового тормоза инерционная передача выводилась на режим динамической муфты, и на этом режиме проводилась регистрация перемещения ползуна при различных значениях угловой скорости ведущего вала.

4. Варьированием угловой скорости ведущего вала и величины силы сопротивления на ползуне с помощью порошкового тормоза устанавливался квазипериодический режим работы инерционной бесступенчатой передачи.

Таким образом, экспериментальные исследования инерционной передачи без механизма свободного хода проводились на всех отмеченных в этом параграфе режимах работы.

6.3. Обработка осциллограмм. Сравнение результатов экспериментальной и теоретической исследований

Осциллограммы момента двигателя M_D , момента сопротивления M_C и силы сопротивления на ползуне P_C снимались на самопроявляющуюся на свету осцил-

логографическую бумагу, темнеющую со временем. Поэтому сразу после проявления осциллограммы были переведены на кальку.

Обработка осциллограмм и графиков перемещений проводилась по следующей методике [197-199]:

1. Результаты измерений заносились в таблицу.
2. Определялось среднее значение n измеренных величин по формуле

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k .$$

3. Вычислялась погрешность каждого измерения $\Delta a_k = \bar{a} - a_k$.
4. Находилась средняя квадратичная погрешность

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (\Delta a_k)^2}{n(n-1)}} .$$

5. Определялся коэффициент Стьюдента $t_{\alpha n}$ [197]. При этом значение коэффициента надежности α принималось равным 0,95.

6. Вычислялась погрешность серии измерений $\Delta a = t_{\alpha n} \cdot S_n$.
7. Записывался окончательный результат измерений $a = \bar{a} \pm \Delta a$.
8. Определялась относительная погрешность результатов серии измерений

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{\bar{a}} \cdot 100\% .$$

Приведем пример расчета средней угловой скорости ведущего вала по осциллограммам, аналогичным представленным на рис.6.4.

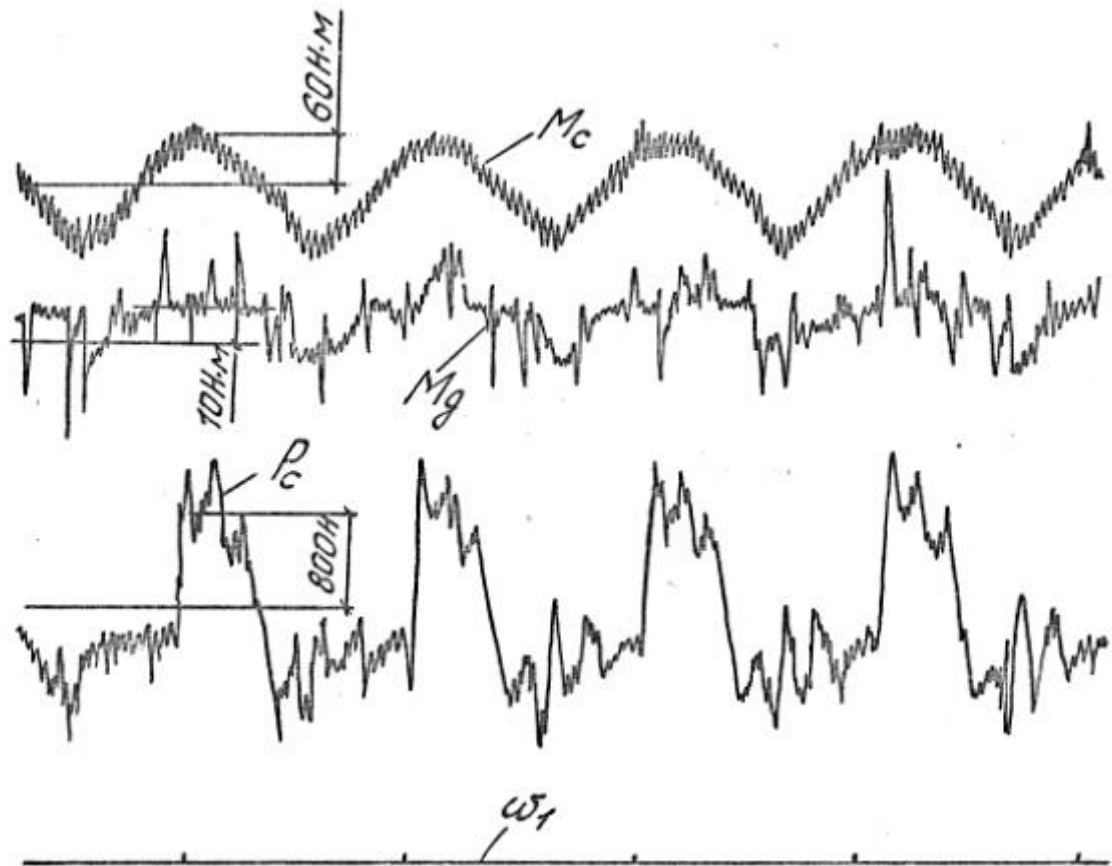


Рис.6.4. Осциллограммы моментов M_D , M_C и силы P_C на режиме трансформации ($\omega_1 = 55\text{с}^{-1}$)

Время, за которое происходит один оборот ведущего вала, для каждого замера определялось по формуле $t = l/v$, где l — длина записи в метрах между двумя соседними всплесками от фотодиода ФД-I; v — скорость протяжки осциллографической ленты (0,25 м/с). Тогда средняя угловая скорость ведущего вала для каждого замера найдется из соотношения $\omega_1 = 2\pi/t = 2\pi v/l$.

По результатам замеров составим ряды, первые несколько значений которых представлены в табл. 6.1

Таблица 6.1. Результаты замеров

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	...

$l, м$	0,028	0,029	0,029	0,029	0,028	0,028	0,029	...
$t, с$	0,112	0,116	0,116	0,116	0,112	0,112	0,112	...
$\omega_1, с^{-1}$	56	54	54	54	56	56	54	...

Полные ряды содержат гораздо больше значений, поэтому в табл. 6.1 не приводятся.

Статистическая обработка результатов проводилась с помощью компьютерной программы SPSS. Результаты обработки по процедуре ‘DescriptiveStatistics’ [199] приводятся в табл. 6.2.

Таблица 6.2. Угловая скорость ведущего вала, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$

N Valid	112
Missing	0
Mean	54,7143
Std. Error of Mean	0,10415
Median	54,5000
Std. Deviation	1,10224
Variance	1,215
Skewness	-0,067
Std. Error of Skewness	0,228
Kurtosis	-1,421
Std. Error of Kurtosis	0,453
Range	3,00
Minimum	53,00
Maximum	56,00

95% доверительный интервал найдем с помощью процедуры ‘Explore’ [199]. Результаты обработки приводятся в табл. 6.3.

Таблица 6.3. Угловая скорость ведущего вала $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Descriptives.	Statistic	Std. Error
---------------	-----------	------------

Mean		54,7143	0,10415
95% Confidence Interval For Mean	Lower Bound	54,5079	
	Upper Bound	54,9207	
5% Trimmed Mean		54,7381	
Range		3,00	
Interquartile Range		2,00	

Окончательный результат запишем в виде $\omega_1 = 54,7143 \pm 0,2064\text{с}^{-1}$.

При этом относительная погрешность равняется

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega_1}{\bar{\omega}_1} \cdot 100\% = 0,38\% .$$

Время цикла, подсчитанное аналогичным образом для тех же осциллограмм, составляет $t_{\text{цр}} = 0,12 \pm 0,2\text{с}$. Для сравнения, время цикла, вычисленное теоретически по формуле () имеет значение $t_{\text{цт}} = 0,1204\text{с}$.

На рис.6.5 представлен график зависимости момента сопротивления M_C от времени, построенный по результатам теоретических исследований. Значения силы сопротивления P_1 и P_2 принимались равными $P_1 = 800\text{Н}$, $P_2 = -460\text{Н}$.

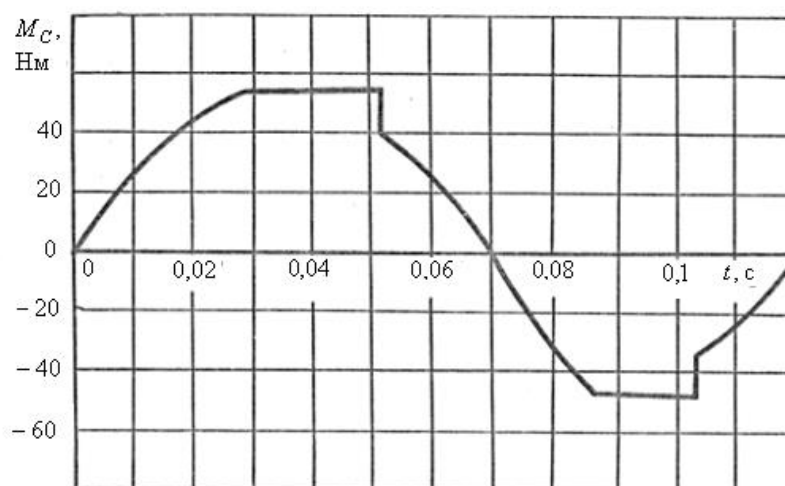


Рис.6.5. Теоретический график зависимости момента M_C от времени

Сравнение с экспериментальными данными (рис.6.4) показывает хорошую сходимость результатов теоретических и экспериментальных исследований.

На рис. 6.6 представлены осциллограммы момента M_C и силы P_C на режиме трансформации, при котором средняя скорость ведущего вала составляла 40 с^{-1} .

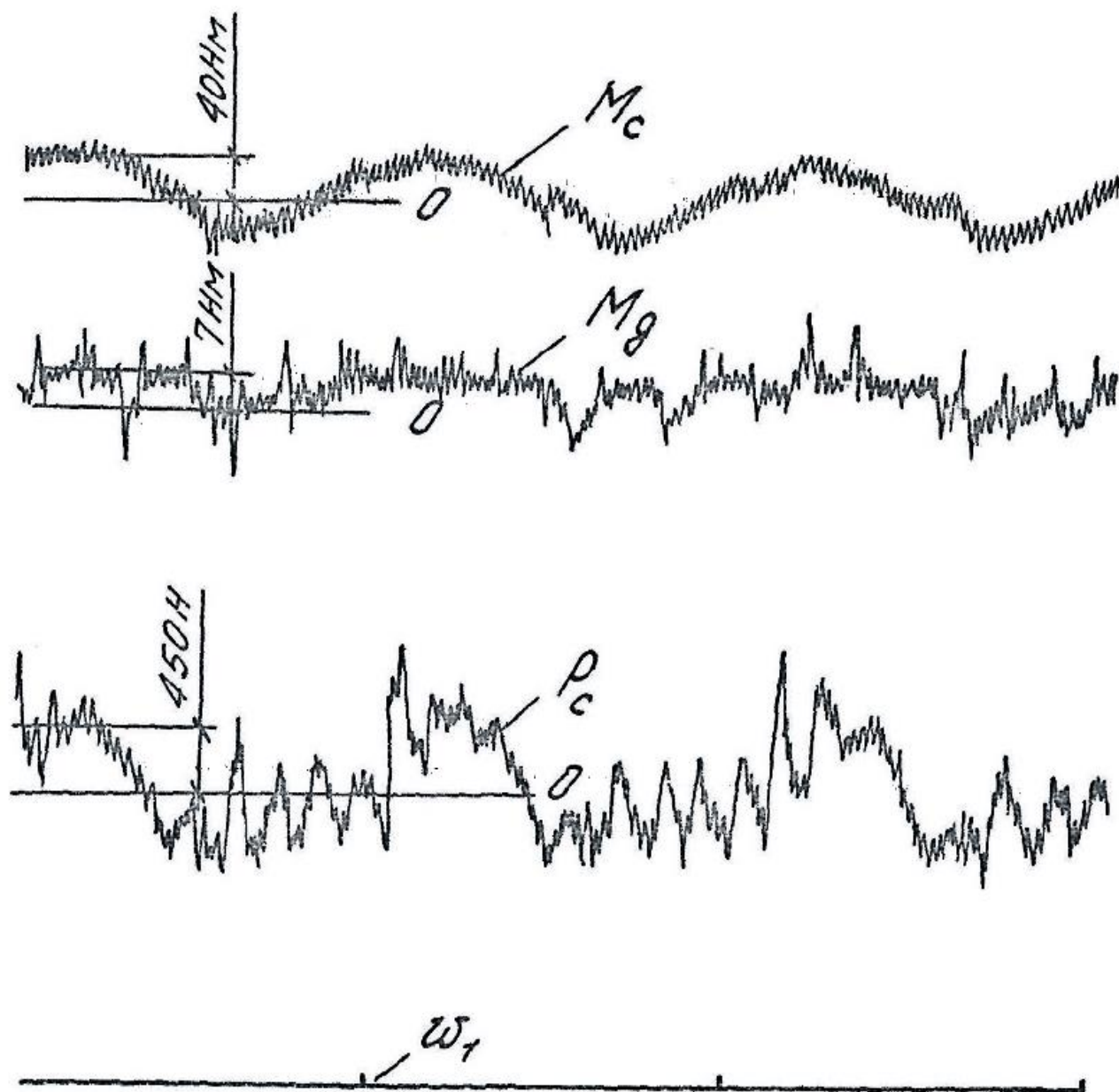


Рис.6.6. Осциллограммы моментов M_D , M_C и силы P_C на режиме трансформации ($\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}$)

На рис.6.7 изображены осциллограммы, полученные на режиме трансформации момента при различных значениях силы сопротивления P_C . Средняя скорость ведущего вала не менялась и составляла 68 с^{-1} .

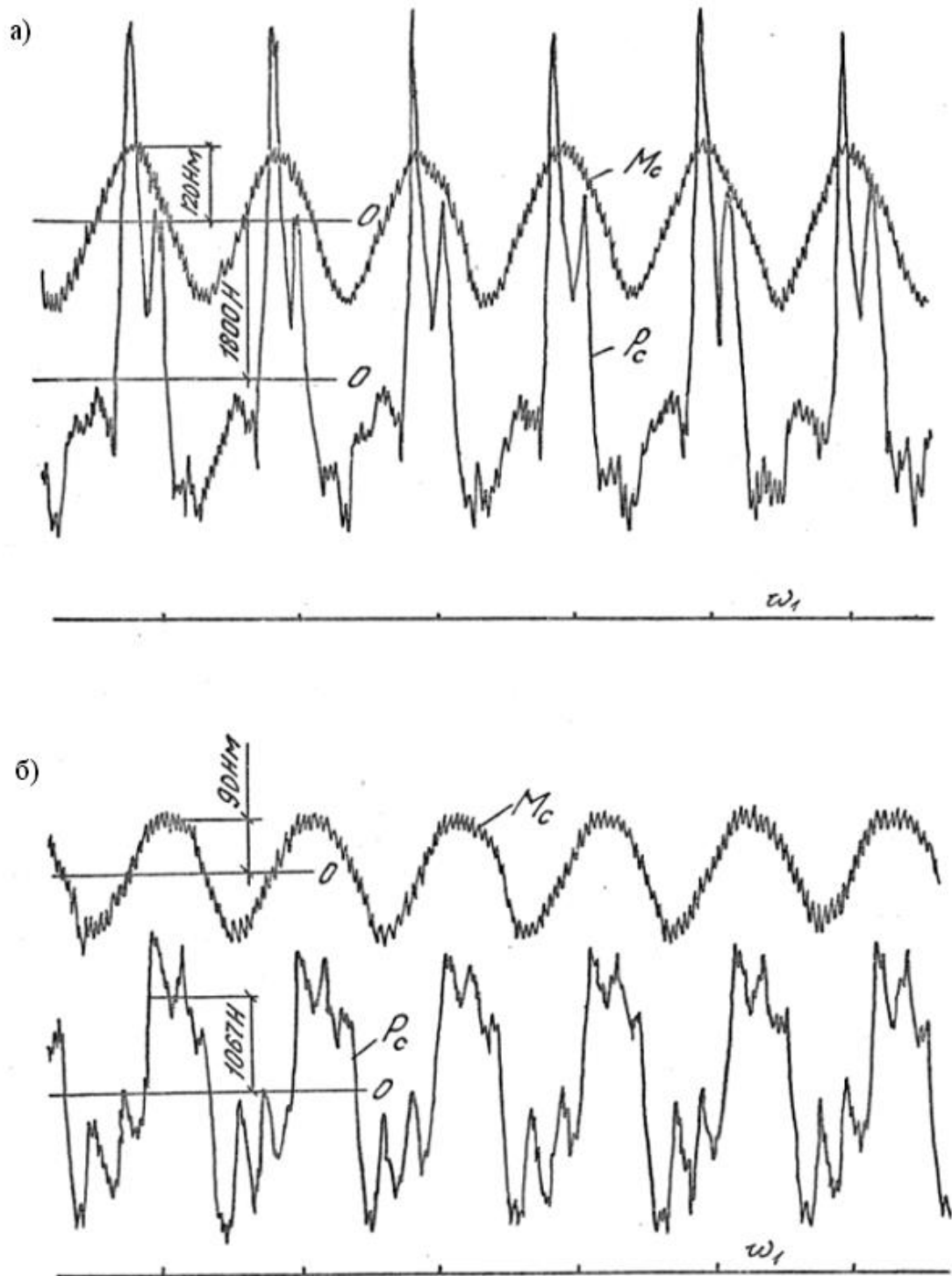


Рис.6.7. Осциллограммы момента M_C и силы P_C на режиме трансформации

Анализ осциллограмм показывает, что с увеличением силы сопротивления P_C происходит автоматическое увеличение момента M_C . Для осциллограмм, изображенных на рис. 6.7а), значения силы сопротивления P_1 и P_2 принимались равными $P_1 = 1800$ Н, $P_2 = -720$ Н. При этом среднее значение момента M_C за цикл составило 153 Нм. Значения момента на отрицательном импульсе брались по абсолютной величине. Среднее значение момента M_C , подсчитанное теоретически, составило 132 Нм. Для осциллограмм, представленных на рис. 6.7б), было принято $P_1 = 1067$ Н, $P_2 = -700$ Н. Расчеты среднего значения момента M_C по теоретическим и экспериментальным исследованиям дали следующие результаты: $M_{C\text{ ср.теор}} = 102$ Н·м, $M_{C\text{ ср.эксп}} = 114$ Н·м. Расхождение результатов экспериментальных и теоретических расчетов лежит в пределах 15%. В целом, расхождение результатов теоретических и экспериментальных исследований не превысило 20 %, что свидетельствует о правильности сделанных теоретических положений и полученных результатов.

Перемещение ползуна. Регистрация перемещения ползуна производилась на всех основных режимах инерционной передачи с рычажным механизмом на выходе.

На рис.6.8 дано графическое представление в масштабе 1:1 перемещения ползуна на режиме динамической муфты при различных угловых скоростях ведущего вала. Режим динамической муфты с точки зрения исследований особого интереса не вызывает и в данной работе приводится лишь как констатация факта существования такого режима.

Кривые, характеризующие перемещение ползуна на режиме трансформации момента, при котором на основное движение накладываются высокочастотные колебания, представлены на рис. 6.9 и 6.10. Рис. 6.9 соответствует прямому ходу ползуна, рис. 6.10 — обратному ходу.

Нетрудно видеть, что амплитуда движения ползуна за одно высокочастотное колебание является переменной и уменьшается по мере приближения к мертвым точкам.

Графики перемещения ползуна при различных значениях силы сопротивления представлены на рис. 6.11. Средняя угловая скорость ведущего вала оставалась постоянной величиной. Средняя угловая скорость ведомого вала импульсного механизма равнялась нулю. Рисунку 6.11 соответствуют, таким образом, режимы трансформации момента, при которых ползун совершает колебания относительно некоторого фиксированного положения. С увеличением силы сопротивления амплитуда колебаний ползуна уменьшается.

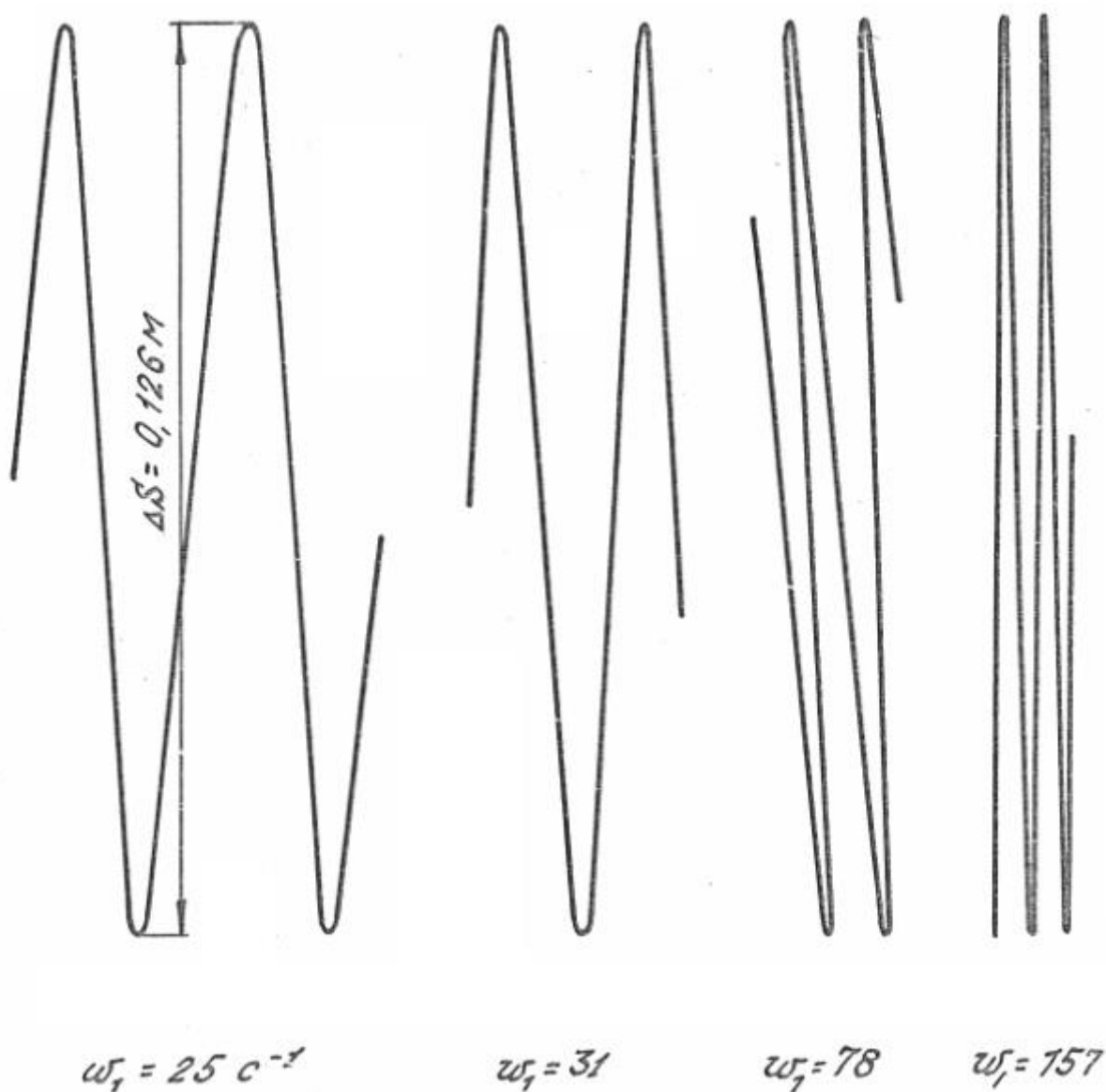


Рис. 6.8. Перемещение ползуна на режиме динамической муфты

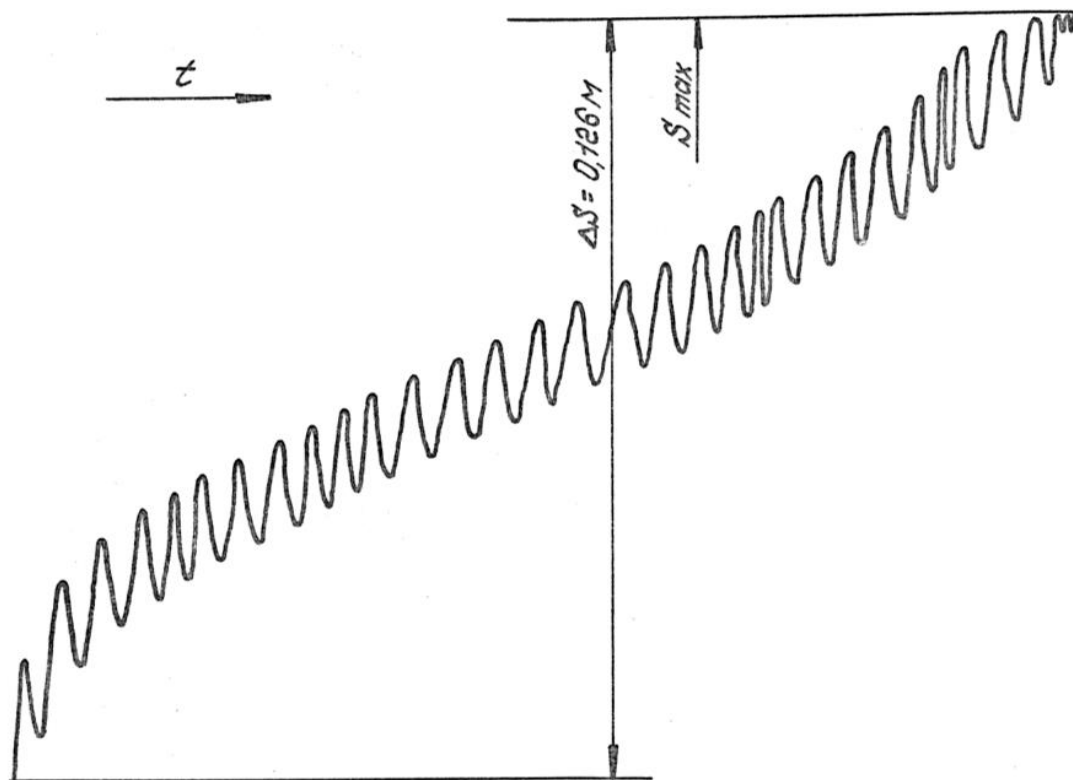


Рис. 6.9. Перемещение ползуна на режиме трансформации момента ($\omega_2 \neq 0$).
Прямой ход

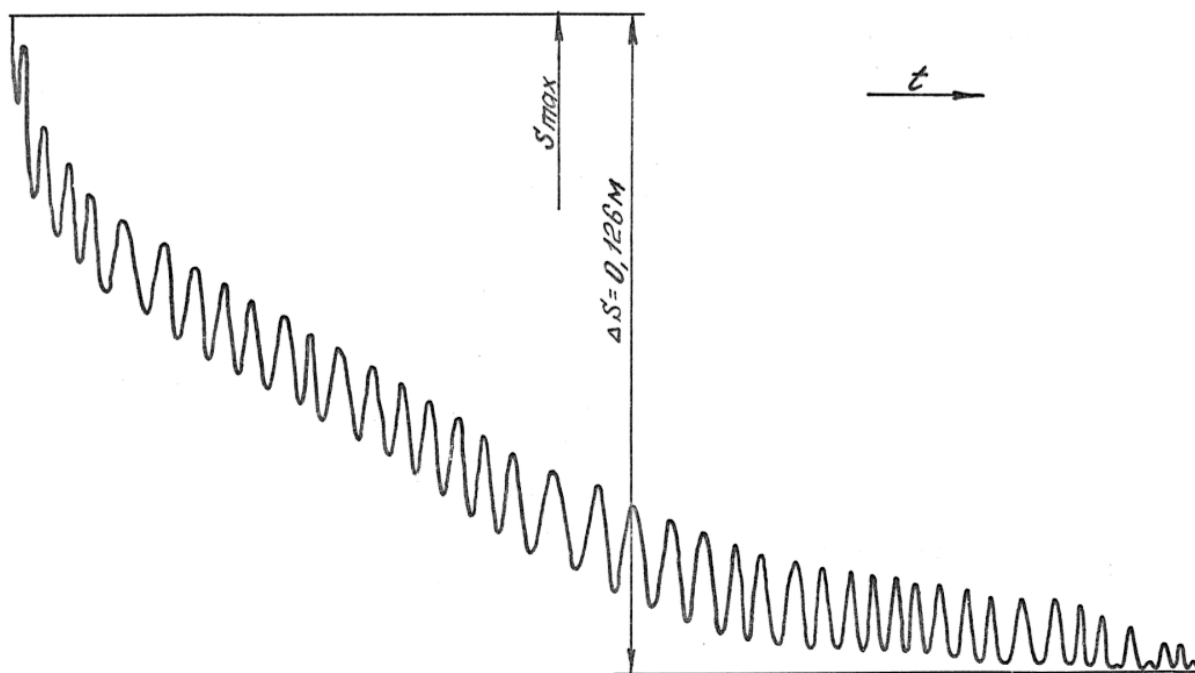


Рис. 6.10. Перемещение ползуна на режиме трансформации момента ($\omega_2 \neq 0$).
Обратный ход

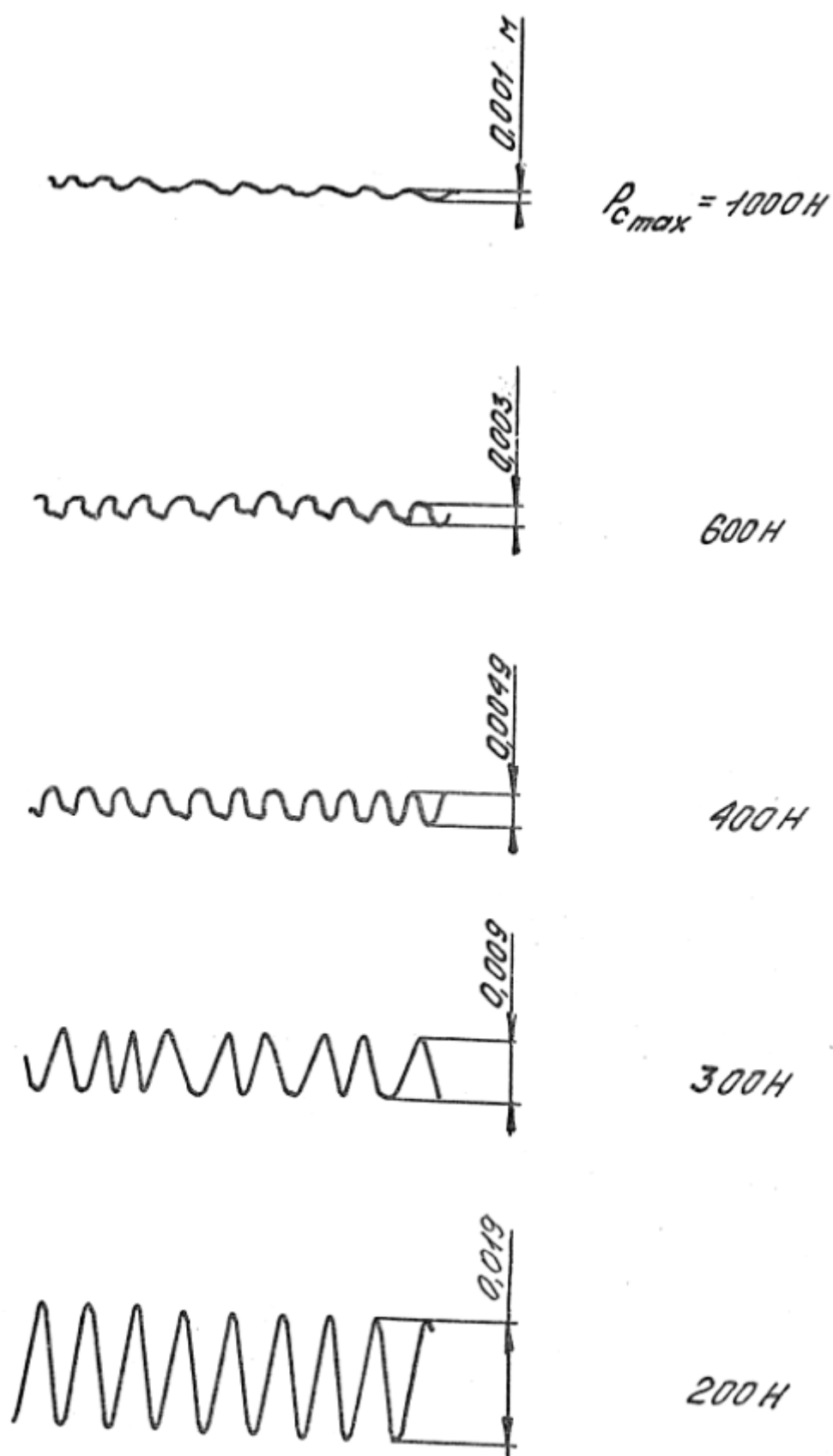


Рис. 6.11. Перемещение ползуна на режиме трансформации момента ($\omega_2 = 0$)

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

1. Проведен анализ существующих конструкций инерционных передач с выявлением их слабых и сильных сторон и возможностей повышения нагрузочной способности. Проведена оценка перспективных областей применения инерционных передач с учетом вибрационного характера подачи крутящего момента на выходной вал и рабочий орган. Перспективными для применения инерционных передач являются машины и механизмы, принцип действия которых основан на использовании вибрационных и колебательных процессов. Изучен опыт создания ошибочных конструкций передач без слабых узлов – МСХ. На основе проведенного анализа и опыта эксплуатации инерционных передач намечены пути возможного повышения их нагрузочной способности: 1) создание конструкций МСХ повышенной нагрузочной способности; 2) разработка конструкций инерционных передач с одним выходным МСХ; 3) разработка конструкций инерционных передач без МСХ; 4) совершенствование математических моделей и методов исследований инерционных передач. Все эти направления реализованы в данной диссертации. Выявлены перспективные схемы инерционных передач, а именно: передачи с одним выходным МСХ и без МСХ.

2. Разработано новое семейство механизмов переменной структуры – инерционных бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности, которое включает инерционные передачи с одним выходным МСХ, обеспечивающие режим прямой передачи, инерционные передачи без МСХ с упругой и без упругой связи, инерционные передачи без МСХ для реверсивного инструмента и с шарнирно-рычажными механизмами, инерционные передачи на основе МСХ релейного типа. Снижение числа слабых узлов (МСХ) в конструкции инерционных передач и использование энергии обратного импульса приводит к снижению напряжений (в $\pi/2$ раз) в звеньях и повышению нагрузочной способности передач. Показано, что в некоторых случаях можно обеспечить постоянную величину крутящего момента на ведомом валу, при этом резко (в π раз) снизить максимальные нагрузки в передаче при фиксированной величине среднего момента. Показаны

возможности осуществления режима работы при одностороннем вращении ведомого вала с наложенными высокочастотными знакопеременными колебаниями и при одностороннем сопротивлении на рабочем органе. Выявлены перспективы применения инерционных передач без МСХ с реверсивным режущим инструментом. Предложены схемы МСХ релейного типа. Доказано, что в таких механизмах нагрузки на наиболее слабые звенья (заклинивающие элементы) могут быть снижены на порядок и более. Разработана методика расчета механизмов свободного хода релейного типа. В приведенном примере расчета показано, что нагрузки на заклинивающие элементы (ролики) снижены на порядок по сравнению с исходной роликовой обгонной муфтой. При этом габаритные размеры механизма свободного хода релейного типа практически не отличались от габаритных размеров исходной роликовой обгонной муфты. Причем потенциал снижения нагрузок был далеко не исчерпан. Исследованы нелинейные колебания звеньев механизмов свободного хода релейного типа. Построены решения дифференциальных уравнений движения предложенных механизмов, включая периодические решения.

3. Созданы основы теории разработанного семейства механизмов, включающей в себя: разработанные методы математического моделирования, анализа и исследования механизмов переменной структуры путем преобразования динамических систем переменной структуры к динамическим системам постоянной структуры; разработанные специальные функции и новые методы аппроксимации ступенчатых, кусочно-линейных и обобщенных функций. Основываясь на доказанных автором теоремах, рассмотрены вопросы погрешности и сходимости разработанных методов, выявлена их быстрая сходимость. Предложенные методы позволили совершенствовать математические модели инерционных передач и записать эти модели не в виде совокупности систем дифференциальных уравнений по участкам, как это делалось ранее, а в виде только одной системы за весь цикл движения, что значительно упростило исследование режимов движения инерционных передач, построение периодических решений и исследование их устойчивости. Новые математические модели были предложены для таких видов и схем инерционных бесступенчатых передач, как:

- общая жесткая схема инерционной бесступенчатой передачи;
- общая упругая схема инерционной бесступенчатой передачи;
- инерционная передача с одним корпусным механизмом свободного хода;
- инерционная передача с одним выходным механизмом свободного хода;
- инерционная передача без механизмов свободного хода без учета упругостей;
- инерционная передача без механизмов свободного хода с учетом упругостей;
- инерционная передача с рычажным механизмом.

Разработанные методы являются универсальными и их возможные области применения выходят далеко за рамки инерционных передач, вплоть до вопросов квантовой механики и атомной науки и техники. Проведен анализ динамических процессов в инерционных передачах, найдены аналитические и численные решения систем существенно нелинейных дифференциальных уравнений движения инерционных передач. Аналитические решения получены различными методами: малого параметра, последовательных приближений и разложения в степенные ряды. Сравнительный анализ показал преимущество метода малого параметра. Изучены нелинейные колебания инерционных передач. Построены периодические решения дифференциальных уравнений на холостом и рабочем режимах работы с анализом их устойчивости. Выявлено большое многообразие возможных видов периодических и квазипериодических решений. Исследованы резонансные режимы работы инерционных передач. Для подтверждения результатов исследований, полученных с помощью аналитических методов, разработаны компьютерные программы для применения численных методов расчета, включающие такие аспекты, как:

- аппроксимация функции Хевисайда, δ — функции (функции Дирака) и её производных;
- построение зубчатого профиля с помощью предложенной аппроксимирующей процедуры;

- численная проверка предложенных методов аппроксимации ступенчатых функций на примере динамики инерционной бесступенчатой передачи, выполненной по общей схеме;
- численная проверка предложенных методов аппроксимации ступенчатых функций на примере динамики инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода;
- численное сравнение методов аппроксимации ступенчатых функций на примере динамики релейного механизма свободного хода;
- численная проверка методов аппроксимации на примере исследований характеристики жесткости подвески автомобиля;
- численное решение системы дифференциальных уравнений движения инерционной передачи с одним выходным механизмом свободного хода.

Сравнительный анализ результатов аналитических и численных расчетов подтвердили их хорошую сходимость, правильность сделанных положений и предпосылок аналитических исследований.

Разработаны методики инженерного расчета инерционных передач повышенной нагрузочной способности, построены их внешние характеристики. Показано, что внешние характеристики близки к идеальной. Даны рекомендации по выбору параметров инерционных передач повышенной нагрузочной способности.

4. Проведены экспериментальные исследования инерционных передач, подтвердившие правильность результатов теоретических исследований. Для проведения экспериментальных исследований изготовлен стенд, включающий двигатель с тиристорным управлением, клиноременную передачу, импульсный механизм Левина с ведущей эпициклической шестерней и ведомой солнечной шестерней, центральный кривошипно-ползунный механизм с изменяющимся радиусом кривошипа, зубчатую передачу и нагружающее устройство. В процессе экспериментальных исследований замерялись следующие показатели:

- средняя угловая скорость ведущего вала;
- вращающий момент на ведущем валу;

- вращающий момент на промежуточном валу;
- сила сопротивления на ползуне;
- перемещение ползуна.

Рассматривались основные режимы: 1) динамической муфты; 2) трансформации момента, при котором ползун совершает возвратно-поступательное движение от одной мертвой точки до другой с наложенными высокочастотными колебаниями; 3) трансформации момента, определяемый одним оборотом грузовых неуравновешенных звеньев; 4) заторможенного ползуна; 5) периодические режимы, определяемые несколькими оборотами неуравновешенных грузовых звеньев.

Получены осциллограммы вращающего момента, момента сопротивления и силы сопротивления на ползуне при различных режимах работы передачи. Проведена обработка результатов экспериментальных исследований. Проведенный сравнительный анализ результатов экспериментальных и теоретических исследований подтвердил их хорошую сходимость, правильность теоретических положений и выводов.

5. Результаты проведенных исследований внедрены в производство, что позволяет говорить о целостности выполненной работы, начиная с постановки проблемы, анализа ситуации, выявления путей решения поставленной проблемы, заканчивая результатами внедрения после проведения комплексных теоретических и экспериментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алюков С.В. Динамика инерционного трансформатора вращающего момента без механизмов свободного хода: дисс... канд.техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1983. – 198 с.
2. Крайнев А.Ф.Словарь-справочник по механизмам. –2-е изд., перераб. и доп.– М.: Машиностроение, 1987. –560 с.

3. Большой энциклопедический словарь. Серия: Современная энциклопедия. АСТ, Астрель, 2008. – 1248 с.
4. Большая советская энциклопедия. Гл. ред. А.М. Прохоров, 3-е изд. Т. 1-30. – М.: Советская энциклопедия, 1969-78.
5. Политехнический словарь. Гл. ред. И.И. Артоболевский. – М.: Советская энциклопедия, 1976. – 608 с.
6. А.с. 1506176 СССР, МПК F 04 D 27/00. Лопастная машина / С.В. Алюков. – опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1989. – № 33.
7. А.с. 1629609 СССР, МПК F 04 C 2/04. Регулируемый шестеренный насос / С.В. Алюков, В.А. Яковлев. – опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1991. – №7.
8. А.с. 1809171 СССР, МПК F 04 D 27/00. Лопастная машина / С.В. Алюков, А.Г. Харченко, В.А. Яковлев. – опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1993. – №14.
9. Алюков С.В. Семейство механизмов и машин с фрикционным бесступенчатым приводом на основе принципа регулируемого скольжения // IV Международная научно-техническая конференция по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. – Владимир, ВПИ, 1992. – С. 13 - 14.
10. Алюков С.В. Фрикционные бесступенчатые передачи на основе принципа регулируемого скольжения // Бесступенчатые передачи, приводы машин и промышленное оборудование: сб. тез. докл. I Международной науч.- техн. конфер. – Калининград, КГТУ, 1997. – С. 9.
11. Баженов С. П. Бесступенчатые передачи тяговых и транспортных машин / С. П. Баженов. – Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2003. – 81 с.
12. Гребеньков Д.В. Метод прогнозирования технического ресурса инерционной гидродифференциальной автоматической передачи мобильных машин: дис... канд. техн. наук. – М.: Моск. гос. техн. ун-т «МАМИ», 2005. – 167 с.
13. Дедяев М.И. Выбор и обоснование параметров инерционного бесступенчатого автоматического трансформатора момента городского автобуса: дис... канд. техн. наук. – М.: Моск. гос. техн. ун-т «МАМИ», 2008. – 181 с.

14. Набиев И.С. Разработка и обоснование рациональных схем инерционных трансформаторов вращающего момента для транспортных средств: дис... канд. техн. наук. – Ижевск: ИжГТУ, 2003. – 152 с.
15. Новожилов Б. А. Обоснование и выбор параметров гидродифференциального выпрямителя момента инерционной автоматической бесступенчатой передачи мобильных машин: автореф. дисс... канд. техн. наук. – М.: Моск. гос. техн. ун-т «МАМИ», 2000. – 16 с.
16. Умняшкин В.А., Первой А.Д. Бесступенчатые передачи и перспективы их применения на мотоциклах// Серия «Мотовелопромышленность». –М.: НЛИН автопром, 1970. – №1.– С. 1-8, 1970. – №2. –С. 1-9.
17. Умняшкин В.А., Сорока И.Ф. Динамика импульсивной инерционной передачи в приводе мотоцикла // Инерционно-импульсные механизмы, приводы и устройства. –Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1974. –№ 134. –С. 218 – 219.
18. Патент № 2294468 РФ, МПКФ 16 Н 33/14. Бесступенчатая механическая передача / В.П. Бондалетов, А.А. Заплаткин, И.В. Наганова и др. – опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». –М., 2010. – № 21.
19. Патент № 2453750 РФ, МПКФ 16 Н 33/14. Бесступенчатая импульсная передача / С.А. Андреев, В.В. Громов, М.Г. Маринин и др. – опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2012. – № 17.
20. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). –М.: Машиностроение, 1981.
21. Пожбелко В. И. Инерционно-импульсные приводы машин с динамическими связями. – М.: Машиностроение, 1989. – 136 с.
22. Белоглазов В.Г. Научные основы нового направления развития и использования зубчатых планетарных инерционно-импульсных механических систем: дисс... д-ра техн. наук. –Донецк: Донецкий техн ун-т, 1994. –605 с.
23. Куница А.В. Развитие теории функционирования зубчатых планетарных инерционно- импульсных механических систем: дисс... д-ра техн. наук. – Горловка: Донецкий нац. техн. ун-т, 2004.– 402с.

24. А.с. 153817 СССР, Класс F 06 h; 47h, 12. Бесступенчатая инерционная импульсная передача для транспортных машин / М.Ф. Балжи. –опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1963. – №7.
25. Балжи М.Ф. Инерционный бесступенчатый трансформатор крутящего момента: дисс... д-ра. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1970. – 168 с.
26. Балжи М.Ф. Лабораторные испытания инерционного бесступенчатого трансформатора крутящего момента// Расчет и конструирование машин. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1957. – дополнение к вып. №10. – С. 61 – 70.
27. Полецкий А.Т., Поляков А.П. Исследование движения реактора инерционного трансформатора крутящего момента // Теория машин и механизмов. –М.: Наука, 1964, –№98-99. – С. 83 – 87.
28. Полецкий А.Т., Васин Г.Г. К интегрированию уравнений инерционного трансформатора момента // Динамика машин. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 64 – 69.
29. Васин Г.Г. Основы теории инерционных импульсных механизмов переменной структуры: дисс... д-ра техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1970. – 375 с.
30. Васин Г.Г. Состояние проблемы по инерционно-импульсным системам и перспективы их использования в современном машиностроении// III Всесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. –Челябинск, 1982. –С. 2 – 3.
31. Васин Г.Г. Состояние проблемы по инерционно-импульсным системам и перспективы их применения в технике // IV Всесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. – Челябинск, 1977. – С. 3 – 4.
32. Диковский А.Ф. Динамика упругого микрохрапового механизма свободного хода в инерционном трансформаторе вращающего момента: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1967. – 214 с.

33. Крупицкий С.М. Исследование инерционной передачи на режиме динамической муфты: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1972. – 202 с.
34. Болдырев Р.Н. Исследование механических характеристик инерционных трансформаторов крутящего момента: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1972. – 190 с.
35. Умняшкин В.А. Динамика инерционного трансформатора момента с центробежно-инерционным аккумулятором энергии // Известия вузов. Машиностроение, 1966. – № 4. – С. 97 –102.
36. Умняшкин В.А. Динамика инерционных автоматических вариаторов// Исследование и расчет механических передач. – Ижевск: Удмуртия, 1966. – С. 24 – 28.
37. Ганькова Т.А. Обоснование выбора параметров инерционного трансформатора на основе анализа методов построения и оптимизации внешней характеристики: дисс... канд. техн. наук. –Ковров: Ковров. гос. технол. акад., 2004. – 161 с.
38. Белецкий А.В. Математическое моделирование и выбор оптимальных проектных решений в САПР преобразователей момента инерционных передач: дисс... канд. техн. наук. –Липецк: ЛГТУ, 2005. – 149 с.
39. Филимонов В. Н. Внешняя характеристика и оптимизация параметров инерционного трансформатора вращающего момента с двигателем внутреннего сгорания: автореф. дисс... канд. тех. наук. – Владимир: ВПИ, 1986. – 16 с.
40. Леонов А.И. Предпочтительное семейство импульсных механизмов // Машиноведение. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1973. – №125. –С. 103 – 106.
41. Леонов А.И. Выделение предпочтительного семейства на основе анализа импульсных механизмов// IV Всесоюзная науч.-техн. конфер. по вариаторам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1972.–С. 52.
42. Леонов А.И. Инерционные автоматические трансформаторы вращающего момента. – М.: Машиностроение, 1978. – 224 с.

43. Леонов А.И. Теория и конструкции инерционных бесступенчатых автоматических трансформаторов вращающего момента с упругими механизмами свободного хода: дисс... д-ра техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1979. – 400 с.
44. Баженов С.П., Галкин А.В., Дедаев М.И. Метод оценки динамической нагруженности выпрямителя момента инерционной автоматической передачи городского автобуса // Современные наукоемкие технологии, 2008. – №4. – С.63–65.
45. Пономарев С.М. Динамика инерционного трансформатора с упругими элементами в области малых передаточных чисел: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1980. – 261 с.
46. Дубровский А.Ф. Динамика упругого микрохрапового механизма свободного хода в инерционном трансформаторе вращающего момента: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1967.– 234 с.
47. Архангельский Г.В., Мальцев В.Ф., Юзюк В.С. Особенности динамики машинных агрегатов с инерционными импульсными механизмами// Инерционно-импульсные механизмы, приводы и устройства. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1974. – №134. – С. 194 – 199.
48. Балжи М.Ф., Баженов С.П., Белоглазов В.Г. и др. Решение на ЭЦВМ уравнений движения инерционного трансформатора момента с учетом упругости автологов// Механика машин. – М.: Наука, 1969. –№ 21-22. – С. 77 – 84.
49. Геренштейн А.В., Ахметшин Н.И., Гоц Э.М. Исследование динамики инерционно-импульсного механизма планетарного типа с упругими элементами// Всесоюзная науч.-техн. конфер. по вариаторам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1976. – С. 7.
50. Крупицкий С.М., Лившиц В.А. Некоторые вопросы динамики инерционных передач с учетом упругостей звеньев// Всесоюзная науч.-техн. конфер. по вариаторам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1976. – С. 42.
51. Пономарев С.М., Девяткин П.В., Забейворота В.И. Экспериментальное исследование нагрузок в механизмах свободного хода с упругими элементами //

II Всесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. – Челябинск, 1977. – С.45.

52. Суетин А.С. Исследование динамики инерционного трансформатора с упругими автологами и параллелограммным импульсным механизмом: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1974. – 245 с.

53. Умняшкин В.А., Дмитриев Б.Н., Дмитриев О.Б. Динамика машинного агрегата с автоматическим трансформатором вращающего момента с учетом упруго-диссипативных и реактивных связей// III Всесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. – Челябинск, 1982. – С. 108.

54. Чернышев В.А. Исследование динамики импульсатора планетарного типа с упругими звеньями// III Всесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. – Челябинск, 1982. – С. 19.

55. Leonov A.I., Dubrovsky A.F. Dynamics of inertial stepless automatic transformer of driving moment with elastic elements // Proceedings of the Fifth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. – Montreal: Canada, 1979. – Vol. 1. – P. 800 – 803.

56. А.с. 284540 СССР, МПКФ 16 Н 33/08. Инерционный трансформатор вращающего момента / М.Ф. Балжи, С.П. Баженов. –опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1970. – №32.

57. Балжи М.Ф., Баженов С.П., Болотов Г.А. Рабочий цикл импульсатора с двузначным выпрямителем// Автомобили, тракторы и двигатели. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1969. – С. 8 – 12.

58. Болотов Г.А., Крупицкий С.М. Некоторые вопросы динамики инерционных передач, использующих энергию обратного импульса// V Всесоюзная науч.-техн. конфер. по вариаторам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1976. – С. 42 – 43.

59. Болотов Г.А., Крупицкий С.М. Теоретическое исследование инерционных передач, использующих энергию отрицательного импульса// II Всесоюзная

науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. – Челябинск, 1977. – С.21 – 22.

60. Болотов Г.А., Крупицкий С.М. Теоретические и экспериментальные исследования инерционной передачи с «жестким» способом использования отрицательных импульсов момента//VI Всесоюзная науч.-техн. конфер. по управляемым и автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. –Одесса, 1980. – С. 86 – 87.

61. Болотов Г.А., Крупицкий С.М. Динамика планетарных инерционно-импульсных передач // Известия вузов. Машиностроение, 1976. – №8.–С. 48 – 51.

62. Болдырев Р.Н., Болотов Г.А., Крупицкий С.М., Злотник М.И. Обоснование схемы инерционной передачи для транспортных машин// VI Всесоюзная науч.-техн. конфер. по управляемым и автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1980. – С. 21 – 22.

63. Васин Г.Г., Белоглазов В.Г., Куница А.В.и др. Инерционный трансформатор вращающего момента с использованием импульсов на различных рабочих органах // Инерционно-импульсные механизмы, приводы и устройства. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1978.– № 221. – С. 76 – 80.

64. Белоглазов В.Г., Куница В.В., Загороднов М.И. Некоторые результаты теоретических исследований динамики инерционных трансформаторов вращающего момента с нефиксированными опорными звеньями прямого и обратного хода//III Всесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. –Челябинск, 1982. – С.54 – 55.

65. Белоглазов В.Г. Инерционные трансформаторы вращающего момента с нефиксированными опорными звеньями прямого и обратного хода// III Всесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. –Челябинск, 1982. – С.53 – 54.

66. Хельдт П.М. Автомобильные сцепления и коробки передач. М.: Машгиз, 1947. – 328 с.

67. Сорока И.Ф., Бурцев Е.Т., Кныш И.Ф. Экспериментальные исследования автоматической импульсивной передачи// VI Всесоюзная науч.-техн. конфер. по управляемым и автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1980. – С. 11 – 12.
68. Мальцев В.Ф., Сорока И.Ф., Бондарь П.А. Динамика инерционной передачи с упругим выходным валом// VI Всесоюзная науч.-техн. конфер. по управляемым и автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1980. – С.34 – 35.
69. Пожбелко В.И. Исследование динамики полигармонического инерционного трансформатора момента с однозначным выпрямителем и эффективности его применения в приводе камнефрезерного станка: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1975. – 187 с.
70. А.с. 485263 СССР, МПК F 16 H 33/14. Автоматическая планетарная инерционно-импульсная передача / В.И. Пожбелко. –опубл. в бюл. «Изобретения». М., 1975. – №35.
71. Пожбелко В.И. Исследование инерционного трансформатора момента с полигармоническим импульсным механизмом// Машиноведение.– Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1974. –№142. –С. 66 – 70.
72. А.с. 818850 СССР, МПК В 25 В 21/00. Инерционный гайковерт / А.А. Романченко, А.И. Леонов, А.Л. Колесников.– опубл. в бюл. «Изобретения». М., 1981. – №13.
73. Колесников А.Л. Разработка инерционных автоматических гайковёртов с динамической опорой (конструкции, основы расчёта): дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1985. – 211 с.
74. А.с. 275703 СССР. Машина для сварки трением/М.Ф. Балжи, Р.Н. Болдырев, Н.П. Воинов, Э.Я. Ровинский. – опубл. в бюл. «Изобретения». М., 1970.–№22.
75. Геренштейн А.В., Пожбелко В.И. Динамика инерционного трансформатора момента при знакопеременном за цикл моменте сопротивления// Машиноведение. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1974. –№ 142. – С. 31–36.

76. А.с. 314954 СССР, МПК F 16 Н 47/04. Гидроинерционный импульсатор/ М.Ф. Балжи, Р.Н. Болдырев. – опубл. в бюл. «Изобретения». М., 1971. – №22.
77. Филинов В.И. Исследование гидроинерционной передачи: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1978. – 235 с.
78. Филинов В.И., Диковский Б.Л., Щербаков И.Б. Вопросы теории гидроинерционных передач// ПВсесоюзная науч. конфер. по инерционно-импульсным механизмам, приводам и устройствам: сб. тез. докл. – Челябинск, 1977. – С.25 – 31.
79. Патент № 2106554 РФ, МПК F 16 Н 47/04. Инерционный гидродифференциальный трансформатор вращающего момента/ С.П. Баженов, В.М. Земин, А.А. Остапенко. –опубл. в бюл. "Патенты и полезные модели". – М., 1998.– № 16.
80. Гребеньков Д.В. Метод прогнозирования технического ресурса инерционной гидродифференциальной автоматической передачи мобильных машин: дисс... канд. техн. наук. –М.: Моск. гос. техн. ун-т «МАМИ», 2005. – 167 с.
81. Пожбелко В.И., Шанин С.В., Новиков А.Н. и др. Инерционно-импульсные виброударные установки для бучардирования прочного гранита // Машиноведение. –Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1979. –№235. – С. 50 –54.
82. Пожбелко В.И., Захаров С.Н., Шанин С.В. и др. Механизация процесса обработки грубоколотой поверхности гранита с применением механического виброударного инерционно-импульсного привода// VI Всесоюзная науч.-техническая конференция по управляемым и автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1980. – С. 88 – 89.
83. Шанин С.В., Захаров С.Н. Экспериментальные исследования виброударной камнеобрабатывающей установки с планетарным инерционным импульсным механизмом// Динамика и синтез инерционных импульсивных силовых систем. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1981. – №259. – С. 44 – 47.
84. Захаров С.Н., Шанин С.В., Новиков А.Н. и др. Исследование эффективности вибрационных инерционно-импульсных установок для механической обработки гранита// VI Всесоюзная науч.-техническая конференция по управляемым и

автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1980. – С. 84.

85. Новиков А.Н., Тарасов Ю.Г. Экспериментальные исследования эффективности камнеобрабатывающего станка с дебалансным виброударным приводом при обработке гранита// Динамика и синтез инерционных импульсивных силовых систем. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1981. – №259. – С. 47 – 51.

86. Новиков А.Н. Разработка и определение рациональных параметров виброударного инерционно-импульсного привода рабочего инструмента камнеобрабатывающего станка: дисс... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1988. – 202 с.

87. Мальцев В.Ф. Механические импульсные передачи. – 3-е изд., перераб. и доп.– М.: Машиностроение, 1978. – 367 с.

88. Благонравов А.А. Механические бесступенчатые передачи нефрикционного типа. – М.: Машиностроение, 1977. – 145 с.

89. Благонравов А.А. Механические бесступенчатые передачи. – Екатеринбург: УрО РАН, 2005. – 204 с.

90. Кропп А.Е. Приводы машин с импульсными вариаторами.– М.: Машиностроение, 1988. – 144 с.

91. Леонов А.И., Дубровский А.Ф. Механические бесступенчатые нефрикционные передачи непрерывного действия. – М.: Машиностроение, 1984. – 192 с.

92. www.google.ru/patents/US7481127. – Continuously variable transmission using oscillating torque and one-way drives.

93. www.google.ru/patents/US6062096, – Continuously variable transmission utilizing oscillating torque and one way drives.

94. www.google.kz/patents/US6062096. –Continuously variable transmission utilizing oscillating torque and one way drives.

95. www.freepatentsonline.com/5771743. – Continuously variable torque transmission with torsion bars and energy recuperating brake device.

96. www.google.com/patents/US20100269605. –Continuously Variable Transmission Using Oscillating Torque, Tethered Masses, and Inertia Control.
97. www.patentbuddy.com/Patent/6044718. – Continuously variable transmission utilizing oscillating torque and one way drives.
98. http://poisson.me.dal.ca/~dp_05_7/ProjectDescription.html.–Infinitely Variable Transmission.
99. www.google.com/patents/US5189927. – Variable ratio drive transmission.
100. Леонов А.И. К общей теории инерционных трансформаторов вращающего момента // Известия вузов. ВУЗов. – М.: Машиностроение, 1975. – №7. – С. 49 – 52.
101. А.с. 861799 СССР, МПК F 16 Н 33/08. Инерционная импульсная передача / Н.Е. Осипов. –опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1981. – №33.
102. А.с. 1025945 СССР, МПК F 16 Н 13/08. Инерционная импульсная передача / Н.Е. Осипов, И.Б. Барский и А.С. Дурманов.–опубл. в бюл. «Изобретения». – М.,1983. –№24.
103. Патент№ 2025610 РФ,МПК F 16 Н 15/30. Инерционный трансформатор / В.Н. Пелипенко.– опубл. в бюл. "Патенты и полезные модели". – М., 1994.
104. А.с. 947543 СССР, МПК F16 Н 33/14. Автоматический инерционный планетарный вариатор В.И. Долгополова / В.И. Долгополов.–опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1982. – № 28.
105. PetrovDimitar. An investigation on the dynamics of a stepless automatic inertial mechanical transmission by means of the application of the second sort Lagrange's differential equations // International conference "Power transmission'03", section I "Theory, calculation and design of transmission elements", ISBN 954–90272–9–5, 2003. –Р. 99 – 103.
106. Патент № 28217 РФ, МПК F 16 Н 33/14. Автоматическая инерционная импульсная передача / В.А. Умняшкин, Н.М. Филькин, И.С. Набиев.– опубл. в бюл. "Патенты и полезные модели". – М., 2003.

107. Патент № 2383802 РФ, МПК F 16 Н 33/14. Бесступенчатая механическая импульсная передача / В.П. Бондалетов, М.Г. Маринин, С.С. Михеев и др.— опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2010.— № 7.
108. Патент № 2398989РФ, МПК F 16 Н 3/74. Способ автоматического и непрерывного изменения крутящего момента и скорости вращения выходного вала в зависимости от сопротивления движению и устройство для его осуществления / К.С. Иванов, Е.А. Ярославцева.— опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2010. – № 25.
109. Патент №74430РФ, МПК F 16 Н 1/00. Зубчатая передача / С.А. Веденеев. – опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2008. – № 18.
110. Алюков С.В. Перспективные направления создания инерционных бесступенчатых передач повышенной надежности // VIII Международная науч.-практич. конфер. "Ключевые проблемы современной науки". –Болгария, София: "Бял ГРАД-БГ" ООД, 2012. –Том 31. – С. 71–75.
111. Алюков С.В. Совершенствование математических моделей инерционных трансформаторов вращающего момента // Вестник машиностроения. – 2010. – № 6. – С. 3-10.
112. Alyukov S.V. Improved Models of Inertial Torque Transformers // Russian Engineering Research. –New York: Allerton Press, Inc., 2010. –Vol. 30. –№. 6.–P. 535–542.
113. АлюковС.В. Аппроксимациякусочно-линейныхиобобщенныхфункций. – Германия: LAPLAMBERTAcademicPublishingGmbH&Co. KG., ISBN: 978-3-8484-9048-6, 2012. – 120 с.
114. Алюков С.В. Аппроксимация ступенчатых функций в задачах математического моделирования // Математическое моделирование, журнал РАН, 2011. –т. 23. – №3. – С.75–88.
115. Alyukov S.V. Approximation of step functions in problems of mathematical modeling // Mathematical models and computer simulations.– Springer, 2011. –Vol. 3. – № 5. –С. 661 –669.

116. Алюков С.В. Моделирование динамических процессов с кусочно-линейными характеристиками // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – Саратов: СГУ им. Н.Г. Чернышевского, 2011. – Том 19. – № 5. – С. 27 – 34.
117. Алюков С.В. Аппроксимация обобщенных функций и их производных // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – Саров: Российский федеральный ядерный центр - ВНИИЭФ, 2013. – Вып. 12. – С. 57 – 62.
118. Алюков С.В. New methods of approximation of piecewise linear functions // VIII Международная науч.-практич. конфер. «Стратегические вопросы мировой науки». –Przemysl, Poland, 2012. –Vol.29.–С.42 – 47.
119. Алюков С.В. Методы аппроксимации обобщенных функций и их производных // VIII Международная науч.-практич. конфер. «Новейшие научные достижения».–София, Болгария: «Бял ГРАД-БГ» ООД, 2012. – Том 31. –С. 54 – 60.
120. Леонов А.И. Микрохраповые механизмы свободного хода.–М.: Машиностроение, 1982. – 219 с.
121. Мальцев В.Ф. Роликовые механизмы свободного хода.-2-е изд. перераб. и доп.– М.:Машиностроение, 1968.–415 с.
122. Пилипенко Н.М. Механизмы свободного хода. – М.: Мир, 1986. – 288 с.
123. Благонравов А.А., Ревняков Е.Н. Механизмы свободного хода импульсных бесступенчатых передач // Автомобильная промышленность. –2009. – №6. – С. 16–17.
124. Кропп А.Е. Новые обгонные муфты и области их применения // Вестник машиностроения. –2005. – №6. – С. 8 – 12.
125. Шарков О.В. Научные основы проектирования эксцентриковых механизмов свободного хода повышенной нагрузочной способности: дисс... д-ра техн. наук. – Калининград: КГТУ, 2011.– 405 с.

126. Гончаров А.А. Kinematic states of a freely moving wedge mechanism in active loading // Russian Engineering Research. –England, –2010. – Vol. 30. – № 2. – С. 112 – 118.
127. Гончаров А.А. Клиновые механизмы свободного хода: перспективы их применения и совершенствования // Справочник. Инженерный журнал. – 2011. – № 8. – С. 28–35.
128. Патент № 57440 РФ, МПК F 41 А 3/00, F 16 D 41/00. Механизм свободного хода релейного типа / С.В. Алюков. – опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2006. – № 28.
129. Алюков С.В. Механизм свободного хода релейного типа // Вестник Южно-Уральского гос. ун-та. Серия: Машиностроение. – 2006. – № 11. – С. 40 – 46.
130. Патент № 118710 РФ, МПК F 16 Н 33/14.Бесступенчатая механическая импульсная передача / С.В. Алюков. – опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2012. – № 21.
131. А.с. 887846 СССР, МПК F 16 Н 33/14. Инерционный трансформатор вращающего момента / С.В. Алюков.–опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1981. – № 45.
132. Алюков С.В. Динамика инерционно-импульсных передач без механизмов свободного хода в приводе строительных и дорожных машин // Строительные и дорожные машины. –2012. –№ 2.– С. 37 – 41.
133. Хэйвуд Р.Б. Проектирование с учетом усталости / пер. с англ. Под ред. И.Ф.Образцова. –М.: Машиностроение, 1969. –504 с.
134. Алюков С.В. Формирование инерционного момента на заторможенном реакторе импульсного механизма // VI Всесоюзная науч.-техническая конференция по управляемым и автоматическим механическим приводам и передачам гибкой связью: сб. тез. докл. – Одесса, 1980. – С. 75.
135. Алюков С.В. Кинематические схемы инерционных бесступенчатых передач // VIII Международная науч.-практич. конфер. «Актуальные научные разработки». –София, Болгария: «Бял ГРАД-БГ» ООД, 2012. – Том 20. – С. 12 –16.

136. Алюков С.В. Физические модели инерционных бесступенчатых передач повышенной нагрузочной способности // VIII Международная науч.-практич. конфер. «Актуальные достижения европейской науки». –София, Болгария: «Бял ГРАД-БГ» ООД, 2012. – Том 19. – С. 29– 40.
137. Алюков С.В. Физические и математические модели инерционных бесступенчатых передач. – Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH&Co. KG., ISBN: 978-3-659-34124-3, 2013. – 236 с.
138. Патент № 2228836 РФ, МПК В 27 В 33/08. Дисковая пила / Э.В. Ольховский.– опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2004.
139. Алюков С.В., Виноградов В.П., Есипов А.Я. К динамике одной схемы инерционного трансформатора без механизмов свободного хода // Динамика инерционных трансформаторов, приводов и устройств. –Челябинск: ЧПИ им. Ленинского комсомола, 1981. –№ 261. –С. 75–82.
140. Станок лобзиковый со сверлильным устройством АЖС-5. Руководство по эксплуатации. Центр научно-технической информации. –Ярославль, 1973. – 25 с.
141. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. –М.: Наука, 1981. – 568 с.
142. Методы исследования нелинейных систем автоматического управления / Под ред. Р.А. Нелепина. – М.: Наука, 1975. – 448 с.
143. Никитин А. В., Шишлаков В. Ф. Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления. – СПб.: СПбГУАП. – 2003. – 358 с.
144. Meltzer D. On the expressibility of piecewise linear continuous functions as the difference of two piecewise linear convex functions // Math. Program., Study 29, 1986. –Р. 118–134.
145. Розенвассер Е.Н. Колебания нелинейных систем.– М.:Наука, 1969. – 576с.
146. Попов Е.Н. Теория нелинейных систем, автоматического регулирования и управления. –М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 256 с.

147. Helmbert G. The Gibbs phenomenon for Fourier interpolation // *J. Approx. Theory* 78, 1994. – P. 41 – 63.
148. Жук В.В., Натансон Г.И. Тригонометрические ряды Фурье и элементы теории аппроксимации. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. – 188 с.
149. Гулиа Н.В., Клоков В.Г., Юрков С.А. Детали машин. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 416 с.
150. Дубровская О.А., Дубровский С.А., Дубровский А.Ф., Алюков С.В. Об аналитическом представлении упруго-диссипативных характеристик подвески автомобиля // *Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии*. – 2010. – № 16. – С. 23 – 26.
151. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. – М.: Мир, 1972. – 316 с.
152. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
153. Зельдович Я.Б., Яглом И.М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. – М.: Наука, 1982. – 512 с.
154. Котельников В.А. О пропускной способности «эффира» и проволоки в электросвязи // *Успехи физических наук: Журнал*. – 2006. – № 7. – С. 762 – 770.
155. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 2003. – 719 с.
156. Баженов С.П., Блюмин С.Л., Галкин А.В. Задача оптимизации рабочего процесса инерционного трансформатора вращающего момента // *Успехи современного естествознания*. – 2006. – № 6. – С. 20 – 21.
157. Попык К.Г. Динамика автомобильных и тракторных двигателей. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1970. – 328 с.
158. Коренько А.С. Теория механизмов и машин. – Киев: Вища шк., 1976. – 443 с.
159. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
160. Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.

161. Вейц В.А. Динамика машинных агрегатов. –Л.: Машиностроение, 1969. – 370 с.
162. Пуанкаре А. Избранные труды в трех томах. – М.: Наука, 1972-1974.
163. Алюков С.В. Сравнительный анализ приближенных методов решения дифференциальных уравнений движения инерционно-импульсных передач // Вестник машиностроения. – 2010. – №7. –С.3 – 10.
164. Алюков С.В. Comparative analysis of approximate methods of solving of differential equations for continuously variable transmissions // VIII Международная науч.-практич. конфер. "Научный прогресс на рубеже тысячелетий". – Praha: Publishing House «Education and Science» s.r.o., – 2012. – Том 28. – С. 30 – 38.
165. Alyukov S.V. Approximate Solution of the Differential Equations of Motion of Inertia-Pulsed Transmissions // Russian Engineering Research. – NY: Allerton Press Inc., 2010. – Vol. 30. – №7. –P. 655–661.
166. А.с. 1527423СССР, МКИФ16D 13/02, 11/04. Выключаемая муфта / С.В. Алюков. – опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1989. – № 45.
167. Алюков С.В. Механизмы свободного хода релейного типа // Тяжелое машиностроение. – 2010. – № 12. – С. 34 – 37.
168. Алюков С.В. Динамика механизма свободного хода релейного типа // VIII Международная науч.-практич. конфер. «Научное пространство Европы». – Przemysł, Poland: Nauka i studia, 2012. – Том 37. – С. 65 – 69.
169. А.с. 1754965 СССР, МПК F 16 D 7/02. Предохранительная фрикционная муфта / С.В. Алюков. – опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1992. – № 30.
170. Доманский Е.Н. Об эквивалентности сходимости регуляризирующего алгоритма существованию некорректной задачи // Успехи математических наук. – 1987. –Том 42. – Выпуск 5. –С.101 – 118.
171. Алюков С.В. Нелинейные колебания инерционных бесступенчатых передач без механизмов свободного хода. Известия вузов. Серия: Машиностроение, 2012. – №3. – С. 35 – 42.
172. Алюков С.В. Нелинейные колебания инерционно-импульсных передач без механизмов свободного хода // VII Международная науч.-практич. конфер.

- «Перспективные разработки науки и техники». Технические науки. –Przemysł, Poland: Nauka i studia, 2011. –Том 54. – С. 58–63.
173. Барбашин Е.А., Табуева В.А. Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством. – М.: Наука, 1969. – 300 с.
174. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. –М.: Высшая школа, 1991. –303 с.
175. Благонравов А.А., Ревняков Е.Н. Механическая бесступенчатая передача импульсного типа // Автомобильная промышленность. – 2007. –№5. –С. 11 –14.
176. Алюков С.В. Динамика инерционной бесступенчатой передачи с одним выходным механизмом свободного хода // VIII Международной науч.-практич. конфер. «Научный прогресс на рубеже тысячелетий». – Praha: Publishing House «Education and Science» s.r.o., – 2012. – Том 28. – С. 47 – 54.
177. Неймарк Ю.И. О периодических режимах движения релейных систем. – В кн.: Памяти А.А. Андропова, АН СССР, 1954. – С.52–55.
178. Башарин А.В., Башарин И.А. Динамика нелинейных автоматических систем управления. –Л.: Энергия, 1974. – 200 с.
179. Алюков С.В. Построение периодического решения для инерционной передачи с рычажным механизмом // VIII Международной науч.-практич. конфер. «Перспективные вопросы мировой науки». –София, Болгария: «Бял ГРАД-БГ» ООД, 2012. – Том 39. – С. 47–57.
180. Алюков С.В. Построение периодического решения для инерционной передачи в случае двусторонней силы сопротивления // IX Международная науч.-практич. конфер. «Актуальные научные разработки». –София, Болгария: «Бял ГРАД-БГ» ООД, 2013. – Том 28. – С. 63–71.
181. Теория механизмов и машин. Проектирование / Под ред. О.И. Кульбачного. Учебн. Пособие для машиностроительных специальностей. – М.: Высш. Школа, 1970. – 288 с.
182. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя в 3-х томах. – М.: Машиностроение, 2001. –730+560+576с.

183. Гулиа Н. В., Клоков В. Г., Юрков С. А. Детали машин. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 416 с.
184. Патент №117395РФ, МПКВ 62 М 9/08, F 16 Н 55/30, F 16 Н 55/54. Цепная передача (варианты) / С.В. Алюков. – опубл. в бюл. «Патенты и полезные модели». – М., 2012. – № 18.
185. Алюков С.В. Исследование вращающего момента на заторможенном валу импульсного механизма инерционной передачи // IX Международная науч.-практич. конфер. «Ключевые аспекты научной деятельности». –Przemysł, Poland: Nauka i studia, 2013. – Том 16. – С. 12 – 18.
186. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике.– М.: Наука, 1970-1973. – Т. 1-3. – 608 с., 559 с., 576 с.
187. Заблонский К.И., Беляев М.С., Телис И.Я. и др. Проектирование механизмов и приборов. – Киев: Вища школа, 1971. – 520 с.
188. Alyukov S.V., Gladyshev S.P. Dynamics of an Inertial Continuously Variable Transmission with High Load Ability // 2013 SAE International Commercial Vehicle Engineering Congress. – Rosemont, the USA, 2013, SAE Technical Paper 2013-01-2442, 2013, doi:10.4271/2013-01-2442.
189. Алюков, С.В. Динамика инерционных бесступенчатых автоматических передач. –М.: ИНФРА-М, 2013. – 251 с.
190. Поляков В. С., Барбаш И. Д., Ряховский О. А. Справочник по муфтам. –Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-ние), 1974.– 352 с.
191. Ковалев Н.А. Прикладная механика: учебник для инженерно-экономических специальностей вузов. – М.: Высшая школа, 1982.– 396 с.
192. А.с. 199611 СССР, МПКF 16 Н 33/14. Инерционная импульсная передача / С.Ф. Левин. – опубл. в бюл. «Изобретения». – М., 1967. – № 15.
193. Пономарев С. Д., Андреева Л. Е. Расчет упругих элементов машин и приборов. – М.: Машиностроение, 1980. – 326 с.
194. Радчик А.С., Буртковский И.И. Пружины и рессоры. –Киев: Техніка, 1973. – 120 с.

195. Алюков С.В. Экспериментальные исследования динамики инерционных бесступенчатых передач // IX Международная науч.-практич. конфер. "Наука и образование". – Praha: Publishing House «Education and Science» s.r.o., – 2013. – Том 35. – С. 13 – 23.
196. Кожевников С.Н., Есипенко Я.И., Раскин Я.М. Механизмы. – М: Машиностроение, 1976. – 784 с.
197. Зайдель А.Н. Ошибки измерений физических величин. – 2-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2005. – 112 с.
198. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.
199. Leonard D. Stern. A Visual Approach to SPSS for Windows: A Guide to SPSS 15.0.– USA: Allyn & Bacon, 2007. – 205 p.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Пример компьютерной программы для построения зубчатого профиля с помощью предложенной аппроксимирующей процедуры

Программа для применения аппроксимации ступенчатых функций посредством вложенных тригонометрических функций для изготовления зубчатого профиля

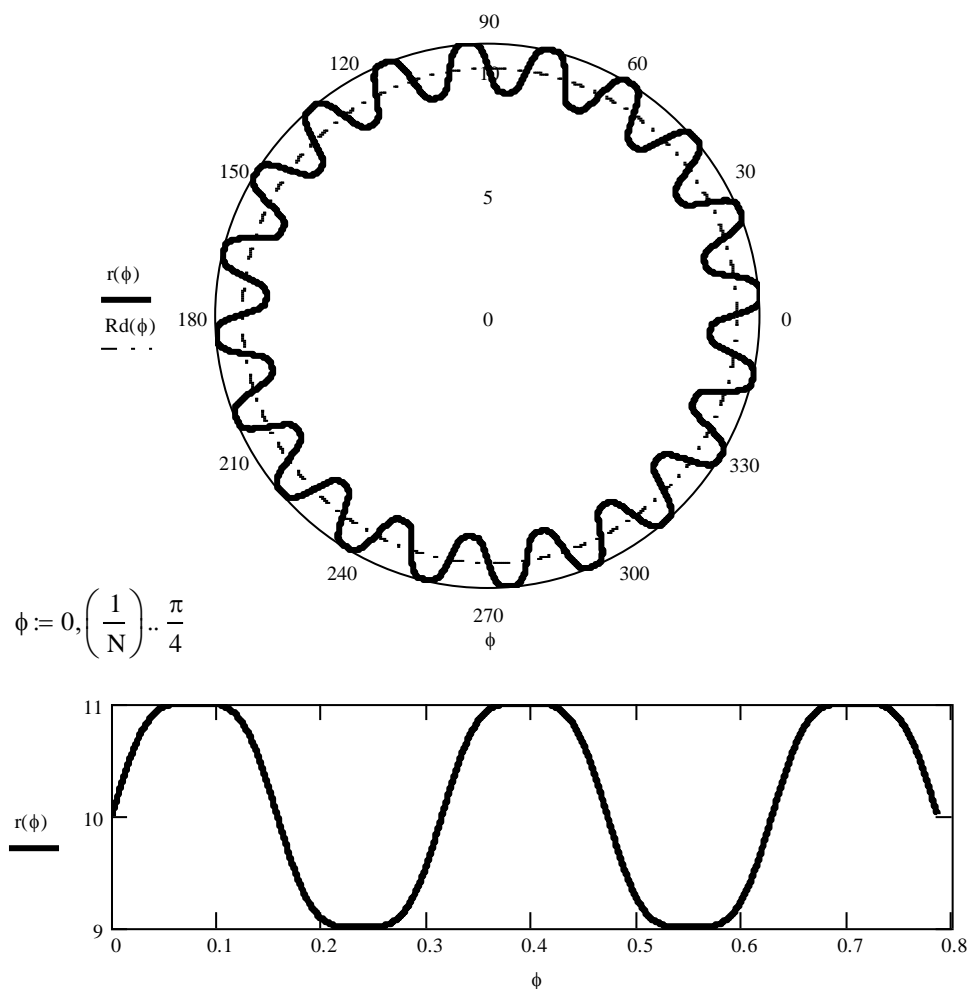
Исходные параметры

- A := 10 Радиус делительной окружности
- a := 1 Высота головки зуба
- n := 20 Число зубьев

Численное построение зубчатого профиля

- N := 30000 Число шагов для численных расчетов

$$\phi := 0, \left(\frac{1}{N}\right) .. 2 \cdot \pi \quad r(\phi) := A + a \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin(\phi \cdot n)\right)\right) \quad Rd(\phi) := A$$



Приложение 2. Численная проверка методов аппроксимации на примере исследования характеристики жесткости подвески автомобиля

Аппроксимации кусочно-линейных функций вложенными тригонометрическими функциями

Упруго-диссипативные характеристики подвесок автомобилей

Исходные параметры $a_1 := 0.5$ $a_2 := 2$ $b_1 := 0$ $b_2 := -4$

Условие непрерывности на границах участков $x_1 := \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}$ $x_1 = 2.667$

Условие для частотного коэффициента $\alpha := \frac{2.5}{x_1}$ $\alpha = 0.938$

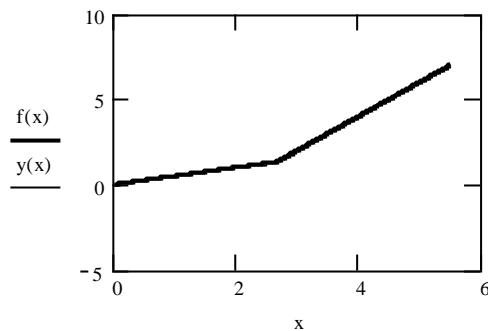
Область определения функции $x_2 := 5.5$ $x := 0, 0.001.. x_2$

Аппроксимация жесткостной характеристики пружинной подвески автомобиля

$$f(x) := \text{if}(x < x_1, 0.5 \cdot x, 2 \cdot x - 4)$$

$$A(x) := \sin[\alpha \cdot (x - x_1)] \quad B(x) := \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right) \quad \phi(x) := B(B(B(A(x))))$$

$$y(x) := 0.5 \cdot [(a_1 + a_2) \cdot x + b_1 + b_2 + [(a_2 - a_1) \cdot x + b_2 - b_1] \cdot \phi(x)]$$

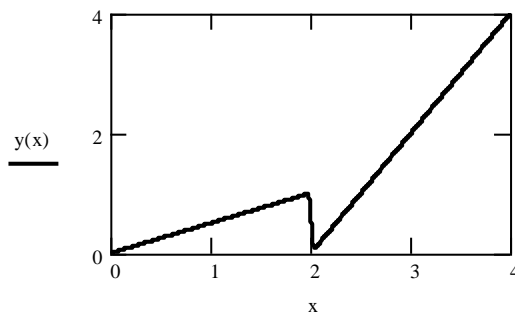


Пример аппроксимации кусочно-линейной разрывной функции

$$x := 0, 0.001.. 4 \quad A(x) := \sin[\alpha \cdot (x - 2)] \quad B(x) := \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)$$

$$\phi(x) := B[B[B[B[B[B[B[B((A(x)))]]]]]]]]$$

$$y(x) := 0.5 \cdot [(a_1 + a_2) \cdot x + b_1 + b_2 + [(a_2 - a_1) \cdot x + b_2 - b_1] \cdot \phi(x)]$$



Приложение 3. Аппроксимация функции Хевисайда, δ — функции

и ее производных

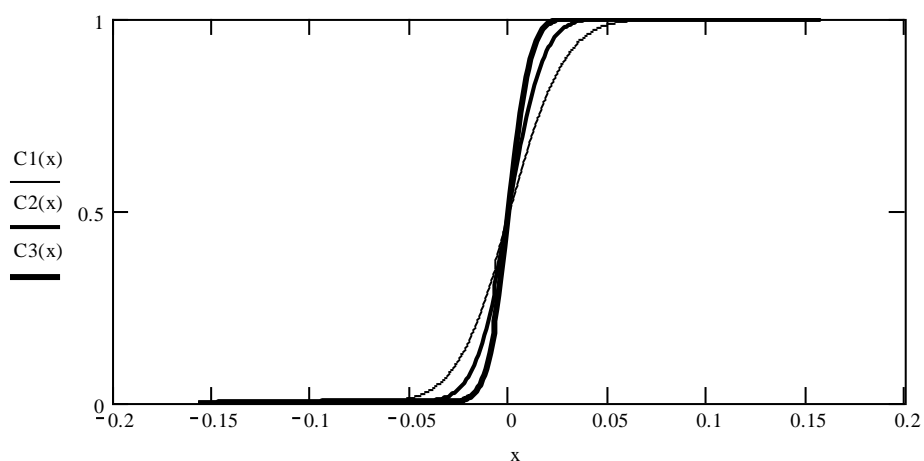
Диапазон изменения аргумента $x := \frac{-\pi}{20}, \frac{-\pi}{20} + 0.001.. \frac{\pi}{20}$

Аппроксимация функции Хевисайда

$$A(x) := \frac{\pi}{2} \cdot \sin(x) \quad B1(x) := \sin(A(A(A(A(A(A(A(A(x))))))))))$$

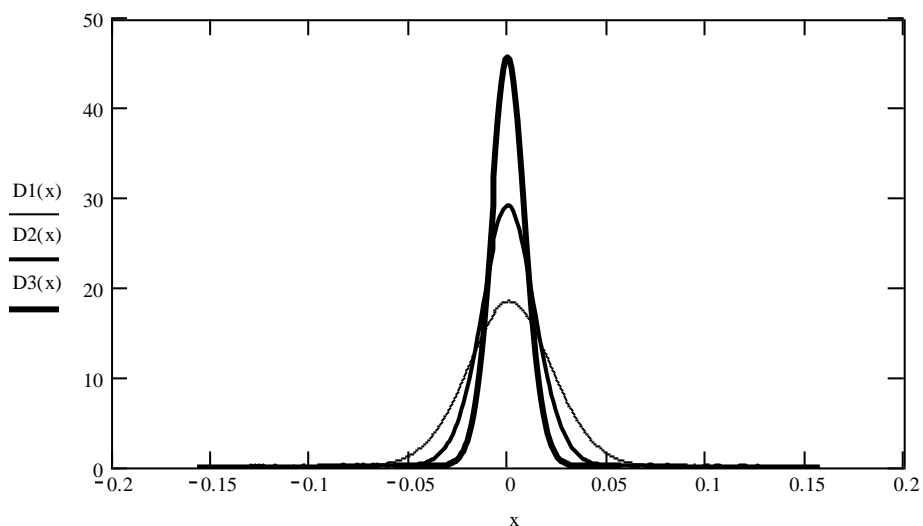
$$B2(x) := \sin(A(A(A(A(A(A(A(A(A(x)))))))))) \quad B3(x) := \sin(A(A(A(A(A(A(A(A(A(A(x))))))))))$$

$$C1(x) := 0.5 + 0.5 \cdot B1(x) \quad C2(x) := 0.5 + 0.5 \cdot B2(x) \quad C3(x) := 0.5 + 0.5 \cdot B3(x)$$



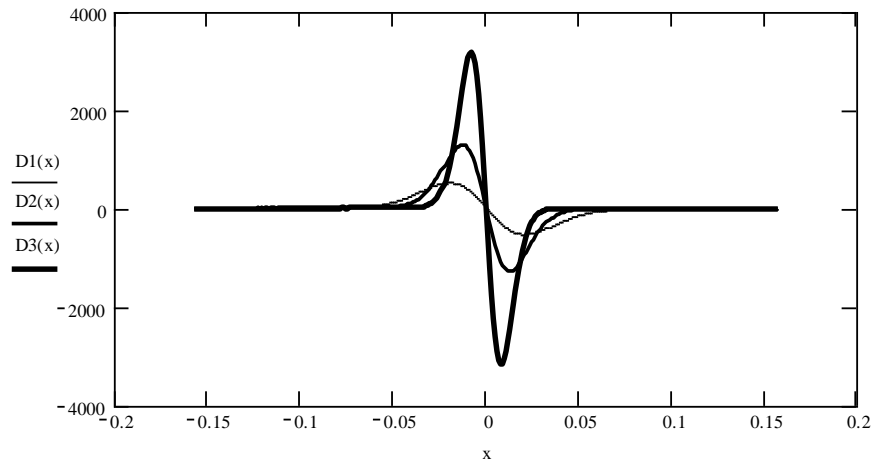
Аппроксимация дельта-функции

$$D1(x) := \frac{d}{dx} C1(x) \quad D2(x) := \frac{d}{dx} C2(x) \quad D3(x) := \frac{d}{dx} C3(x)$$



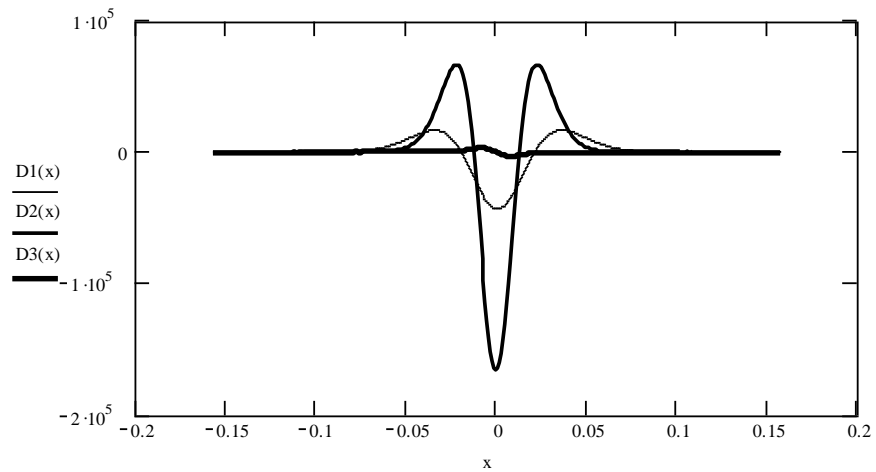
Аппроксимация первой производной дельта-функции

$$D1(x) := \frac{d^2}{dx^2} C1(x) \quad D2(x) := \frac{d^2}{dx^2} C2(x) \quad D3(x) := \frac{d^2}{dx^2} C3(x)$$



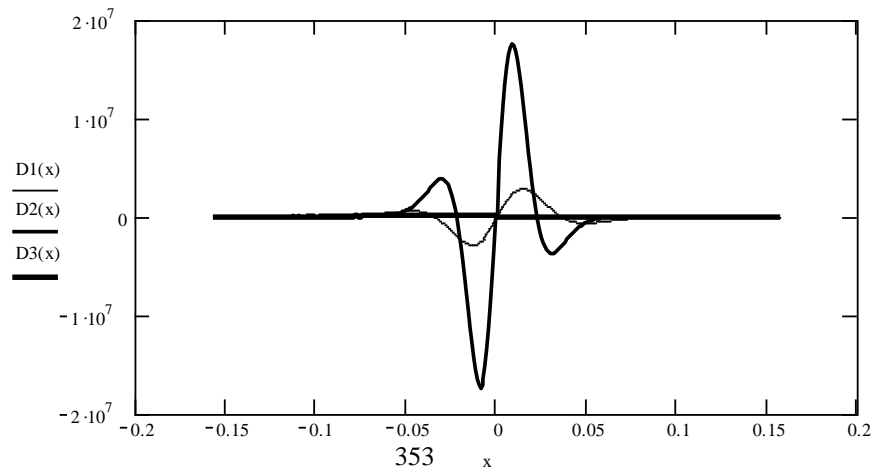
Аппроксимация второй производной дельта-функции

$$D1(x) := \frac{d^3}{dx^3} C1(x) \quad D2(x) := \frac{d^3}{dx^3} C2(x) \quad D3(x) := \frac{d^3}{dx^3} C3(x)$$



Аппроксимация третьей производной дельта-функции

$$D1(x) := \frac{d^4}{dx^4} C1(x) \quad D2(x) := \frac{d^4}{dx^4} C2(x) \quad D3(x) := \frac{d^4}{dx^4} C3(x)$$



Приложение 4. Пример компьютерной программы для численной проверки предложенных методов аппроксимации ступенчатых функций на основе динамики инерционной бесступенчатой передачи

Пример. Дифференциальные уравнения движения инерционной бесступенчатой передачи

Система двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2}{dt^2}\beta = \frac{Mc\Phi\left(\frac{d}{dt}\beta - \frac{d}{dt}\gamma\right) - A_5\left(\omega - \frac{d}{dt}\beta\right)^2 + A_6\omega^2}{J_8\Phi\left(\frac{d}{dt}\beta\right) + J_4\Phi\left(\frac{d}{dt}\beta - \frac{d}{dt}\gamma\right) + A_3}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\gamma = \frac{-Mc}{J_4}\Phi\left(\frac{d}{dt}\gamma - \frac{d}{dt}\beta\right) + \frac{Mc\Phi\left(\frac{d}{dt}\beta - \frac{d}{dt}\gamma\right) - A_5\left(\omega - \frac{d}{dt}\beta\right)^2 + A_6\omega^2}{J_8\Phi\left(\frac{d}{dt}\beta\right) + J_4\Phi\left(\frac{d}{dt}\beta - \frac{d}{dt}\gamma\right) + A_3}$$

Исходные параметры

$J_1 := 4.1$	Момент инерции ведущего звена
$J_2 := 0.53$	Момент инерции реактора
$nJ_3 := 0.052$	Суммарный момент инерции неуравновешенных звеньев относительно геометрического центра
$J_4 := 2$	Момент инерции ведомого звена
$J_b := 1000$	Момент инерции с заданным большим значением
$nm := 10.5$	Суммарная масса неуравновешенных звеньев
$a := 0.06$ $b := 0.03$ $q := \frac{4}{3}$	Параметры импульсного механизма
$h := 0.02$	Расстояние между геометрическим центром и центром масс неуравновешенного звена
$Mc := 20$	Момент сопротивления
$\omega_n := 150$	Угловая скорость ведущего звена

Подсчет коэффициентов: $k := a + b$

$$B_1 := J_1 + nm \cdot a^2 + \left(\frac{a}{k} + q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad B_2 := nm \cdot a \cdot b + \left(\frac{a}{k} + q\right) \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \cdot nJ_3$$

$$B_3 := J_2 + nm \cdot b^2 + \left(\frac{b}{k} - q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad b_2 := nm \cdot h \cdot \left[2 \cdot a \cdot \frac{b}{k} + (b - a) \cdot q\right]$$

$$b_1 := 2 \cdot nm \cdot a \cdot h \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad b_3 := 2 \cdot nm \cdot b \cdot h \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right)$$

$$a_4 := -nm \cdot a \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad a_5 := nm \cdot b \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \quad a_6 := nm \cdot k \cdot h \cdot q$$

Численное решение системы дифференциальных уравнений

$t = 0$ $\beta = 0$ $\gamma = 0$ $\frac{d}{dt}\beta = 0$ $\frac{d}{dt}\gamma = 3$ Начальные условия для углов поворота и угловых скоростей реактора и ведомого звена

Решение системы дифференциальных уравнений при помощи функции rkfixed

$$Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Вектор начальных значений}$$

Временной интервал для численных расчетов:

$N := 50000$ Число шагов для численных расчетов

$tn := 0$ Начальный момент времени

$tk := 0.04$ Конечный момент времени

Вектор D содержит дифференциальные уравнения

$$D(t, Y) := \begin{bmatrix} \frac{-Mc \cdot \Phi(Y_0 - Y_1) - a_5 \cdot (\omega_n - Y_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)] + a_6 \cdot \omega_n^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)]}{B_3 + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)] + J_4 \cdot \Phi(Y_0 - Y_1) + J_b \cdot \Phi(-Y_0)} \\ \left[\frac{-Mc \cdot (1 - \Phi(Y_0 - Y_1)) - a_5 \cdot (\omega_n - Y_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)] \dots}{+ a_6 \cdot \omega_n^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)]} \right] \cdot (1 - \Phi(Y_1 - Y_0)) \\ \dots \\ + \frac{Mc \cdot \Phi(Y_1 - Y_0)}{J_4} \\ \dots \\ Y_0 \\ Y_1 \end{bmatrix}$$

$Z := \text{rkfixed}(Y, tn, tk, N - 1, D)$ Применение метода Рунге-Кутты. Решение Z представляет собой матрицу размера $N \times 5$. Первый столбец этой матрицы содержит моменты времени, следующие столбцы содержат значения угловых скоростей и углов поворота реактора импульсного механизма и ведомого звена

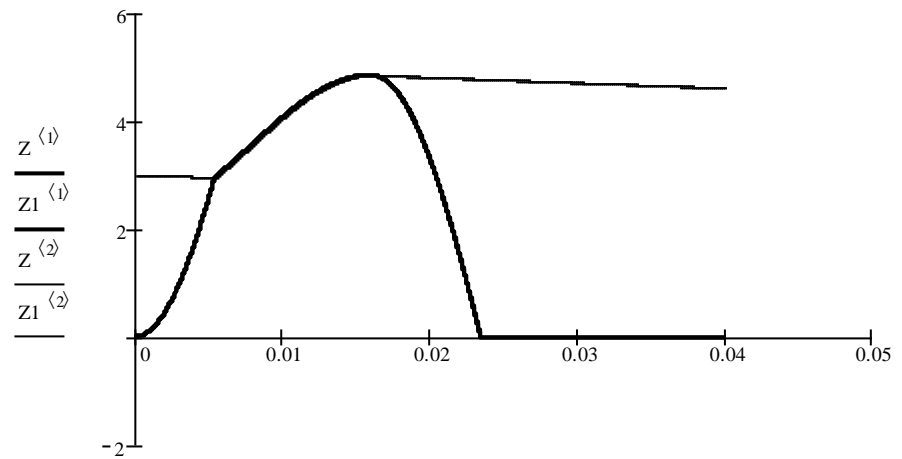
$$t = Z \langle 0 \rangle \quad \frac{d}{dt}\beta = Z \langle 1 \rangle \quad \frac{d}{dt}\gamma = Z \langle 2 \rangle \quad \beta := Z \langle 3 \rangle \quad \gamma := Z \langle 4 \rangle \quad t := Z \langle 0 \rangle$$

Численное решение системы дифференциальных уравнений с аппроксимацией

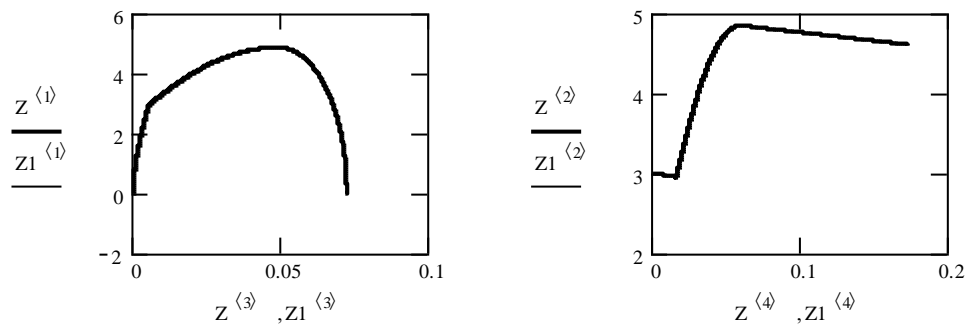
$$D1(t, Y) := \begin{bmatrix} -Mc \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \sin\left[\frac{\pi}{2}\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi}{2}\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi}{2}\right] \cdot \sin\left[\frac{(Y_0 - Y_1)}{2}\right] \dots \right] \\ + \left[\frac{-a_5 \cdot (\omega_n - Y_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)] + a_6 \cdot \omega_n^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)]}{B_3 + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)] + J_4 \cdot \Phi(Y_0 - Y_1) + J_b \cdot \Phi(-Y_0)} \right] \\ \left[\frac{-Mc \cdot (1 - \Phi(Y_0 - Y_1)) - a_5 \cdot (\omega_n - Y_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)] \dots}{+ a_6 \cdot \omega_n^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y_2)]} \right] \cdot (1 - \Phi(Y_1 - Y_0)) \\ \dots \\ + \frac{Mc \cdot \Phi(Y_1 - Y_0)}{J_4} \\ \dots \\ Y_0 \\ Y_1 \end{bmatrix}$$

$Z1 := \text{rkfixed}(Y, tn, tk, N - 1, D1)$

Графики угловых скоростей промежуточного и ведомого валов в зависимости от времени



Фазовые портреты траекторий изображающей точки



Приложение 5. Математическая модель упругой схемы и ее численное решение

Упругая схема. Совершенствование математической модели инерционного трансформатора

Система нелинейных дифференциальных уравнений восьмого порядка

Исходные параметры

$J_1 := 4.1$	Момент инерции ведущего звена
$J_2 := 0.53$	Момент инерции реактора
$nJ_3 := 0.052$	Суммарный момент инерции неуравновешенных звеньев относительно геометрического центра
$J_4 := 0.4$	Момент инерции ведомого звена
$J_b := 1000$	Момент инерции с заданным большим значением
$nm := 12$	Суммарная масса неуравновешенных звеньев
$a := 0.06$ $b := 0.03$ $q := \frac{4}{3}$	Параметры импульсного механизма
$h := 0.05$	Расстояние между геометрическим центром и центром масс неуравновешенного звена
$M_c := 60$	Момент сопротивления
$\omega_n := 170$	Угловая скорость ведущего звена
$J_{01} := 0.04$	Момент инерции наружной обоймы корпусного механизма свободного хода
$J_{02} := 0.04$	Момент инерции наружной обоймы выходного механизма свободного хода
$U_1 := 1000$	Жесткость упругих элементов корпусного механизма свободного хода
$U_2 := 2500$	Жесткость упругих элементов выходного механизма свободного хода
$F := 2$	Коэффициент, определяющий сопротивление движению наружных обоек механизмов свободного хода

Подсчет коэффициентов: $k := a + b$

$$B_1 := J_1 + nm \cdot a^2 + \left(\frac{a}{k} + q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad B_2 := nm \cdot a \cdot b + \left(\frac{a}{k} + q\right) \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \cdot nJ_3$$

$$B_3 := J_2 + nm \cdot b^2 + \left(\frac{b}{k} - q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad b_2 := nm \cdot h \cdot \left[2 \cdot a \cdot \frac{b}{k} + (b - a) \cdot q\right]$$

$$b_1 := 2 \cdot nm \cdot a \cdot h \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad b_3 := 2 \cdot nm \cdot b \cdot h \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right)$$

$$a_4 := -nm \cdot a \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad a_5 := nm \cdot b \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \quad a_6 := nm \cdot k \cdot h \cdot q$$

$$N := 20000$$

$$tn := 0 \quad tk := 0.08$$

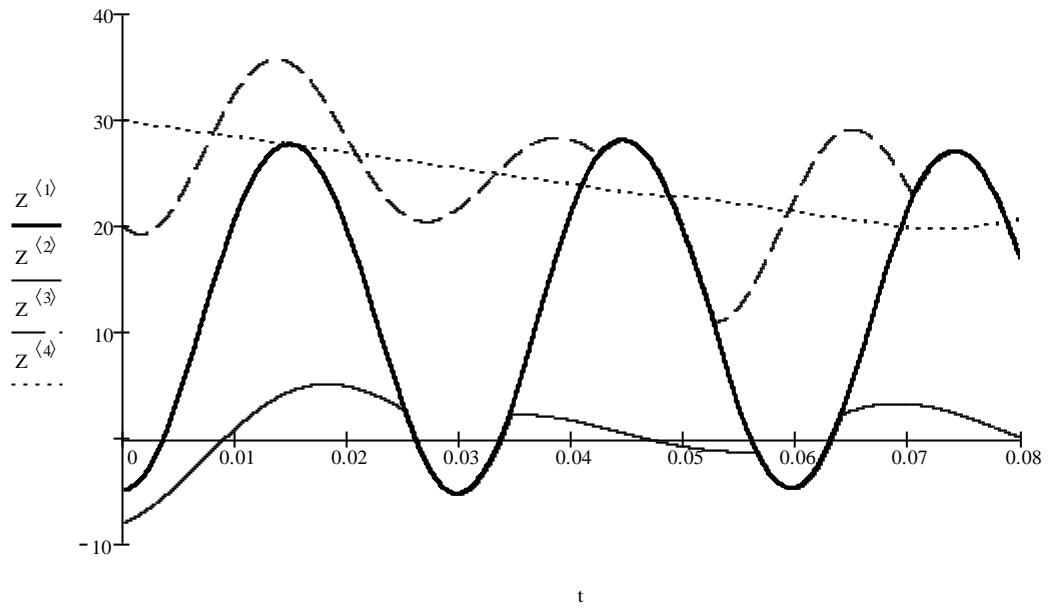
$$Y := \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \\ 20 \\ 30 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Вектор начальных условий}$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} \frac{-(U1 \cdot Y_5 + F \cdot Y_1) \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_1 - Y_0)]] \dots}{B_3 + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_2)] + \left[\begin{matrix} J01 \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_1 - Y_0)]] \dots \\ + J02 \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_0 - Y_2)]] \dots \end{matrix} \right]} \dots \\ -[U2 \cdot (Y_6 - Y_7) + F \cdot Y_2] \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_0 - Y_2)]] \dots \\ + a_5 \cdot (\omega n - Y_4)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_4)] + a_6 \cdot \omega n^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_4)] \\ \frac{-(U1 \cdot Y_5 + F \cdot Y_1) \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_1 - Y_0)]] \dots}{B_3 + \left[\begin{matrix} b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_2)] \dots \\ + \left[\begin{matrix} J01 \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_1 - Y_0)]] \dots \\ + J02 \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_0 - Y_2)]] \dots \end{matrix} \right] \end{matrix} \right]} \dots \\ -[U2 \cdot (Y_6 - Y_7) + F \cdot Y_2] \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_0 - Y_2)]] \dots \\ + a_5 \cdot (\omega n - Y_4)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_4)] \dots \\ + a_6 \cdot \omega n^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_4)] \\ \dots \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_1 - Y_0)]] \dots \\ \frac{-U1 \cdot Y_5 - F \cdot Y_1}{J01} \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_0 - Y_1)]] \\ -[U2 \cdot (Y_6 - Y_7) + F \cdot Y_2] \cdot Y_5 \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_1 - Y_0)]] \dots \\ + a_5 \cdot (\omega n - Y_4)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_4)] \dots \\ + a_6 \cdot \omega n^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y_4)] \\ \dots \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_0 - Y_2)]] \dots \\ \frac{-U2 \cdot (Y_6 - Y_7) - F \cdot Y_2}{J02} \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_2 - Y_0)]] \\ \frac{-Mc + U2 \cdot (Y_6 - Y_7) \cdot 0.5 \cdot [1 + \tanh[Jb \cdot (Y_0 - Y_2)]]}{J_4} \\ Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix}$$

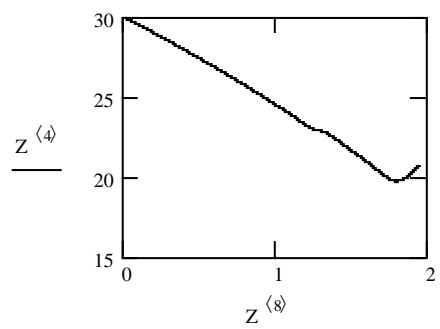
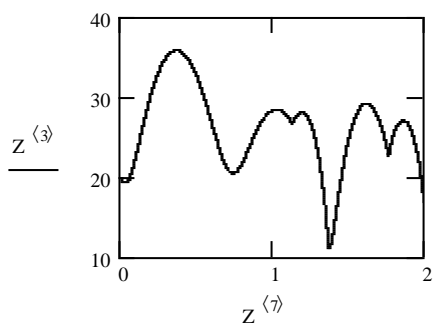
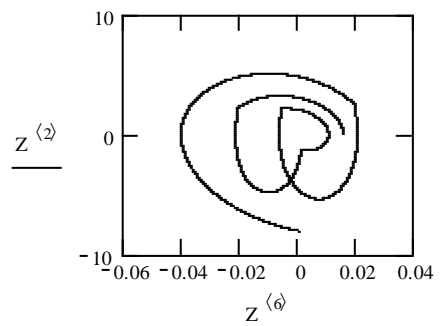
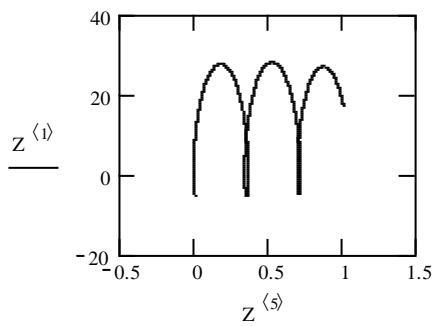
$$Z := \text{rkfixed}(Y, \text{tn}, \text{tk}, N - 1, D)$$

$$t := Z \langle 0 \rangle$$

Угловые скорости звеньев инерционного трансформатора, выполненного по упругой схеме

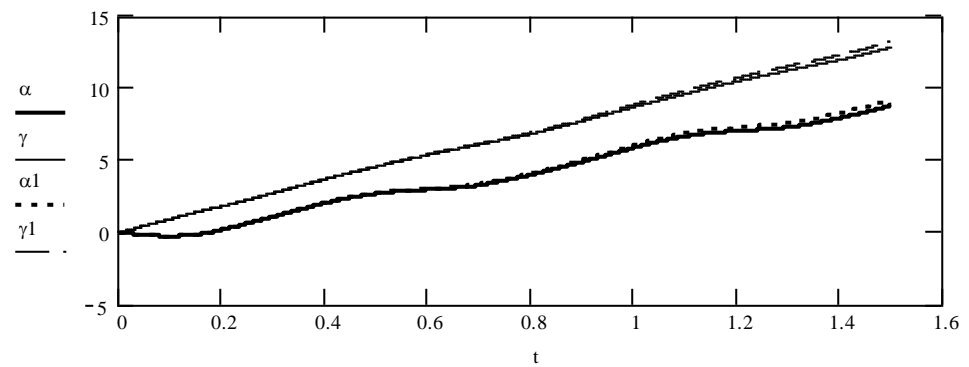
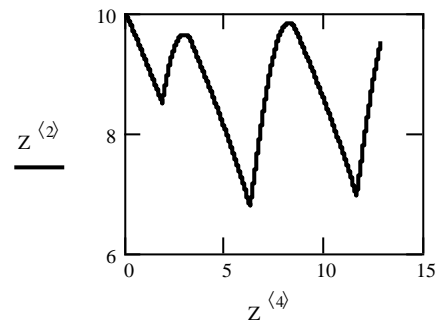
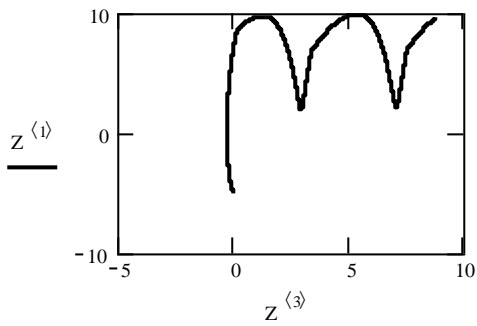
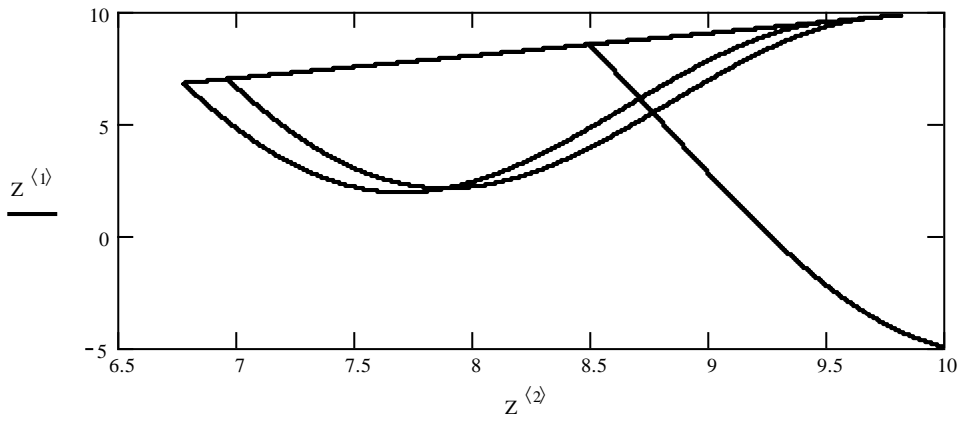
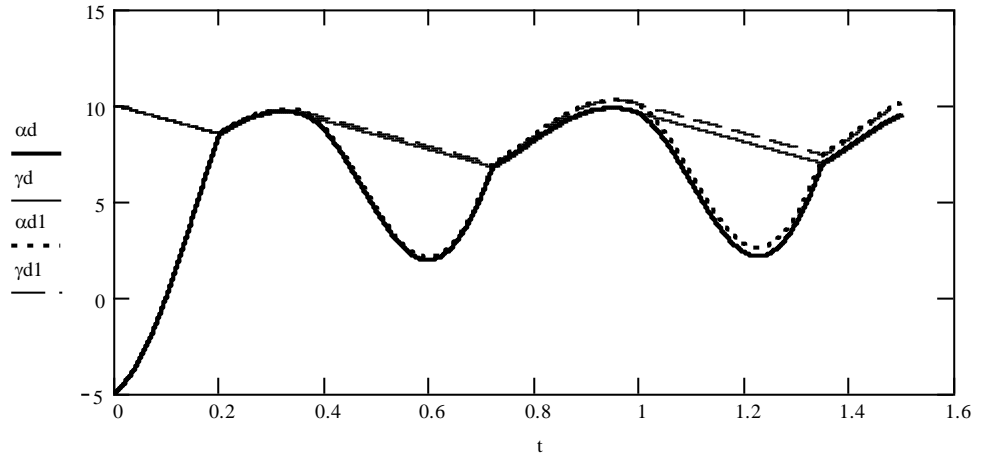


Траектории в фазовых пространствах



$Z1 := \text{rkfixed}(Y, 0, 1.5, N, D1)$

$\alpha d1 := Z1 \langle 1 \rangle \quad \gamma d1 := Z1 \langle 2 \rangle \quad \alpha 1 := Z1 \langle 3 \rangle \quad \gamma 1 := Z1 \langle 4 \rangle$



Приложение 7. Пример компьютерной программы для численной проверки методов аппроксимации на основе динамики инерционной бесступенчатой передачи без механизмов свободного хода

Программа для численной проверки новых методов аппроксимации ступенчатых функций

Динамика инерционно-импульсных передач без механизмов свободного хода

Параметры передачи:

$$J_1 := 2 \quad J_2 := 0.5 \quad nJ_3 := 0.25 \quad nm := 10 \quad a := 0.02 \quad b := 0.08 \quad k := a + b \quad M_0 := 20$$

$$h := 0.083 \quad q := \frac{4}{3} \quad Mc := 50 \quad Mn := 0 \quad \omega_x := 157 \quad \omega_n := 150 \quad Td := 0.038 \quad v := 0.0024$$

$$c := 100000$$

Подсчет основных коэффициентов:

$$B_1 := J_1 + nm \cdot a^2 + \left(\frac{a}{k} + q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad B_2 := nm \cdot a \cdot b + \left(\frac{a}{k} + q\right) \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \cdot nJ_3$$

$$B_3 := J_2 + nm \cdot b^2 + \left(\frac{b}{k} - q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad b_2 := nm \cdot h \cdot \left[2 \cdot a \cdot \frac{b}{k} + (b - a) \cdot q\right]$$

$$a_4 := -nm \cdot a \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad b_1 := 2 \cdot nm \cdot a \cdot h \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad b_3 := 2 \cdot nm \cdot b \cdot h \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right)$$

$$a_5 := nm \cdot b \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \quad a_6 := nm \cdot k \cdot h \cdot q$$

Решение системы методом Рунге-Кутты

$$N := 3000$$

$$tn := 0 \quad tk := 0.4$$

Вектор начальных условий $Y1 := \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \end{pmatrix}$

Решение системы с использованием ступенчатой функции

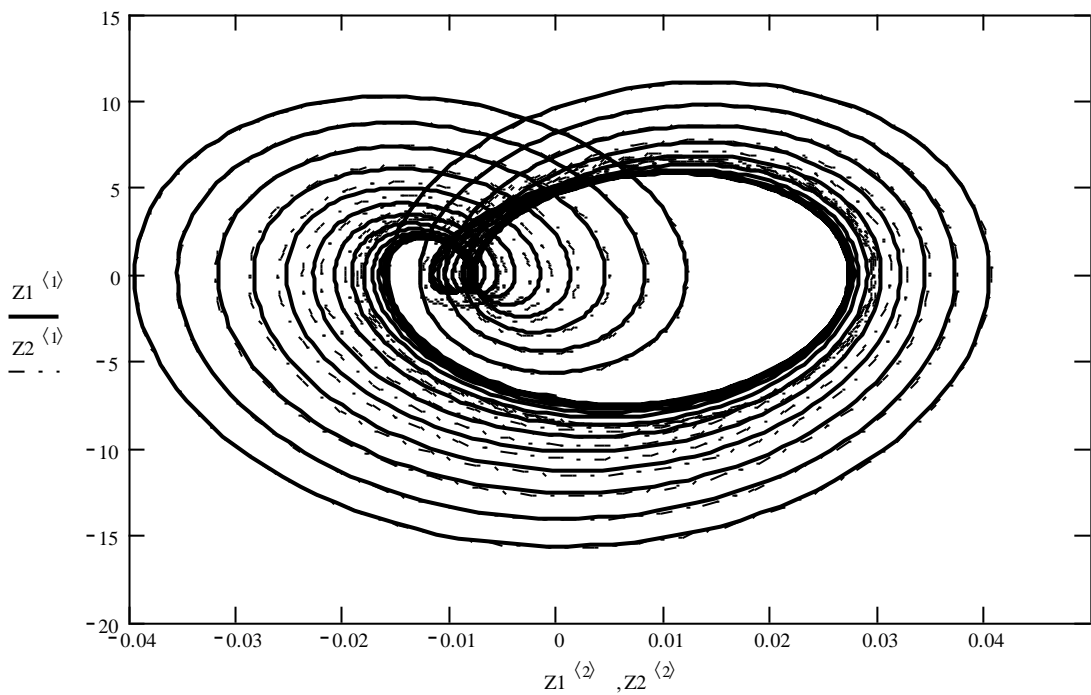
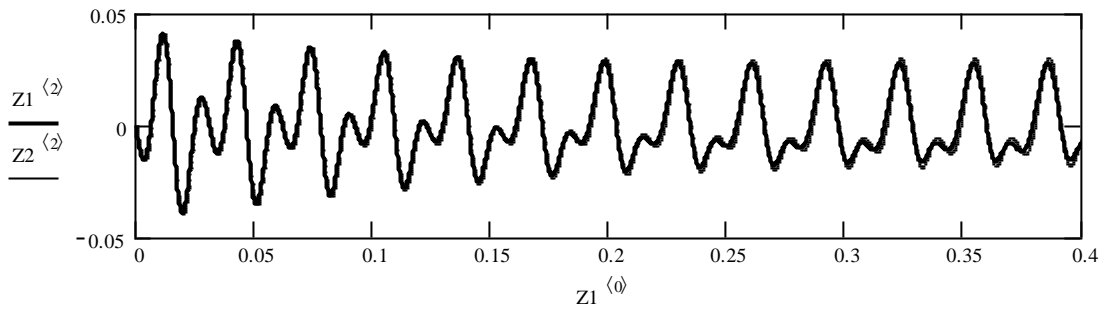
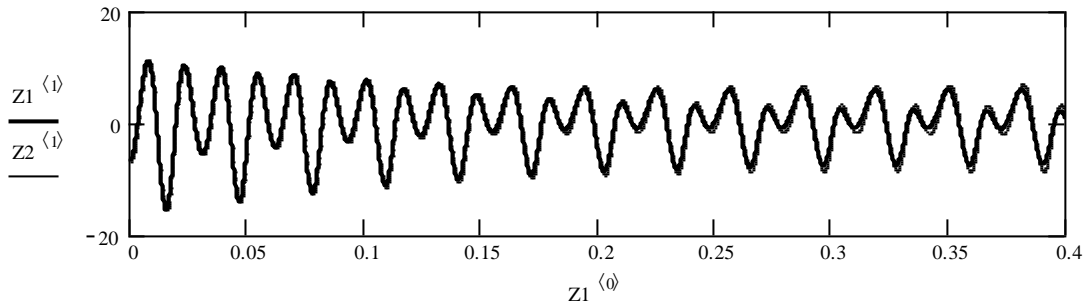
$$D1(t, Y1) := \begin{bmatrix} \frac{-(Mc \cdot \text{sign}(Y1_0) + M_0) - a_5 \cdot (\omega_n - Y1_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y1_1)] \dots}{B_3 + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega_n \cdot t - Y1_1)]} \\ Y1_0 \end{bmatrix}$$

$$Z1 := \text{rkfixed}(Y1, tn, tk, N - 1, D1) \quad \beta1 := Z1 \langle 2 \rangle$$

Решение системы с использованием предложенной аппроксимации ступенчатой функции

$$D2(t, Y1) := \left[\begin{array}{l} - \left[Mc \cdot \sin \left[\frac{\pi}{2} \cdot \sin \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin \left(\frac{Y1_0}{10} \right) \right) \right) \right] \right] \right] + M_0 \right] \dots \\ + \left[(-a_5) \cdot (\omega n - Y1_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_1)] \right] \dots \\ + a_6 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_1)] \cdot \omega n^2 - c \cdot Y1_1 \\ \hline B_3 + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_1)] \\ Y1_0 \end{array} \right]$$

Z2 := rkfixed(Y1, tn, tk, N - 1, D2)



Приложение 8. Пример компьютерной программы для численного решения системы дифференциальных уравнений движения инерционной передачи лишь с одним выходным механизмом свободного хода

Исходные параметры

$$J_1 := 2 \quad J_2 := 0.5 \quad nJ_3 := 0.25 \quad nm := 5 \quad a := 0.02 \quad b := 0.08 \quad k := a + b \quad M_0 := 20 \quad c := 500 \quad J_4 := 4$$

$$h := 0.083 \quad q := \frac{4}{3} \quad Mc := 60 \quad Mn := 10 \quad \omega x := 157 \quad \omega n := 150 \quad Td := 0.038 \quad v := 0.0024$$

Подсчет коэффициентов

$$B_1 := J_1 + nm \cdot a^2 + \left(\frac{a}{k} + q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad B_2 := nm \cdot a \cdot b + \left(\frac{a}{k} + q\right) \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \cdot nJ_3$$

$$B_3 := J_2 + nm \cdot b^2 + \left(\frac{b}{k} - q\right)^2 \cdot nJ_3 \quad b_2 := nm \cdot h \cdot \left[2 \cdot a \cdot \frac{b}{k} + (b - a) \cdot q\right]$$

$$a_4 := -nm \cdot a \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad b_1 := 2 \cdot nm \cdot a \cdot h \cdot \left(\frac{a}{k} + q\right) \quad b_3 := 2 \cdot nm \cdot b \cdot h \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right)$$

$$a_5 := nm \cdot b \cdot h \cdot q \cdot \left(\frac{b}{k} - q\right) \quad a_6 := nm \cdot k \cdot h \cdot q$$

$$D_0 := (a_6 - a_5) \cdot \frac{\omega n^2}{c - B_3 \cdot q^2 \cdot \omega n^2}$$

$$D_1 := 0.25 \cdot a_5 \cdot (D_0)^2 \cdot q^2 \cdot \frac{\omega n^2}{B_3 \cdot q^2 \cdot \omega n^2 - c}$$

Решение системы дифференциальных уравнений

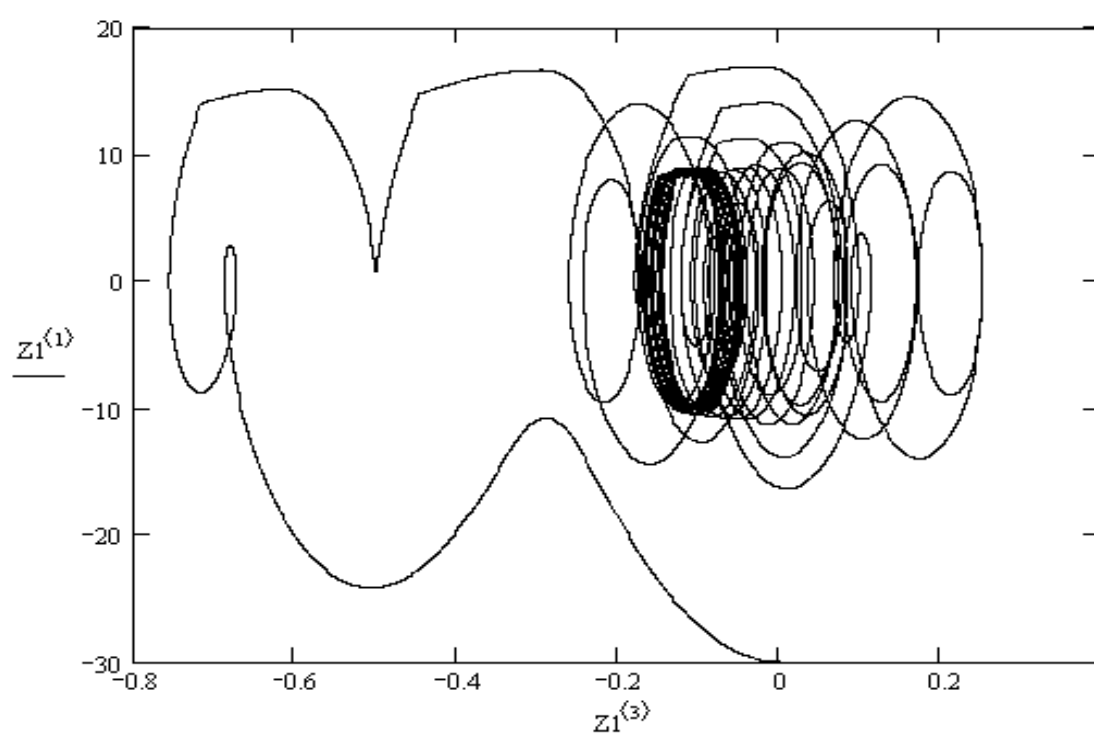
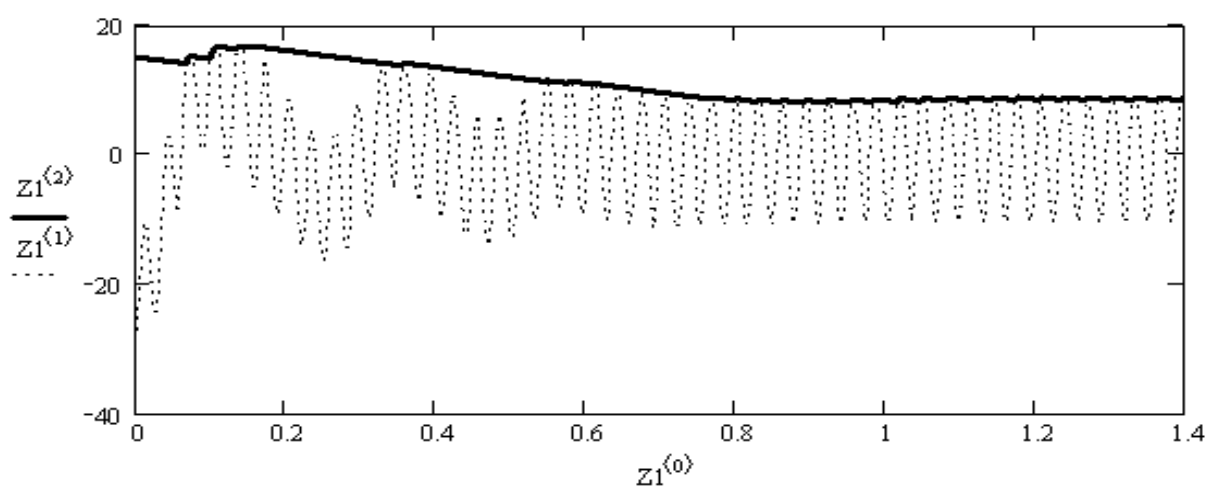
$$Y1 := \begin{pmatrix} -30 \\ 15 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N := 100000$$

$$tn := 0 \quad tk := 1.4$$

$$D1(t, Y1) := \begin{pmatrix} \frac{-Mc \cdot (1 - \Phi(Y1_1 - Y1_0)) - a_5 \cdot (\omega n - Y1_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_2)] \dots}{B_3 + J_4 \cdot (1 - \Phi(Y1_1 - Y1_0)) + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_2)]} \dots \\ \frac{-Mc \cdot (1 - \Phi(Y1_1 - Y1_0)) - a_5 \cdot (\omega n - Y1_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_2)] \dots}{B_3 + J_4 \cdot (1 - \Phi(Y1_1 - Y1_0)) + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_2)]} \dots \\ \frac{-Mc}{J_4} \cdot \Phi(Y1_1 - Y1_0) + \frac{-Mc \cdot (1 - \Phi(Y1_1 - Y1_0)) - a_5 \cdot (\omega n - Y1_0)^2 \cdot \sin[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_2)] \dots}{B_3 + J_4 \cdot (1 - \Phi(Y1_1 - Y1_0)) + b_3 \cdot \cos[q \cdot (\omega n \cdot t - Y1_2)]} \dots \\ Y1_0 \\ Y1_1 \end{pmatrix} \cdot (1 - \Phi(Y1_1 - Y1_0))$$

$$Z1 := \text{rkfixed}(Y1, tn, tk, N - 1, D1) \quad \beta1 := Z1^{(2)}$$

Результаты расчета



Приложение 9. Акты внедрения



УТВЕРЖДАЮ:

Главный инженер

ОАО «Завод имени В.А. Дегтярева»

А.Е. Горбачев

14 2012г.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ результатов научно-исследовательской работы

Комиссия в составе главного конструктора направления гражданской продукции ОАО "Зид" Маринина М.Г., руководителя проекта ОАО "Зид" к.т.н. Михеева С.С. и к.т.н., доцента ФГБОУ "Южно-Уральский государственный университет" Алюкова С.А. составила настоящий акт в том, что на предприятии ОАО «Завод имени В.А. Дегтярева» с целью повышения эффективности работы, надежности и нагрузочной способности силовой передачи на основе автоматического инерционного бесступенчатого привода внедрена методика расчета и проектирования инерционной бесступенчатой передачи, разработанная Алюковым С.В.



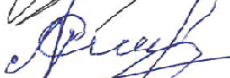
Проводившаяся эксплуатационная проверка инерционной автоматической бесступенчатой передачи показала, что внедрение методики расчета и проектирования передачи, разработанной Алюковым С.В., позволило повысить нагрузочную способность инерционного бесступенчатого привода в 3,2 раза.

Результаты проверки позволяют констатировать, что внедрение методики расчета инерционной бесступенчатой передачи, предложенной Алюковым С.В., позволяет создавать инерционную силовую передачу, отличающуюся повышенной нагрузочной способностью и долговечностью.

Главный конструктор направления гражданской
продукции ОАО "Зид"

Руководитель проекта ОАО "Зид"

Доцент ФГБОУ "Южно-Уральский
государственный университет"

 /Маринин М.Г./
 /Михеев С.С./
 /Алюков С.В./

14 декабря 2012



УТВЕРЖДАЮ:
Генеральный директор
ООО НТЦ «Пигмент»
С.А. Сюткин
Тельябинск, пл. Мопра, 10

АКТ ВНЕДРЕНИЯ
результатов научно-исследовательской работы

**Разработка инерционной бесступенчатой передачи
в приводе размольного оборудования нанодисперсного помола**

Комиссия в составе: представителей ООО НТЦ «Пигмент» заместителя генерального директора по науке, канд. техн. наук Первушина В.Ю., начальника лаборатории Закоморная Л.М. и представителя ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» канд. техн. наук, доцента Алюкова С.В. составила настоящий акт в том, что на предприятии ООО НТЦ «Пигмент» с целью повышения производительности, качественного выполнения размольных операций на основе бесступенчатого автоматического регулирования и вибрационной подачи момента в приводе мельницы тонкого помола

внедрена инерционная бесступенчатая передача, разработанная на основе методики проектирования Алюкова С.В., в количестве 3-х шт.

Опытно-промышленная проверка результатов внедрения позволяет констатировать, что за период испытаний мельниц тонкого помола с бесступенчатым приводом их производительность повысилась в 1,8 раза с одновременным улучшением качества и стабилизации размера частиц диоксида титана. При этом инерционный бесступенчатый привод показал высокую надежность и безотказность работы.

Представители ООО НТЦ «Пигмент»: _____ (Первушин В.Ю.)

_____ (Закоморная Л.М.)

Представитель ЮУрГУ: _____ (Алюков С.В.)

Приложение 10. Акты внедрения

УТВЕРЖДАЮ:
Генеральный директор и главный
конструктор ОАО «СКБМ»
С. Сальников С. Сальников



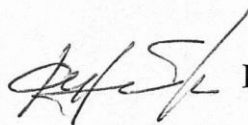
Россия, 640027, г. Курган,
пр.Машиностроителей, 17
тел.: +7 (3522) 47-13-70
факс: +7 (3522) 47-13-70

АКТ

об использовании результатов исследований С.В. Алюкова

Настоящий акт составлен о том, что при проектировании механических приводов с односторонней кинематической связью результаты исследований канд. техн. наук, доцента Южно-Уральского государственного университета Алюкова С.В. приняты в качестве технического предложения.

Заместитель генерального директора, к.т.н.



К.С. Жебелев



УТВЕРЖДАЮ:
технический директор ОАО
«Курганмашзавод»

П.С. Веселый

Россия, 640027, г. Курган, пр.Машиностроителей, 17
тел.: +7 (3522) 23-20-83, 47-13-39, 47-15-86
факс: +7 (3522) 23-20-71

АКТ

о внедрении результатов исследований С.В. Алюкова

Настоящий акт составлен о том, что методика проектного расчета механических передач привода технологического оборудования, разработанная канд. техн. наук, доцентом Южно-Уральского государственного университета Алюковым С.В., использована отделом главного механика ОАО «Курганмашзавод» при модернизации приводов транспортеров.

Главный механик

Р.А. Калашников